Chapter 7 NUCLEAR REACTIONS P.323-343

林　勇治

2006 年 12 月 1 日

前章で、核の特性の知識の大部分は核反応によって得られたものであることを見てきた。入射核子が標的核に散乱されたとき、その終状態は 3 つの因子によって決まる。反応のメカニズム、入射粒子と標的核の相互作用、関連する核の内部構造、の 3 つである。電磁気の場合、相互作用と反応メカニズムは比較的よく知られているので、核構造の解析に深く取り組める。また、強い相互作用の場合も反応メカニズムと相互作用は研究されており、この 2 つはお互いに補完しあう。この章の後のほうで見るように、衝突エネルギーと反応を選んで実験を行うこともしばしば可能である。

核反応はそれ自体大きな議題で、この章では重要なトピックのいくつかの概観を見ていく。

1　7-1 COULOMB EXCITASION

Ze の電荷をもつ入射粒子が、Z 個の陽子を含むターゲットに近付くとき、2 つの粒子の間にクーロン場の力が働く。これを特徴付けるパラメータとして、Sommerfeld パラメータ η(7-1) がある。v は、2 粒子が十分に離れているときの相対速度である。古典的に最も近付く距離 R_s は、(7-2) のように書ける。μ は換算質量である。この 2 式から、η は $\frac{1}{2}R_s$ と λ の比で表されることがわかる。η が小さいと、散乱に有効な運動エネルギーに比べてクーロン力が弱いことを意味し、このような状況下では入射粒子の波動関数はクーロン場によって修正を加える必要も無く、Born 近似を適用すればよい。クーロン励起は逆の極限の $\eta \gg 1$ である。この場合、核力が働くほど近付くことは決してなく、クーロン場を通して標的核または入射粒子の励起が起こる。この過程はクーロン励起としてよく知られている。

実験的には、重イオンビームを核にぶつけることで強いクーロン場はつくられる。荷電粒子の実験で得られる精度がよければ、核の詳しい特性を調べる強力なツールとなる。

1.1　Multipole expansion

標的核と入射粒子の間の電磁相互作用を波動関数の摂動として扱うと、クーロン励起による摂動ハミルトニアンは (7-3) のように書ける。$\boldsymbol{r}_p$ は入射粒子の位置で、$\boldsymbol{r}$ は標的核の位置である。

monopole term は励起させずに入射粒子をそらすだけなので、この項による寄与は除去する必要がある。簡単のため、ここからはこの項を考えないことにする。

摂動は、$r_p > r$ では、球面調和関数を用いて (7-4) のように書ける。原子核の状態に関係のある量は、$r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi)$ である。これは $E\lambda$ 励起演算子の $O_{\lambda\mu}(E\lambda)$ と同じ形となっている。この類似点を利用し、クーロン励起と電磁気的崩壊とを結びつけて考える。

さらに、散乱は原子核からの電子散乱を思い出させる。そこで、散乱は主に電磁相互作用によるものなので、

断面積はラザフォード断面積に比例するであろう。$i \to f$ のクーロン励起断面積は、(7-5) のように書ける。J_i は初めの標的のスピンで、M_i,M_f は量子化軸へ射影した始、終状態のスピンである。$P_{M_f M_i}$ は (7-6) のようなものである。(7-6) の積分の中は、核の遷移行列要素と時間の積分の部分の 2 つの部分の積で書かれる。

(7-4) の結果を (7-3) の $H'(t)$ に入れると、$P_{M_f M_i}$ は (7-7) のような形になる。行列要素 $< J_f M_f \xi \mid \boldsymbol{O}_{\lambda\mu} \mid J_i M_i \zeta >$ は断面積の核の状態への依存を与え、$E\lambda$ 遷移の reduced transition probability(換算遷移確率) である $B(E\lambda; J_i\zeta \to J_f\xi)$ に関連付けられる。時間積分は $S_\lambda\mu$ の部分に含まれ、(7-8) のような形になる。積分内の球面調和関数により、積分は散乱角の関数となる。しかし、核の状態からは独立している。実際には、角運動量による制限によって複雑にはなるが、積分の中は基本的にシンプルである。

これは、最終的には (7-9) のような式で表される。ここでの ρ は、断熱パラメータと呼ばれ、(7-10) のようにエネルギー E_i の始状態から E_f の終状態へと標的核を励起させるのに必要なエネルギーに関係している。$F_{\lambda\mu}$ は (7-11) の形のものである。

(7-5) のクーロン励起の微分散乱断面積は (7-12) のようなものとなる。ここで $a = \frac{1}{2}R_s$ で、2 粒子が最も近付く距離の半分である。角度の依存性は $\frac{df}{d\Omega}$ に入っており、(7-13) のような形になる。これの積分 f は、古典的極限における全励起断面積になる。$n \to \infty$ にとったときの値が Fig.7-1 に示されている。これまで、電気多重極励起についてだけ議論してきた。クーロン励起には磁気多重極励起も存在するのは明らかである。これは、(7-12) の $B(E\lambda)$ を $B(M\lambda)$ に変えるだけでよい。$E\lambda$ 遷移と $M\lambda$ 遷移の核分布の違いは、$\frac{df(E\lambda)}{d\Omega}$ と $\frac{df(M\lambda)}{d\Omega}$ の違いに含まれている。磁気多重極による値も Fig.7-1 に示してある。

1.2 Multiple scattering

クーロン励起は、標的核と入射粒子の励起状態をつくる。重イオン散乱によって生じる激しい電磁場により、とても高いレベルでの多重極励起が起こる可能性がある。一方で、Fig.7-1 より、例えば E4 励起の確率が、E2 励起に比べて 2 桁ほど減ることがわかる。さらに、一般的には核の行列要素が小さいので高次の多重極遷移の力は弱い。その結果、高スピン状態の励起時には、複数回の低次の励起が、一回の高次多重極遷移よりも起こりやすくなることがある。例として、Fig.7-2 のような場合を考える。左のほうに、0^+ の基底状態から 2^+ と 4^+ への励起がある。E2 のほうが E4 よりもかなり起こりやすいので、連続した E2 の励起が E4 と同等もしくはそれ以上の確率で起こる。実際、$f(\lambda, \rho)$ が λ が大きくなるにつれて急激に小さくなるので、比較的大きな角運動量の終状態に達するには、連続的な低次多重極クーロン励起が起こりやすくなる。Fig.7-2 の右にあるように、異なる二回の過程が起こることもある。この例では、始めの励起で $J^\pi = 2^+$ の準位にもっていき、高い状態に進まずに散乱が起こり、同じ 2^+ の中の、M の異なる状態に行く。これは reorientation effect として知られる。$B(E2)$ の値に加えて、$O(E2)$ の行列要素も重要になってくる。この行列要素は、励起状態の四重極モーメントに関係してくるので、クーロン励起の過程の断面積から励起状態の四重極モーメントを推定することができる。さらに、他の磁気双極子モーメントなどもこの方法で導くことが出来る。励起状態のモーメントは、原子核の大部分で決定されている。

2 7-2 COMPOUND NUCLEUS FORMATION

前章で、一粒子と集団的な自由度が核構造の 2 つの見方をつくることを見た。以下に述べるように、直接反応と複合核構造の 2 つの極端な状況を考える。

直接反応は、入射粒子内のただ 1 つの核子が、標的核内の核子の 1 つと相互作用すると考える。この間、両

粒子の残りの核子は影響を受けない。この考え方の基礎となっているのは、入射粒子と標的核が互いに相互作用するに足りるだけの、$10^{-22}s$ のオーダーの短い時間である。この時間は、1 核子当たり 1MeV よりも大きい運動エネルギーをもつ入射粒子が、核の直径と同等の距離を進む時間に匹敵するので 2 回以上相互作用を起こす確率は低い。一方、入射エネルギーがとても小さいならば、入射エネルギーと標的核は $10^{-14}s$ のオーダーの長い時間をかけて融合し、複合核が中間状態としてつくられる。この節では、複合核形成に関わる反応について主に考え、次節で直接反応の議論を行うことにする。

2.1 Notation

まず、反応を表すのに使われる表記法を定義する。標的核 A に入射粒子 a を衝突させて引き起こす反応の中で、粒子 b が出て核 B が残る exit channel(放出チャネル) を考える。このとき反応は、$A(a,b)B$ か $a + A \to b + B$ のどちらかで表されることが多い。

^{48}Ca に p が入射して、n が現れて ^{48}Sc が残る反応は、$^{48}Ca(p,n)^{48}Sc$ か $p +^{48} Ca \to n +^{48} Sc$ と書かれる。現れる粒子と残留核の状態のそれぞれを exit channel と呼び、open な、つまり起こりうる放出チャネルは、保存則や選択則で制限される。一般に、open なチャネルの数は、入射粒子の運動エネルギーが増えるにつれて急激に増える。

許される放出チャネルは、上に挙げた 2 粒子状態のものだけではないが、議論を簡単にするために 3 粒子以上の反応は無視することにする。

2 粒子の反応チャネルでは、チャネルを分類するのに 3 つの量子的な数が必要である。放出チャネルについて言えば、出て行く粒子の波動関数を決めるラベル、残留核の波動関数を決めるラベル、この 2 粒子の間の相対的運動を表すラベル、の 3 つである。$^{48}Ca(p,n)^{48}Sc$ の例で言うと、^{48}Ca は励起状態となるので、基底のチャネルとは異なるラベルをもつことになる。また、2 粒子の相対運動の波動関数は、軌道角運動量 l をもった部分波に展開される。

入射粒子が 1 核子当たり 1MeV 以下の運動エネルギーのとき、ドブロイ波長が核の大きさより長くなる。このような状況では、散乱は核の構造を知るには至らない。入射チャネルの 2 つの核が一度接触すると、何度も相互作用することになるので、元の核の状態は失われてしまう。短い間ではあるが、これらの 2 つの核は 1 つのものとなり、これは compound nucleus(複合核) と呼ばれる。一度複合核を形成すると、entrance channel の情報は多くの相互作用によって失われる。この系の崩壊は、主に系の励起エネルギーによって決まる。低エネルギーでは、open な放出チャネルが少ないので、系の励起状態の寿命は長い。結果として、複合核状態 Γ の幅は狭い。同時に、そのような低エネルギーの状態密度は小さいので、隣の共鳴準位との平均間隔 D は大きくなる。$D \gg \Gamma$ では、孤立した共鳴が反応断面積を占めている。

2.2 Scattering cross section

複合核反応の主な特性の 1 つは、複合核の形成と、崩壊の間には何も関係がないことである。これは、入射チャネルによってもたらされた複合核の励起エネルギーは、多くの核子に共有されているので、その結果それぞれの核子の衝突の回数はおおくなる。入射チャネル α で複合核 N を形成する断面積を σ_α と表そう。N の、$b + B$ の β という放出チャネルへの崩壊は、遷移確率 W_β もしくは部分幅 $\Gamma_\beta = \hbar W_\beta$ で特徴付けられる。崩壊の全幅は、全ての部分幅の和によって与えられる ($\Gamma = \Gamma_\alpha + \Gamma_\beta + \Gamma_\gamma + \cdots$)。$\frac{\Gamma_\beta}{\Gamma}$ はチャネル β を通しての崩壊の確率である。entrance channel α から放出チャネル β への反応断面積は、複合核 N を形成する確率

と、N から β へ崩壊する確率の積で与えられる。($\sigma_{\beta\alpha} = \sigma_\alpha \frac{\Gamma_\beta}{\Gamma}$)

各反応チャネルに、チャネル半径 R_c が存在し、その外では散乱粒子と残留核との相互作用がない、と仮定する。このとき $r > R_c$ では、粒子は自由であり、波動関数は平面波で与えられる。$r < R_c$ では、2 粒子の各粒子間の相互作用によって、波動関数は複雑になる。$r = R_c$ での境界条件として、各チャネルの動径波動関数の対数微分が外と内で連続でなければならない。この (7-16) の ρ_c は普通複素数で、内側の情報をパラメトライズするのに利用する。

散乱問題では、系の漸近的なふるまいに興味がある。$r < R_c$ の波動関数でわかっているのは、境界での対数微分の値だけである。散乱問題を扱うこの方法は、電磁気問題の解法に似ている。ソースを含む領域を排除し、適当な境界条件に置き換えるものである。この方法で、問題は単純なものになる。

さらに簡素化するために、s 波散乱だけを考えると、1 つだけの対数微分 ρ_0 によって問題を完全に特定できるようになる。動径波動関数は、(7-17) の形になり、$\eta_0 = exp2i\delta_0$ は非弾性パラメーター、δ_0 は、$l = 0 - channel$ での phase shift である。$u_0(r)$ の対数微分をとり、$r = R_c$ での ρ_0 と等しいとすると、(7-18) が導ける。さらに、弾性散乱断面積は (7-19)、反応断面積は (7-20) のように得られる。もし ρ_0 が実数なら、実ポテンシャルからの散乱に一致し、σ^{re} は消えるものと思われる。さらに、反応断面積は負になりえないので、η_0 の絶対値は 1 以下でなければならない。これは、ρ_0 の虚部は負でないとならないということを示している。

2.3 Breit-Wigner formula for isolated resonances

このタイプの反応にとって、断面積は AC 回路と似た共鳴を持つ。σ^{re} は $Re\rho_0 = 0$ で最大となる。これが起こるエネルギーを E_c とする。ρ_0 の実部は、E_c 周りの E で級数展開でき、$Re\rho_0 = a(E - E_c) + \cdots$ とかける。同様に、虚部は正のパラメータ b を用いて $Im\rho_0 = -b + \cdots$ とかける。

ここで、$\Gamma, \Gamma_\alpha, \Gamma^{re}$ を導入すると、Γ_α は entrance channel の部分幅で、Γ は全幅となる。((7-24),(7-25)) 全反応幅は (7-23) のように表される。

弾性チャネルは、$1 - e^{2ikR_c}$ に比例する共鳴しない部分と、分母に $E - E_c$ のエネルギー依存因子をもつ共鳴部分の 2 つを持つ。非共鳴部分は断面積のなだらかなバックグラウンドとなり、shape-elastic scattering もしくは potential scattering と呼ばれる。$E \simeq E_c$ では、弾性断面積は共鳴部分に支配され、(7-26) のようになる。これは複合弾性散乱断面積と呼ばれる。

(7-15) に戻って σ_α を計算する。σ_α とは、entrance channel α から複合核を作る断面積である。shape-elastic 散乱は、複合核を作るのには関係ないので無視する。複合核形成の断面積は、複合弾性と反応の断面積の和になり、(7-27) のように書ける。これから (7-28) の式が導かれ、これは Breit-Wigner one-level formula として知られている。

2.4 Overlapping resonances

これまでは状態密度の小さい、低エネルギーに限ってきた。複合核の考え方を、各準位の幅が、隣の共鳴準位との平均間隔と同等かそれ以上となる高エネルギー領域にも適用してみよう ($\Gamma \geq D$)。共鳴が互いに重なっているので、様々な散乱断面積の平均値を調べることが大事である。ある状態の複合核をつくる断面積が (7-27) の式で与えられると仮定すると、小エネルギー間隔 W での平均断面積は (7-29) のように定義できる。Γ^i は、i 番目の共鳴の全幅で、Γ^i_α はチャネル α への崩壊の部分幅である。summation は E を中心とする W

のエネルギー区間における全ての共鳴の和である。エネルギー間隔 W は、共鳴の状態が互いに異なり過ぎない程度に小さく、かつ $W \gg \Gamma^i$ のために、ある程度大きくなければならない。

間隔の中の準位の数は、$\frac{W}{D}$ で与えられることを用いると、(7-30) のように平均幅を定義できる。Γ_α は strength function(強度関数) として知られ、平均の複合核形成断面積はこの関数として (7-31) のように書ける。状態密度が大きいので、複合核が entrance channel に崩壊する確率は小さい。つまり、入射チャネルについての情報は"black"になってしまったということである。

吸収度の高い核の極限を考えると、内部領域の波動関数は入射の項で近似でき、$u_0(r) \sim exp(i\kappa r)$ だけになる。κ は $r < R_c$ での波数である。結果として、ρ_0 は虚数となり、$\rho_0 = -i\kappa R_c$ の形に書ける。この値を (7-18),(7-20) に代入すると、チャネル α の複合核形成断面積の平均値は (7-32) として得られる。これを (7-31) と比較して (7-33) が得られる。

実際に高エネルギーでの共鳴が観測されたが、これらは主に小さな共鳴が多数くっついてできたもので、例えば、核の構造に関連する特別な理由によって強く励起された周辺によるものである。そのように強く励起された状態は、よく doorway state と呼ばれる。高エネルギー領域での複合核の崩壊は、可能な終状態の数によるので、終状態の状態密度と他の統計上の考察によって決まる。

3 7-3 DIRECT REACTION

3.1 Stripping and pickup reactions

直接反応の良い例は、(d,p) 過程で、数 MeV 以上の運動エネルギーをもつ重陽子が標的核に入射し、陽子が出て行く反応である。重陽子は p と n がゆるく結合された系なので、n が標的核のほかの核子の構造を乱すことなく一粒子軌道に捕獲され、p がそのまま散乱粒子でい続けることは容易に想像できる。この反応は one-neutron stripping 反応として知られる。ストリッピング反応にはクラスターの移動など複雑な反応もあるが、直接反応であるためには、標的核と移るクラスターの内部構造の両方が反応によって乱されてはいけない。残留核は、単にクラスターと基底状態の標的核との結合となっている。この状況は、一般に多くの核子を含んだ移動の反応にとっては起こりづらいものである。

直接反応は、他にピックアップ反応というものもある。これは、1 つもしくはそれ以上の核子が、残りの核子間の構造を変えることなく、標的核からもっていかれるものである。

直接反応の散乱断面積は、ストリッピング反応もピックアップ反応も同様に、第一ボルン近似を用いた簡単な方法で出せる。反応のメカニズムは、核の始状態と終状態のシンプルな関連のために比較的すっきりしている。波動方程式は (7-34) のように書ける。この式の形式解は Green 関数を用いて (7-35) のように表される。ここで、$\boldsymbol{k}_i$ は入射粒子の方向にそってとっており、$exp(i\boldsymbol{k}_i \cdot \boldsymbol{r})$ は $V(\boldsymbol{r}) = 0$ の解である。Green 関数は、(7-36) のようにとれる。これを用いると (7-35) の散乱の波動関数の形式解は (7-37) のようになる。クーロン相互作用の寄与を除いて、ポテンシャルは短距離なので、$k \mid \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}' \mid \approx kr - \boldsymbol{k}_f \cdot \boldsymbol{r}'$ のように展開、近似する。ここで、$\boldsymbol{k}_f = k\boldsymbol{r}/r$ は出て行く粒子の方向にとる。(7-38) より、散乱振幅がわかる (7-39)。これは散乱振幅の形式的な積分方程式にすぎず、未知の関数 $\psi(\boldsymbol{r}')$ を含んでいる。第一ボルン近似では、これを (7-35) の第一項の $e^{i\boldsymbol{k}_i \cdot \boldsymbol{r}'}$ で置き換える (7-40)。これは微分散乱断面積を得るのに利用できる。(7-40) の形は、運動量移行 $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k}_i - \boldsymbol{k}_f$ を用いると簡略化できる。また、平面波を球面調和関数で展開すると、(7-42) のようになる。ここで θ' は $\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{r}'$ の間の角で、θ は $\boldsymbol{k}_f$ と $\boldsymbol{k}_i$ の間の角である。

3.2 Angular distribution

前段落での議論は、散乱に関わる粒子の内部構造を無視していた。ストリップ反応とピックアップ反応では、関わる原子核の構造の変化を扱うので、始状態と終状態の原子核の波動関数は共に散乱振幅の表現の中に入らなければならない。始状態と終状態の散乱の系の波動関数の漸近的な形を (7-43) のようにとる。Φ_i, Φ_f は、それぞれ入射粒子と標的角の内部波動関数の積と、散乱粒子と残留核の内部波動関数の積である。具体例として $^{40}Ca(d,p)^{41}Ca$ を考える。掛け算の記号には、波動関数を角運動量とアイソスピンの一定の値によって結合されている、という意味も含んでいる。直接反応では、重陽子の波動関数は p と n が弱く結合した状態をとる (7-44)。議論を簡単にするために、p を散乱過程の見物人として扱うことにする。中性子が標的核の軌道角運動量 l_t の 1 粒子状態に捕獲されたなら、残留核の波動関数は (7-45) のような形になる。これらの波動関数を用いると、この散乱振幅は (7-46) の形に書ける。ポテンシャル $V(\boldsymbol{r}')$ の役割は、重陽子から中性子をはぎとり、残留核にそれを置いていくというものである。これは、核の表面におけるデルタ関数で近似できる (7-47)。R とは残留核の半径である。この近似の意味は、中性子が入射する重陽子からはがれ、^{40}Ca との接触で捕獲されるということである。大きさ V_0 は、過程の起こる確率を表し、散乱断面積の振幅の絶対値に関係するパラメータとして扱う。

(7-46) を積分すると、核の波動関数が消えてしまう。指数関数の因子を (7-42) の球面調和関数で展開し、積分を行うと散乱振幅を (7-48) のように変形できる。角依存性だけが運動量移行 q と散乱角 θ の間の関係を通じて球面ベッセル関数の中にある。近似解として平面波を用いたので、結果は一般に PWBA(平面波ボルン近似) として知られる。

(7-48) から、直接反応の微分断面積は (7-49) のように与えられる。運動量移行は散乱角 θ に依存し、(7-50) のようになる。ここで、入射エネルギーが十分大きいときに成り立つ $k \approx k_i \approx k_f$ を用いた。角分布は運動量移行によって特徴付けられ、Fig.7-3 のような $\mid j_{l_t}(2kRsin(\frac{1}{2}\theta)) \mid^2$ の因子によって与えられる。$j_0(\rho) \sim sin\rho/\rho$ なので、$l_t = 0$ の場合、角分布は $0°$ でピークを示す。一方、l_t の値が大きいときは、$0°$ がピークではなくなる。例えば、$l_t = 1$ では、$j_1(\rho) \sim \frac{sin\rho}{\rho^2} - \frac{cos\rho}{\rho}$ となっている。l_t の値が増えるにつれ、角分布の最初のピークは大きい角のほうへ動いていく。

PWBA の結果は、直接反応の角分布の本質的な特徴を正しく与えてはくれるが、予言する力はない。これは平均ポテンシャル、光学ポテンシャルによる入射波、散乱波の歪みのせいであるこれは次章で述べる。さらに、(7-47) の V_0 の大きさを得るのは容易ではない。したがって角分布の大きさは PWBA からは得られない。散乱のより正確な描像は、歪曲波ボルン近似 (DWBA) によって得られる。これは、平面波の代わりに、より現実に近い、入射粒子と標的核の間の波動関数、散乱粒子と残留核の間の波動関数を用いるものである。