

§6-3 回転モデル・§6-4 IBA

脇田

10月20日

1 回転モデル

1.1 変形

今までは議論の簡単のため原子核を球形として扱ってきた。しかし、核力・クーロン力・遠心力などによって変形することは十分ありえる。

一般に閉殻付近では球形の原子核が見られる。これは、グループ間にエネルギーギャップがあることと、回転不変を保つため、各グループが $(2l + 1)$ 個の磁気状態をすべて持つことによる。

一方、閉殻と閉殻の間の原子核は多くの 1 粒子状態は近いエネルギーを持つので、最小の形状が非球形になることが可能である。一般に prolate 型か oblate 型になる。prolate 型では四重極モーメントは正、oblate 型では負になる。

また、安定な原子核では球形からのずれは小さいが、質量数が 150~180, 220~250 くらいでは変形が大きくなる。

球形の原子核は波動関数の 2 乗が角度によらなくなるので回転前後の違いが見られないが、回転楕円ならばそれが見られる。

1.2 回転ハミルトニアン

軸対称な物体では、物体に固定した固有座標でのハミルトニアンは

$$H = \frac{\hbar^2}{2I}(\mathbf{J}^2 - J_3^2) + \frac{\hbar^2}{2I_3}J_3^2 \quad (1)$$

と書ける。期待値は $J(J + 1)$, K , J_3 の固有値の関数になる。 K は J を固有座標の 3 軸に射影したものである。

ここでこれからは物体に固定された固有座標 (1,2,3 でラベル) と実験室系の座標 (x, y, z でラベル) をともに用いる。固有座標は対称性をあらわすのに便利であり、実験室座標は回転のエネルギーを表すのに便利である。

1.3 回転波動関数

簡単のため、波動関数を固有座標で形状を表す部分と、実験室座標で回転を表す部分とに分ける。今、関心があるのは J, M, K でラベルされる回転波動関数である。これらはオイラー角の関数になり、 D 関

数, $D_{MK}^J(\alpha, \beta, \gamma)$ に比例する。球面調和関数は固有座標と実験室座標で

$$Y_{JK}(\theta', \phi') = \sum_M D_{MK}^J(\alpha, \beta, \gamma) Y_{JM}(\theta, \phi) \quad (2)$$

で結ばれる。

一定のパリティをもつように波動関数を作ると

$$|JMK\rangle_{rot.} = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} \{D_{MK}^J(\alpha, \beta, \gamma) \pm (-1)^{J+K} D_{M-K}(\alpha, \beta, \gamma)\} \quad (3)$$

1.4 回転バンド

全角運動量 J は異なるが、同じ固有状態をもつグループは回転バンドを形成する。これらはエネルギー、電磁氣的遷移率などに関連性を持つ。

$K = 0$ の場合、 J が偶数ならパリティは +、奇数なら - である。 $K > 0$ のときは $J \geq K$ となり、単純な回転ハミルトニアンは次のエネルギーを与える。

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) + E_K \quad (4)$$

E_K は波動関数の固有部分の寄与である。

これを見ると、各回転バンドは慣性モーメント I と E_K によって区別できる。

1.5 四重極モーメント

軸対称にゆがんだ物体の四重極モーメントは

$$Q_0 = \int (3z^2 - r^2) \rho(\mathbf{r}) dV \quad (5)$$

であらわされる。これは固有座標上での四重極モーメントである。今、実験室座標での四重極モーメント Q_{JK} が知りたい。 $M = J$ の場合

$$Q_{JK} = \frac{3K^2 - J(J+1)}{(J+1)(2J+3)} Q_0 \quad (6)$$

となる。この式が正しいかどうか知るためには Q_{JK} の値を 2 つ以上知らなければならないが、直接観測するのは難しい。そこで電気四重極遷移率を用いる。

1.6 電磁氣的遷移

回転モデルでは、バンド内で角運動量を変えることによって電磁氣的遷移が起こる。ここでは最もよく観測される $E2$ 遷移と $M1$ 遷移について議論する。角運動量の変化によって遷移が起こるので、遷移行列要素は Clebsch-Gordan 係数による。 J_i から J_f への $E2$ 遷移確率は

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{5}{16\pi^2} e^2 Q_0^2 \langle J_i K 20 | J_f K \rangle^2 \quad (7)$$

で書くことが出来る。また $M1$ 遷移確率は

$$B(M1; J_i \rightarrow J_f = J_i \pm 1) = \frac{3}{4\pi} (g_K - g_R)^2 K^2 \langle J_i K 10 | J_f K \rangle^2 \quad (8)$$

1.7 基本モデルへの修正

必ずしも遷移確率は前式のようにはならない。

- K を定数として扱っているが、実際はパリティ不変のため $\pm K$ のカップリングになる。ただし $K = 1/2$ のとき以外は無視できる。
- 原子核は剛体ではないので遠心力によって歪む。
- バンド内の大きなスピンを持つものは backbending 現象を起こす。

1.8 デカップリングパラメータ

奇数質量の原子核は半整数の K を持つ。 $K = 1/2$ のときには、ハミルトニアンに $H'(\Delta K)$ というものを付加して考える。この部分の波動関数は

$$\begin{aligned} \langle JMK | H'(\Delta K) | JMK \rangle_{rot.} \\ \rightarrow \{ \langle D_{MK}^J | H'(\Delta K) | D_{MK}^J \rangle + \langle D_{M-K}^J | H'(\Delta K) | D_{M-K}^J \rangle \\ + \langle D_{MK}^J | H'(\Delta K) | D_{M-K}^J \rangle + \langle D_{M-K}^J | H'(\Delta K) | D_{MK}^J \rangle \} \end{aligned} \quad (9)$$

$\Delta K = 1$ で $K = 1/2$ のときのみ最後の 2 項がゼロでなくなる。

$K = 1/2$ のとき、回転エネルギーは

$$E_J(K = \frac{1}{2}) = \frac{\hbar^2}{2I} \{ J(J+1) + a(-1)^{J+1/2}(J + \frac{1}{2}) \} + E_K \quad (10)$$

となる。 a はデカップリング項である。

1.9 Yrast 準位と backbending

各スピンのもっともエネルギーの低い準位を Yrast 準位と呼ぶ。回転の動きのみが異なる同じ固有状態を持つさまざまな yrast 準位を yrast バンドと呼ぶ。この yrast バンドの観測からエネルギーや遷移確率が高い精度で求まる。

慣性モーメントを回転速度でプロットすると、Z 型のおおきなゆがみが見える。これを backbending と呼ぶ。