

Chapter 7 NUCLEAR REACTIONS (§7-4,5)

田口 誠二

2006年12月8日

1 §7-4 THE OPTICAL MODEL

複合核や直接反応に加え、あるエネルギーでの反応の平均的な結果が知りたいときもある。そのような目的のために考えられたのが光学模型である。光学模型では、まるで標的核が屈折率と吸収率を持つ「曇った水晶球」であるかのように扱う。核反応では、散乱波は二つに分けられるが、一つは弾性散乱で散乱波は伝播する方向をかえるだけであり、光の屈折に対応する。もう一つは非弾性散乱で入射チャンネルのフラックスの一部が標的核との衝突によって他のチャンネルと失われてしまうもので、これは光の吸収に対応する。

光学模型の目標は、エネルギー E と核子数 A の関数として散乱断面積のスムーズな記述をできるポテンシャルを得ることである。散乱は一般的には複雑な過程が起こっているが、詳細は気にせず、大局的な性質にだけ注目することで大幅に簡略化できる。それゆえ、基本的なアイデアは原子核の構造でやった平均場の方法と酷似している。つまり、ミクロな多数の核子間の相互作用を平均して「複素一体平均ポテンシャル」にしてしまう。

議論を簡単にするために、ほとんどの部分では弾性散乱だけを考える。主に散乱断面積には二つの寄与がある。一つ目は §7-2 でも論じた、(実)ポテンシャル散乱。二つ目は中間状態に標的核の励起状態を含む多重散乱。全ての多重散乱が入射チャンネルに戻ってくるわけではなく、入射フラックスのいくらかは他のチャンネルに変化して失われる。それらの非弾性チャンネルの一つ一つの詳細を追うのではなく、それらの寄与の和を「光学ポテンシャルの虚部」による散乱に押し込めてしまえと考える。これは光の吸収が複素屈折率の虚部の寄与であることに対応する。

第一に原子核による核子の散乱について考えるが、光学模型は全ての入射粒子、標的核、入射エネルギーについて成立する。後でちょこっとだけ π 中間子の散乱を扱う。

この節では光学模型の3つの側面を扱う。

1. 光学模型の形式的な導出。
2. 光学模型の半経験的な形式について。
3. 核子-核子の相互作用から出発して光学模型の「ミクロな」基礎付け。

ただし、その前に一般的な複素ポテンシャルによる散乱をまとめておく (Appendix C の §C-4 に対応する)。

1.1 複素ポテンシャルによる散乱

ポテンシャルの散乱の微分断面積は $\eta_l = e^{2\delta_l}$ として、

$$\sigma^{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |1 - \eta_l|^2 \quad (1)$$

$$\sigma^{re} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |\eta_l|^2) \quad (2)$$

$$\sin \delta_l = - \int_0^\infty \frac{U(\rho)}{E} f_l(\rho) u_l(\rho) d\rho \quad (3)$$

$$\frac{d^2 f_l(\rho)}{d\rho^2} - \left\{ \frac{V(\rho)}{E} + \frac{l(l+1)}{\rho^2} - 1 \right\} = 0 \quad , \quad \rho \equiv kr \quad (4)$$

ポテンシャル V が複素数ならば δ_l も複素数になり、 σ^{re} が 0 でなくなり、非弾性散乱が起こる。

これは複素ポテンシャルを $U = V + iW$ とおくと、Schrödinger 方程式から、

$$\int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2\mu i} \int_S (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \cdot d\mathbf{S} = \frac{2}{\hbar} \int W |\psi|^2 d^3 \mathbf{r} < 0 \quad (5)$$

となり、複素ポテンシャルの虚部により吸収が起こっていることがわかる。

1.2 Formal derivation of the optical model potential.

原子核による核子の散乱を考える。各核子の座標を $\mathbf{r}_i, i = 0: \text{入射粒子}, 1 \sim A: \text{標的核}$ とし、スピン等他の自由度は考えない。

$$H(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) \Psi(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) = E \Psi(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) \quad (6)$$

を適当な境界条件で解くことが目標だが、多体問題なので適当な近似をし、散乱の大局的な結果を得るために入射粒子の平均一体ポテンシャル（光学ポテンシャル）を形式的に導出する。

さしあたり入射核子と標的核の反対象化を無視する。正確な系のハミルトニアンは以下の 3 つの部分に分けられる。

$$H(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) = T_0 + \sum_i V(\mathbf{r}_{0i}) + H_A(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) \quad (7)$$

T_0 : 入射粒子の運動エネルギー $V \equiv \sum V(\mathbf{r}_{0i})$: 標的核子との相互作用 H_A : 標的核のハミルトニアン

H_A の解は既知で、固有関数・エネルギー固有値を $\Phi_i \cdot \epsilon_i$ とし、また入射粒子の波動関数を χ_i で表す。 $i = 0$ が基底状態に対応し（以下も同様） Φ_i は規格直行。系全体の波動関数は

$$\Psi(\mathbf{r}_0; \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) = \sum_{ij} \chi_i(\mathbf{r}_0) \Phi_j(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A) \quad (8)$$

と、積の和で表せる。弾性散乱だけを考えているので、 Ψ のうち基底状態に留まっている $\chi_0 \Phi_0$ の項だけに興味がある。最終的には χ_0 を解けるような一体ポテンシャル中での方程式に変形する。

弾性散乱だけに興味があることから、以下基底状態への射影演算子 $P = |\Phi_0\rangle\langle\Phi_0|$ （ただし積分は標的核の座標に対してだけ行われる）を使って計算する。これはシェル模型の計算のときに完全系の代わりに特に興味のある外殻辺りの小さな active space への射影を考えたのと同様である。 P を Ψ に作用させると以下になる。

$$P\Psi = \chi_0 \Phi_0 \quad (9)$$

さらに、励起状態への射影演算子 $Q = 1 - P$ を定義する。 P 、 Q は以下の関係を満たす。

$$P^2\Psi = P\Psi \quad Q^2\Psi = Q\Psi \quad PQ\Psi = QP\Psi = 0 \quad (10)$$

$1 = P + Q$ を利用して方程式を $(E - H)(P + Q) = 0$ と変形し、左から P 、 Q をかける等して変形していくと、 $P\Psi = \chi_0$ の方程式として以下を得る。

$$\left\{ E - \langle \Phi_0 | H | \Psi_0 \rangle - \langle \Phi_0 | H Q \frac{1}{E - Q H Q} Q H | \Phi_0 \rangle \right\} P\Psi = 0 \quad (11)$$

ここでエネルギーの基準点として、 $\epsilon_0 = 0$ として取ると、更に計算を進めて以下のシンプルな一体ポテンシャルの Schrödinger 方程式になる。

$$(E - T_0 - \mathcal{V}(\mathbf{r}_0))\chi_0 = 0 \quad (12)$$

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}_0) = \langle \Phi_0 | V | \Phi_0 \rangle + \langle \Phi_0 | V Q \frac{1}{E - Q H Q} Q V | \Phi_0 \rangle \quad (13)$$

式 (13) の第一項は「畳み込みポテンシャル (folding potential)」、第二項は「動的編極ポテンシャル (dynamical polarization potential)」と呼ばれる。ここで第二項中の演算子 $(E - Q H Q)^{-1}$ を以下のように無限級数に展開する。

$$\frac{1}{E - Q H Q} = \frac{1}{E} \left\{ 1 + \frac{1}{E} Q H Q + \frac{1}{E} Q H Q \frac{1}{E} Q H Q + \dots \right\} \quad (14)$$

この物理的な意味だが、まずハミルトニアンは 2 核子間に働くごとに、これらの核子間には相互作用もしくは「散乱」がおこるので $(e^{-1} Q H Q)^n$ は n 次の多重散乱を意味する。また $(Q H Q)$ は相互作用が標的核を励起させることを意味する。結局この無限級数は散乱の中間状態で標的核がいろいろな状態に励起した多重散乱が弾性散乱へ跳ね返ってくる過程を表している。

この $\mathcal{V}(\mathbf{r}_0)$ は一般には (第二項が) 非局所で、固有方程式は $f(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'_0)$ をつかって

$$(E - T_0)\chi_0(\mathbf{r}_0) = \mathcal{V}(\mathbf{r}_0)\chi_0(\mathbf{r}_0) + \int f(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'_0)\chi_0(\mathbf{r}'_0)d\mathbf{r}'_0 \quad (15)$$

と、非常に複雑な形となる。これは困るので、この正確な $\mathcal{V}(\mathbf{r}_0)$ の代わりに、現実的に解くことができる局所ポテンシャルである、光学ポテンシャル U_{opt} に置き換えてやるのである。 U_{opt} は一般には複素ポテンシャルなので、入射フラックスの一部は他の放出チャンネルに変わってフラックスが減少する。

1.3 Phenomenological optical potential.

光学ポテンシャルはもともと入射核子と標的核の核子との相互作用によるもので、原理的には核子間の相互作用から計算できるが、ここではその前に実験にフィットさせた半経験的な光学ポテンシャルについて述べる。

核力が短距離力であることから、光学ポテンシャル U_{opt} の r 依存性は、原子核の核子密度に良く似ていると思われる。よって光学ポテンシャルはパラメータ 2 つの Fermi 分布関数

$$f(r, r_0, a) = \frac{1}{1 + \exp\{(r - r_0 A^{1/3})/a\}} \quad (16)$$

を使った Woods-Saxon 型の複素ポテンシャルで

$$U_{vol}(\mathbf{r}) = -V_0 f(r, r_v, a_v) + iW_0 f(r, r_w, a_w) \quad (17)$$

実験にフィットさせるパラメーターは、ポテンシャルの深さ V_0, W_0 、半径 r_v, r_w 、diffuseness parameter a_v, a_w の計 6 つである。

上の U_{vol} は核子の体積分布にかかわっているので U_{opt} の体積項とよばれる。これに加え、光学ポテンシャルはスピン依存性を持っていることが知られていて、例えば結果が散乱の前後のスピン相対的な向きに拠ったりすることである。そのような依存性を測るパラメーターの一つが (偏極) 分解能 (analyzing power) である。まず横方向のスピン偏極を定義する。入射または散乱核子のスピンの方向を単位ベクトル $\mathbf{n} = \mathbf{k} \times \mathbf{k}' / |\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|$ に平行な場合を正 (またはアップ)、反平行な場合を負 (ダウン) とする。そして入射粒子が正偏極の時の断面積を σ_+ 、負偏極の時の σ_- として (散乱粒子の偏極にかかわらず)、分解能はそのアシンメトリーである。

$$A_y = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-} \quad (18)$$

弾性散乱では偏極していないビームからの散乱で散乱粒子の偏極を測って同様の分解能が得られる。

A_y が一般に 0 でないということから、核子と核との散乱には光学ポテンシャルにスピン依存性があるということがはっきりとわかる。スピン-軌道項 $U_{S.O.}$ がそのような効果を説明するのに良く使われる。

$$U_{S.O.}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \left\{ V_s \frac{d}{dr} f(r, r_{sv}, a_{sv}) + W_s \frac{d}{dr} f(r, r_{sw}, a_{sw}) \right\} \quad (19)$$

ここでは散乱のデータにフィットする $V_s, W_s, r_{sv}, r_{sw}, a_{sv}, a_{sw}$ の 6 つのパラメーターが出てくる。 π 中間子のコンプトン波長の二乗は近似値 $2fm^2$ がよく使われる。スピン-軌道項が密度分布の微分に比例しているのは原子中の電子が感じる Thomas のスピン-軌道ポテンシャルとのアナロジーによるものである。

$$W(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu}_e \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{e\hbar^2}{m_e^2 c^2 r} \frac{dV}{dr} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{l} \quad (20)$$

V は静電ポテンシャルで、電子のコンプトン波長を π 中間子のものに置き換えてある。また、電子の電荷はポテンシャルの深さに吸収してある。

また荷電粒子の散乱ではこれにクーロン項が加えられる。クーロン項は標的核を一様帯電球としたポテンシャルが普通使われる。

$$U_c(r) = \begin{cases} \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right] \frac{zZe^2}{2R_c} (3 - r^2/R_c^2) \\ \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right] \frac{zZe^2}{r} \end{cases} \quad (21)$$

R_c はクーロン半径で、自由パラメーターとしても良いが、散乱の結果はクーロンポテンシャルにはあまりよらないので、 $R_c = 1.2A^{1/3}\text{fm}$ を使えば十分である。

結局、最終的な半経験的な光学ポテンシャルはこれらの和で、

$$U_{\text{opt}} = U_{\text{vol}} + U_{S.O.} + U_c \quad (22)$$

フィッティングパラメーターは (R_c を入れなければ) 全部で 12 個となる。普通散乱実験で測定されるのは微分断面積の微分断面積で、可能ならば偏極分解能も測定される。これらのデータは膨大で実験結果を再現するようにパラメーターは決められる。実験室系のエネルギーが 200MeV 以下の陽子の核による散乱の場合は膨大な実験データがあり、今ではエネルギーや標的の質量数による変化をはっきりとわかっている。パラメーターの 1 つの組を Table.7-1 に示してある。

しかし、現象論的な方法には問題がある。第一に陽子の散乱については光学ポテンシャルの研究は進んでいるが、この知識は他の入射粒子には拡張できない。例えば中性子の光学ポテンシャルでさえ、実験データが少

なすぎてよくわかってない。その現象論的な性質から実験データが乏しい領域に外挿するのは簡単ではない。第二に (7-71),(7-73) で使われた r 依存性は高エネルギーの実験では合わないことがわかっている。より多くのパラメータを取り入れた複雑な形を仮定すれば改善することができるが、これは美しくない。第三に実験をうまく再現するパラメータの数は一意ではない。というのも前述の 12 個のパラメータは複雑に相互依存していて、同様な良く実験を記述するほかのパラメータの組が存在するのである。

1.4 Microscopic optical model potencial.

核子-核 散乱の光学ポテンシャルは、入射核子と標的核中の核子との平均の相互作用の結果なので、核子間相互作用を核中の核子密度で重みを取った関数になる。ミクロな光学ポテンシャルのモデルはそのために、基礎の核子間相互作用に核子密度を取り込む考えに基づいている。そのような畳み込みモデルは、適当な核子間相互作用から出発すれば、核子の散乱実験データを良く記述することがわかっている。簡単のために、入射粒子は核子だけを考え、その内部構造は無視する。(7-67) 式の第一項を使ってこの光学ポテンシャルを近似する。

$$U_{opt} \approx \langle \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots), \mathbf{r}_A | \sum_i V(\mathbf{r}_{0i}) | \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots), \mathbf{r}_A \rangle \quad (23)$$

ここで、積分は標的核の座標についてだけ行うとする。

ここで入射核子と標的核の反対称化に気をつけなければならない。そして、最も簡単な入射粒子が標的核のただ 1 個の核子とだけ相互作用する場合を考える（つまり、多重散乱は考えない）。核子が散乱されて出てくるこの時、観測される粒子が標的に入射したものと同じか、あるいはもともと標的核に存在していたものなのかを見分けることはできないので、この両方の可能性を理論に組み込まねばならない。この理由で U_{opt} の行列要素は二つの項に分けられる。

$$\langle \Phi_0 | V | \Phi_0 \rangle = \langle \Phi_0 | t_D | \Phi_0 \rangle + \langle \Phi_0 | t_E | \Phi_0 \rangle \quad (24)$$

t_D は”direct” な過程、つまり入射した粒子と出てきた粒子が同じである時のオペレーターで、 t_E は”exchange” な過程に対応する。この二つの寄与の違いが高エネルギーでの光学ポテンシャルの r 依存性を理解するのに大事であることを後で見る。

$V(\mathbf{r}_{0i})$ については、例えば核子-核子散乱によって得られた自由な核子間相互作用を使おうと思うかもしれない。これはインパルス近似として知られているが、実際にはこれでは実験データにうまくフィットすることができない。そこで、シェルモデル計算でやったのと同じように、相互作用する片方の核子が核内にうめこまれていることによる、実効的な核子間相互作用を使わなければならない。ただし、シェルも出る計算ほど厳密でなくて良い。たいていは無限に広がった核物質で近似でき、計算を大幅に楽にしてくれる。しかし、有限な核は大きな表面をもち、そこでは核子密度がとても小さいところから飽和するところまで変化する。この変化を説明するために、密度依存する有効ポテンシャルが普通使われる。言い方を変えると、式 (7-77) の t_D, t_E が核の密度 ρ の関数になる。密度の違う領域では有効ポテンシャルはそれと同じ密度を持つ核物質を使って計算される。その上核子間相互作用はそれ自身エネルギーに依存するので、結局 t_D, t_E の両方は衝突エネルギーの関数にもなる。

標的核の一粒子波動関数 $\phi_i(\mathbf{r}_i)$ を使って、標的核の核子密度分布は以下のような演算子で表される。

$$\rho(\mathbf{r}) = |\Phi_0\rangle \langle \Phi_0| \approx \sum_i \phi_i^*(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}) \quad (25)$$

これを使い光学ポテンシャルは以下の関数 $f(\mathbf{r}_0, \mathbf{r})$ の積分と関係してくる。

$$f(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) = \sum_i \phi_i^*(\mathbf{r}) t_D(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \rho, E) \phi_i(\mathbf{r}) + \sum_i \phi_i^*(\mathbf{r}) t_E(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \rho, E) \phi_i(\mathbf{r}_0) \quad (26)$$

これは核子間の相互作用に核の密度を畳み込んで作られている。

直接項は比較的评价しやすい。(7-79) の第一項を積分するだけだ。

$$U_{\text{opt}}^D(\mathbf{r}_0, E) = \int \rho(\mathbf{r}) t_D(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \rho, E) d^3r \quad (27)$$

$\rho(\mathbf{r})$ には近似式 (7-78) を使っている。一方で同様の変形は交換項には、式 (7-79) の二つの一粒子波動関数が別々の座標についての関数なのですることができない。結果として交換項の寄与は一般には非局所である。そこで普通交換項を簡単な局所ポテンシャルにするために、「局所運動量」近似が行われる。この結果交換項は以下のように簡単になる。

$$U_{\text{opt}}^E \approx \int \rho(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) t_E(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \rho, E) j_0(k|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|) d^3r \quad (28)$$

$$\rho(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) = \sum_i \phi_i^*(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}_0) \quad (29)$$

実験室系でエネルギーが 200MeV 以下のときは、畳み込みポテンシャルは現象論的な光学ポテンシャルと似た結果になる。しかし高エネルギーでは、半経験的な方法での Woods-Saxon 型では実験にあわなくなることがわかっている。畳み込みポテンシャルの計算では、衝突エネルギーが増えるにつれて光学ポテンシャルがワインボトル型に変形していく (Fig.7-5)。(ただし、スピン-軌道項は依然として同じ形を保つ Fig.7-6)。この原因は直接項と交換項のエネルギー依存性の違いによるものである。Fig.7-7 をみればわかるように、交換項は引力を直接項は斥力を示すが、引力のほうが斥力よりもわずかに鋭くエネルギー依存している。このためにエネルギーが大きくなってくると単純な Woods-Saxon 型のポテンシャルではなくなってしまふのである。Fig.7-8 を見れば、ミクロな光学ポテンシャルが運動量移行の大きい中間エネルギー帯での反応を良く記述することがわかる。

弾性散乱だけでなく、光学ポテンシャルは他のタイプの反応を理解するのにも役に立つ。例えば、直接反応が支配的な場合では同じ終状態になるポテンシャル散乱と多重極散乱がバックグラウンドを形成することも光学ポテンシャルで表現できる。そのため光学ポテンシャルの虚部には直接反応影響を含んでいる。

波動力学の観点から見ると、光学ポテンシャルは入射波および散乱波を平面波からゆがめる平均場と言える。特定の状態への直接反応の効果は光学ポテンシャルに付け加えられる項として扱われる。これらの効果の寄与は特定の終状態に行き易い。直接反応における DWBA の基本的概念は、バックグラウンドを形成する光学ポテンシャルの寄与と、終状態が特別な構造を持っているために起こる直接反応の寄与を分けて考えることである。この方法で計算された結果は測定された反応断面積を良く記述する。

2 §7-5 INTERMEDIATE ENERGY NUCLEAR SCATTERING

§7-3 で、直接反応が自由な核子と束縛された核子との相互作用であるだけでなく、核構造の一面を捉えるのに便利であることを見てきた。その主な理由は反応機構がとても簡単で、核子と書くとの散乱においては、入射粒子の内部構造を無視できるため特によい。直接反応を見るには入射エネルギーが中間エネルギー領域 (=100~1000MeV/核子) であるのが最適である。

中間エネルギー領域よりも十分低いエネルギーでは核子が標的核を通り抜ける間に何度も反応することができ、逆に十分大きい場合には、良いエネルギー分解のが出せず、同時に π 中間子や他の粒子の生成する割合が大きくなり、核子-核散乱の研究には不適切である。

簡単のため、再び終状態には二体だけの状況を考える。注目したいのは陽子の非弾性散乱 (p, p') 反応と、電荷を交換する (p, n), (n, p) 反応である。前節の光学模型で主にやった弾性散乱は無視する。実験では断面積だけでなく、スピンの方向の変化に係する測定も行われるが、簡単のために議論しない。反陽子の散乱も面白いが、議論しない。(反陽子の ^{12}C による散乱のデータが Fig.7-9 に載せてある)

2.1 Scattering amplitude.

直接反応の節で見たように、散乱振幅は始状態と終状態の間の核子-核子ポテンシャルの行列要素で表せられる。

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0) \Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) | \sum_i V(\mathbf{r}_{0i}) | \chi_{k_i}(\mathbf{r}_0) \Phi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \rangle \quad (30)$$

$\chi_{k_i}(\mathbf{r}_0), \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0)$ はそれぞれ入射波と散乱波の Born 近似における波動関数、 $\Phi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A), \Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$ は始状態と終状態の核の波動関数。

散乱振幅の計算では三つの部分に区別される。一つ目は $\chi_{k_i}(\mathbf{r}_0), \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0)$ を計算するための、直接反応以外の効果を平均化した光学ポテンシャルである。これは歪曲波 Born 近似の方法である。二つ目は自由な核子と核内の核子との相互作用を与えるポテンシャル $V(\mathbf{r}_{0i})$ である。光学ポテンシャルによって作られたバックグラウンドの上にこのポテンシャルにより直接反応がおこる。三つ目は始状態と終状態の核の波動関数 Φ_i, Φ_f で、特にその 2 つの関係が必要である。

まず標的核の構造から始める。簡単のために、標的核を基底状態では $J^P = 0^+$ の偶偶核に限定する。そのために散乱によって標的核に移った角運動量がそのまま残留核の終状態のスピンのパリティになる。入射粒子は標的核の一個の核子と作用していると仮定している。そのために、(p, p') 反応の場合には標的核の一粒子状態を励起させると考えられ、(p, n) 反応では入射陽子が捕らえられ、標的核中の一個の中性子が出てくる考える。どちらの場合も、反応によって励起した状態は主に $1p1h$ 励起である。

始状態と終状態の標的核の波動関数の関係は「遷移密度」を使って表せられる。 $1p1h$ 状態の遷移密度は次のようになる。

$$\rho_{tr}(1p1h) = \sum_{ph} a_{ph} |\phi_p\rangle \langle \phi_h| \quad (31)$$

ここで ϕ_h は標的核の基底状態で占有されていた一粒子状態で、 ϕ_p は散乱の前にはあいていた状態である。原理的には $|\phi_p\rangle \langle \phi_h|$ は決まったスピンとアイソスピンになるように結合しており、 ρ_{tr} は決まった階数の球面テンソルである。しかし、以下の議論を簡単にするためこの複雑な決まりを取り除く。

もし状態 $|(1p1h)J^\pi\rangle$ が完全に $1p1h$ 励起状態の線形結合で作られているならば、遷移行列演算子に規格化条件を課することができる。

$$|\langle (1p1h)J^\pi | \rho_{tr}(1p1h) | \text{ground state} \rangle|^2 = 1 \quad (32)$$

この方法で、状態 $|(1p1h)J^\pi\rangle$ は基底状態に作用させた遷移行列 $\rho_{tr}(1p1h)$ を使って表現できる。

$$|(1p1h)J^\pi\rangle = \rho_{tr}(1p1h) | \text{ground state} \rangle = \sum_{ph} a_{ph} |\phi_p\rangle \langle \phi_h | \text{ground state} \rangle \quad (33)$$

シェルモデルのところで見たように $1p1h$ 状態は残留相互作用を無視したハミルトニアン固有状態である。

一般に、核の固有状態は $1p1h$ 状態以外の項を含んでいる。

$$|\Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)\rangle = \sum_{ph} a_{ph} \sum_i |\phi_p(\mathbf{r}_i)\rangle \langle \phi_h(\mathbf{r}_i)| \Phi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)\rangle + \text{other components} \quad (34)$$

これから展開係数 a_{ph} を得られる。

$$a_{ph} = \sum_i \langle \Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) | \phi_p(\mathbf{r}_i) \rangle \langle \phi_h(\mathbf{r}_i) | \Phi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \rangle \quad (35)$$

遷移行列は特定の核の間を関係付ける量だから、プローブと反応の機構には関係ない。このため、励起する過程が違って同じ核で同じ状態を見ているならば同じ遷移行列が現れる。よって、 (p, p') 反応では電磁氣的遷移や電子の非弾性散乱を使って遷移行列を確認することができる。 (p, n) , (n, p) 反応ならば β 崩壊や π 中間子や軽い原子核をプローブとした電荷の移動する散乱での断面積と比較する。

今までは、散乱された核子が入射した核子と同じであるとしてきた。これは散乱振幅の直接項だけを扱ってきたことになる。直接項の散乱振幅は以下のようになる。

$$f_D(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \sum_{ph} a_{ph} \langle \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0) \phi_p(\mathbf{r}) | V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) | \chi_{k_i}(\mathbf{r}_0) \phi_h(\mathbf{r}) \rangle \quad (36)$$

積分は反応に関係しない核子の座標について行われる。 $1p1h$ 励起以外の要素は直接反応では消える。

適当な反対称化をして散乱振幅に、 f_D とのアナロジーで以下のようにかけるであろう、交換項を加えなければならない。

$$f_E(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \sum_{ph} a_{ph} \langle \chi_{k_f} \phi_p(\mathbf{r}) | V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) | \chi_{k_i} \phi_h(\mathbf{r}_0) \rangle \quad (37)$$

$f_D(\theta)$, $f_E(\theta)$ は両方とも入射核子と標的核中の核子との二体行列要素である。散乱振幅をここまで簡単にできたのは、入射核子が標的核の核子に一回だけ散乱されると仮定しているからである。

2.2 Nucleon-nucleus interaction potential.

散乱振幅を計算するときにつかう、 $V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r})$ にはどんなポテンシャルを使えばよいのだろうか。一番簡単なのは自由な核子間の相互作用に置き換えること（インパルス近似）だが、光学ポテンシャルでもやったように一方の核子が核中に束縛されているのでこれではうまくいかない。半経験的な方法で、現象論的な1ボソン交換ポテンシャルを使うことがある。それは湯川型ポテンシャルの和で構成され、それぞれは異なる質量を持ち、中間子の質量が違うことを反映している。それぞれの項の強さは実験に会うように決められる。一例としては、Michigan three-Yukawa (M3Y) ポテンシャルがある。これはたった3つの湯川型ポテンシャルでできていて、多くの (p, p') 反応の微分断面積を再現する。より現実的な方法としては、自由な核子間相互作用に核内核子である補正をかける方法がある。他には、核物質による方法で密度に依存するポテンシャルを使う。どちらも大きな運動量移行があるところまでの微分断面積とスピンの測定値を良く記述する。

再び、中間エネルギー領域の核子が原子核によって散乱されるときに何が起きているかを考える。入射粒子が標的核内の核子のレンジに入る前に、核子は原子核の光学ポテンシャルを感じる。そのため入射核子は、核内核子と直接作用する前に平均場によって変形させられる。相互作用の結果、標的核の1個の核子を違う一粒子状態に移し、散乱粒子は標的核を離れ、再び光学ポテンシャルの場の中を通り過ぎる。計算に使う3つの項目（光学ポテンシャル、核子間相互作用、標的核の波動関数）は3つの別々の問題で、それぞれまったく独立に扱われるだろう。一方で、3つの項目は核子間の相互作用の結果で、原理的には同じ核子間相互作用を用

いて計算できる。そのために、問題は self-consistent な方法で解くことができ、3項目を得られた核子間相互作用が全て計算できるだろう。多体問題では実際にそのようなアプローチを行える場合はレアで、興味深い発展である。この可能性のため、中間エネルギー領域のたくさんの研究が実験と理論両面から近年行われている。

2.3 Relativistic and other effects.

上述の研究だけでなく、中間領域エネルギー領域での核子-原子核散乱は、基本的な反応機構を理解するのにも使われている。例えば、これまでは暗に非相対論的な Schrödinger 方程式によるアプローチをしてきたが、入射角の運動エネルギーがその質量エネルギーに及ぶくらいに大きくなると、相対論的效果が聞いてくる。運動学的な効果だけでなく、ローレンツ共変性が求められ、Schrödinger 方程式の代わりに Dirac 方程式を使わなければならない。スピン $1/2$ の粒子の場合、Schrödinger 方程式ではスピンの上下を示す要素 2 つの波動関数だったが、Dirac 方程式ではさらに粒子と反粒子を表すために要素 4 つの波動関数を使う。

低エネルギーでは、反粒子の項の影響はとて小さく、ポテンシャルのスピンの依存する項として置き換えられる。高エネルギーではそのようなシンプルな置き換えでは不十分で、多体散乱問題の Dirac 方程式を多くことになる。中間エネルギー領域の核子-原子核散乱の観測量、特にスピンの方向の変化に関する量では、相対論的取り扱いが必要になってきている徴候がある。残念ながら、相対論的多体問題を非相対論的な方法で得た知識を使って扱う実験は多くない。中間エネルギー領域で相対論的效果がはっきりするようになるには時間がかかるかもしれない。

電荷が移動する反応で面白いのは強い力と弱い力が関係しているプロセスである。その反応が簡単で、原子核の行列要素が β 崩壊と同じになる中間エネルギー領域での $(p, n), (n, p)$ 反応が一番望ましい。運動エネルギー以外で、 β 崩壊と中間エネルギー領域での電荷交換反応との違いは、その結合定数である。もしそうならば、この 2 つの過程の比は標的核の種類に関係ない。結果として、§6-2 の和則や巨大共鳴の知識が使われている。

一方で、中間エネルギー領域での核子-原子核散乱は自由な核子と原子核に束縛された核子との相互作用の情報を得られると観ることもできる。これは計算に必要な 3 項目のうち 2 つが他の方法で確認できれば可能である。たとえば、光学ポテンシャルは弾性散乱をうまく説明したので、光学ポテンシャルを (p, p') 反応や電荷交換反応にも使うのは妥当である。また、散乱過程の原子核の構造は他の多くの過程のものと一致する。遷移行列を中間エネルギーの電子非弾性散乱等と比べることによって、正しい核構造であるかどうかができる。結局 $V(r_0, r)$ が一番調べにくく、始状態と終状態を注意深く選べば、これの一面を調査できる。

最終的には、これらの 3 つの項目全てがわかれば、より詳細な核子の内部自由度のエキゾチック効果があるかどうかを調べ始める。このエネルギー領域では中間状態で核子が、例えば Δ 粒子に励起するのに十分である。顕著なのが、 π 中間子-核子チャネルの strong P_{33} 共鳴である。 Δ は核子と区別できるので、パウリ原理を受けない。 $1p1h$ 励起の代わりに Δ 空孔励起が起こる。すでに核子以外の自由度が存在することは確認されているが、まだ精度が低く従来の原子核の効果による寄与を計算できず、確かな結果は得られていない。

2.4 High-energy nuclear physics.

実験では、陽子ビームは数 TeV までの非常に高エネルギーのものも使えるようになっている。高エネルギーでの実験の難しいところは、散乱の際に非常に多くの粒子が生成されることである。しかし、エネルギー

が 100GeV を超えると J/ψ の生成が多くなってくる。 J/ψ は半減期が長く、高エネルギーでは非常に狭い幅を持ち、特定が簡単である。。そのため、 J/ψ の生成確率は高エネルギー陽子の散乱に使われる。

運動エネルギーが 100GeV を超えると (正確には運動量が 100GeV/c を超えると)、陽子のド・ブローイ波長は 10^{-2}fm 以下になり、核子のサイズよりもずっと小さくなる。そのような短波長では、自由な核子と原子核に束縛された核子との違いはずっと小さいと予想され、 J/ψ の生成も水素と重い元素とで同じように思われるが、実験結果は大きく予想をはずれ原子核の標的のほうが小さいことがわかった。 J/ψ 以外にも K 中間子や π 中間子でも実験が行われ、やはり違いが現れた。これは自由な核子と束縛された核子とでは違うという決定的な証拠である。

これらの様々な説明が今までになされている。一つのシナリオとしては、高エネルギーのレプトン散乱で起きた EMC 効果と同様のことが起こっているという説。EMC 効果自身も良くわかっていないが、同じ効果を異なるプローブで見れたとしたら、とても興味深く、新しい物理がそこにはあるのかもしれない。もう一つの可能な説明は、強い相互作用をする媒質を通る間に生成された J/ψ が吸収されているとしている。これは QCD に直接関わっているので、QCD を調べる有効な方法になる。そのような高エネルギーでの核反応の実験はまだ比較的少ないけれども、いくつかはこれから行われる、もしくは計画段階に入っている。高エネルギーの原子核物理は強い相互作用の新たな扉を開くだろう。