

§7-6 MESON-NUCLEUS REACTIONS

核力の大部分は中間子交換模型によって説明されるのでメソンと原子核の反応は重要である。散乱実験では実粒子のメソンを使うことで、核子間でやりとりされる virtual なメソンについて分かることがある。

特にパイオンの散乱では2つの固有な特徴がある。一つ目は、パイオンと核子から Δ ができる P_{33} -resonance が数百 MeV 以下のエネルギーでは支配的であること。二つ目はパイオンには3つの荷電状態があることである。 (π^+, π^0, π^-) によって charge exchange reaction が可能である。

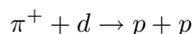
Pion absorption

パイオン吸収では stopped pion と fast pion を使う2種類の研究がある。パイオンが核子に吸収される割合を上げるためには、パイオンの速さを小さくする必要がある。一例として、 π^- を「止める」ひとつの方法として、原子核の軌道に π^- を捕獲させ、 π^- -mesic atom を形成させる方法がある。もしパイオンが強い相互作用が有効になるほど原子核に近づいたらただちに吸収される。

π^- が原子核に吸収されると、 π^- の質量約 140MeV が励起エネルギーとして原子核に移行する。この場合核子のクラスター（例えば α 粒子のクラスター）が現れるか、もしくは核子の内部の励起が起こる可能性もある。（ただしまだ Δ ができるエネルギーではない）一方、「速い」パイオンの吸収は次の式で定義される。



「速い」パイオンの吸収の場合比較的断面積の大きい反応として次の反応がある。



よって速いパイオンの吸収では原子核内の二つの核子にパイオンが吸収される two-nucleon absorption が重要だということが言える。

Pion scattering

パイオン散乱は、パイオンと原子核の相互作用についての重要な情報源である。この実験は3つのカテゴリーに分類できる。

1. 弾性、非弾性散乱（電荷の交換は無い）
2. single-charge exchange(SCX)
3. double-charge exchange(DCX)

50MeV 以下の、 P_{33} -resonance が起こらない低いエネルギーでは、パイオンと原子核の散乱は optical model potential を用いて表される。初めに散乱振幅を考える。ここでは、

Stricker, Carr, McManus (Phys. Rev. C22[1980]2043) によって与えられた、低エネルギーでは散乱は s-波と p-波が支配的であるとして考えられた以下の式を使う。

$$f_{\pi N} = b_0 + b_1 \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau} + (c_0 + c_1 \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \quad (7-88)$$

ここで、 \mathbf{t} はパイオン、 $\boldsymbol{\tau}$ は核子の isospin operator で、 \mathbf{k}, \mathbf{k}' はそれぞれパイオンの始状態と終状態の波数ベクトルである。係数 b_0 と b_1 は S 波散乱に c_0 と c_1 は p 波散乱に関係する係数である。これらの係数は一般に複素数で、実験値をこの式で fit することで決められる。パイオン-原子核間の optical potential は、以下のように表される。

$$U_{opt}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi}{\mu} \left\{ (b(r) + B(r)) - \nabla \cdot [L(r) ((c(r) + C(r)))] \nabla + \frac{p_1 - 1}{2} \nabla^2 c(r) + \frac{p_2 - 1}{2} \nabla^2 C(r) \right\} \quad (7-89)$$

$$p_1 = 1 + \frac{\hbar\omega}{M_N c^2} \quad p_2 = 1 + \frac{\hbar\omega}{2M_N c^2}$$

$$\begin{aligned} b(r) &= p_1 [\bar{b}_0 \rho(r) - e_\pi b_1 \delta \rho(r)] & B(r) &= p_2 B_0 \rho^2(r) \\ c(r) &= p_1^{-1} \{c_0 \rho(r) - e_\pi c_1 \delta \rho(r)\} & C(r) &= p_2^{-1} C_0 \rho^2(r) \\ L(r) &= \left\{ 1 + \frac{4\pi}{3} \lambda [c(r) + C(r)] \right\}^{-1} & \delta \rho(r) &= \rho_n(r) - \rho_p(r) \end{aligned}$$

ここで e_π はパイオンの電荷、 M_N は核子の質量、 $\hbar\omega$ はパイオンの全エネルギー、 $\rho_n(r)$ 、 $\rho_p(r)$ は中性子、陽子の密度を表す。これらのファクターは核子間の相関を first order で表している。S 波における second order の相関も含まれていて、それは以下の式で表される。

$$\bar{b}_0 = b_0 - \frac{3k_F}{2\pi} (b_0^2 + 2b_1^2)$$

ここで k_F は原子核中での核子の Fermi momentum であり、ここでは 1.4 fm^{-1} としている。50 MeV のパイオンが入射してきたときのパラメータの典型的な各値は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \lambda &= 1.4 \\ b_0 &= -0.057 + 0.006i \text{ fm} & c_0 &= 0.75 + 0.03i \text{ fm}^3 \\ b_1 &= -0.134 - 0.002i \text{ fm} & c_1 &= 0.428 + 0.014i \text{ fm}^3 \\ B_0 &= -0.02 + 0.25i \text{ fm}^4 & C_0 &= 0.36 + 1.2i \text{ fm}^6 \end{aligned} \quad (7-90)$$

Fig.7-10 に示されてるように、このモデルは π^+ と π^- の低エネルギーでの弾性散乱の実験データとよく合う。

Charge exchange reactions

Single-charge exchange(SCX) process には (π^+, π^0) , (π^-, π^0) がある。ここでは例として、Fig.7-12 に ^{14}C と ^{60}Ni をターゲットにした (π^+, π^0) 反応の微分散乱断面が載せてある。 P_{33} -resonance 付近の反応を除けば、この過程は (p,n)(n,p) 反応と似ているので、しばしば両者の結果は比べられる。 π^0 は二つの光子に崩壊し、普通これらを検出することになるが、

まだ精度良く測定することは始まったばかりである。

Double-charge exchange(DCX) reaction には (π^+, π^-) と (π^-, π^+) がある。これらは2つの点で興味深い反応である。第一に、これらの反応は最低二つの核子が関係してなくてはならず、ゆえに原子核内の核子同士の相関を調べるのに有用である。二点目として、散乱の断面積を計算する上での遷移行列要素が double β -decay に関係していることである。また Δ ができるまでの中間状態で、DCX が関係しているという実験結果がでているらしい。

Kaons and other mesons

pion に加えて kaon も散乱実験に使える。ストレンジネスの保存から、核子は $\Lambda(1115.6\text{MeV}/c^2)$ や、 $\Sigma(1192\text{MeV}/c^2)$ に変わる。この過程では原子核 A がハイパー核 ${}_Y A^*$ に変わっている。kaon は質量が大きい(約 500MeV)、原子核は高く励起される。一方で、 $S = +1$ の軽いバリオンというのは無いので、 K^+ は原子核に吸収されない。

§7-7 HEAVY-ION REACTIONS

heavy ion という言葉は普通ヘリウム原子核より重い原子核に対して使われる。 $A > 4$ の原子核は内部構造が複雑なため、二つの heavy ion が互いに散乱されたときに多くの反応のチャンネルが開いてしまう。(クラスターが励起されたり、大きな角運動量が生まれたり)

Semi-classical treatment

古典的には角運動量は impact parameter を使って以下のように表せる。

$$\ell = mv_0 b = b\sqrt{2mE} \quad (7-91)$$

量子論的には ℓ は \hbar , 波数 k を使って

$$\frac{\ell}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = bk \quad (7-92)$$

と表せる。ここで ℓ を固定した場合、impact parameter は k に反比例している。このことから center-of-mass でのエネルギーが大きいうことは impact parameter が小さい、ということになる。heavy-ion collision の場合、原子核間の相互作用が複雑なのでしばしば半古典的近似が行われる。これは質量が大きくて角運動量も大きいのでできることであるまた低エネルギーでの散乱の場合、核力が有効になる前に Coulomb 斥力で原子核は離れていってしまうので半古典的な近似が良い。

heavy-ion scattering では二つの原子核の半径の和よりも impact parameter が十分大きければ、Coulomb 斥力が大きいので核力は効いてこない。このような条件だと、散乱は主に弾性散乱で、後は Coulomb excitation が起きて非弾性散乱になるチャンネルがあるだけである。ここで入射エネルギーを増やして行き、impact parameter を小さくしてゆくと、二つの heavy-ion は接触するようになり、核力が散乱に影響を及ぼすようになる。この時、grazing (or critical) angular momentum として、以下の式を定義する。

$$\ell_{gr} = kR_{gr} \quad (7-93)$$

ここで R_{gr} (grazing radius) は、衝突する原子核が核力の引力を感じ始めるときの距離で、

$$R = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (7-94)$$

で表される幾何学的な原始核の半径の和よりも普通大きい。impact parameter: b が R_{gr} よりも小さい場合、二つの heavy ion は重なり合い、多くの反応のチャンネルが開く。この過程は前の核子-原始核散乱よりもずっと複雑である。

Deep inelastic scattering

非常に低エネルギーの場合を除いて、heavy-ion scattering において二つの heavy ion が重なり、合体するのに要する時間は大変短い。反応時間 t_{int} は、 $10^{-22}s$ から $10^{-20}s$ のオーダーで、普通二つの原始核が互いに周りを回って一回転するするのに要する時間 $t_{rot} (> 10^{-20}s)$ よりも短い。よって、ふたつのシステムが互いに平衡状態に至るまでの十分な時間は無い。(Fig.7-16) 多くの実験は、 $A \gtrsim 40$ のターゲット原始核を用いて行われる。衝突エネルギーが Coulomb barrier よりもわずかに大きいくらいだと、多くのチャンネルが開く。(ピークが埋もれ合うわけだから) 普通それぞれのチャンネルを見分けるのは不可能で、重なり合ったピークだけが見える。その cross section は重い原始核で 10 から $20 fm^2$ のオーダーと大きい。20 もの核子がひとつの原始核からもう片方の原始核に移行し、最大 100MeV のエネルギーと $50\hbar$ の角運動量が移行する。

macroscopic なアプローチとして、統計力学のマスター方程式を使う方法がある。

$$\frac{d}{dt} P_n(t) = \sum_m [W_{nm} P_m(t) - W_{mn} P_n(t)] \quad (7-95)$$

$P_n(t)$: 時間 t において系が状態 n にある確率

W_{nm} : 単位時間あたりにおける系が状態 m から状態 n に遷移する確率

式 (7-95) の意味は、ある状態 n を見出す確率というのは、他の状態 m からその状態 n に遷移する確率から、状態 n から状態 m へと遷移する確率をひき、 m について和をとったものである、ということ。

この式はあらゆる種類の transport phenomena (輸送現象) を記述するのに有用であるが、time scale についてある条件がある。

$$t_{equ} \ll t_{coll} \ll t_{Poincaré}$$

ここで、 t_{equ} は、noncollective な自由度が、平衡状態になるまでの時間で、 t_{coll} は collective な自由度が、平衡になるまでの時間である。noncollective な自由度とは、個々の核子とかの自由度で、collective な自由度とは (形の振動とかで現れる) 集団としての自由度のこと。 $t_{Poincaré}$ は Poincaré recurrence time と呼ばれるもので、位相空間においてその系がもとの位置までに戻るまでに要する時間である。さきほどのマスター方程式を適用するには、時間について上の条件が必要である。この意味は、noncollective な自由度はすでに平衡状態に達している必要があり、輸送過程には関わってこない、ということである。

以上のような考え方は実際うまく行っていて、Fig.7-17 に理論と実験値がグラフにしてある。

deep inelastic collision のプロセスは原理的には、シュレディンガー方程式にしてがって

る。ただし、散乱が複雑な場合シュレディンガー方程式を解くのは一般に不可能である。ひとつの解法として、時間に依存した hatree-Fock 近似を使い、シュレディンガー方程式を時間を離散化して解く方法である。

$$\Delta\Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{i\hbar} H\Psi(\mathbf{r}, t)\Delta t$$

$$\Delta\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}, t + \Delta t) - \Psi(\mathbf{r}, t)$$

この方法ではトータルな時間発展は小さな時間発展のステップの繰り返しにより得られる。多くの核子が関わる場合のハミルトン方程式を解くのは大変困難であったが、Hartree-Fock 法により原子核物理のかなりよい描像が得られた。

Angular momentum transfer

Heavy-ion collision にはしばしば大きな角運動量移行が伴う。二つの heavy ion がクーロンバリアを超える運動エネルギーでぶつかった場合、互いに融合して composite system を作る可能性がある。大きな励起エネルギーのため、この composite system は複合核と比べて短い時間しか存在できない。しかし、二つの大きい質量が大きな速度で衝突するため、その composite system は数十から数百の大きな角運動量を持つ。composite system が2つかそれ以上の破片に崩壊した場合、破片間の相対運動に角運動量が持ってかれるので、角破片の自転にはそれほど大きな角運動量は見られない。一方で、分裂に対してバリアーがある場合、励起エネルギーを捨てるために核子の蒸発や γ 線放出が行われる。fission や nucleon evaporation は比較的速いプロセスであるため、十分な量の励起エネルギーが核子の放出によって持っていかれ、比較的遅い過程である γ 線放出が支配的になるまで、その composite system はひとつの核子とは見なせない。fission が起こらなくなっても、composite system に残る原子核には大きな角運動量が残る。その結果、残りの原子核は γ 線放出が支配的になり、§6-3 でやったように yrast level の線に従って崩壊してゆく。(Fig.7-19)

Creation of neutron-deficient nuclei

Heavy-ion fusion は stability の谷から遠く離れた中性子不足核を作る良い方法である。二つの heavy ion が融合したとき、composite system は平均的に N/Z の比を維持し、余剰な中性子は安定な原子核よりも少なくなる。例えば、 ^{90}Zr が二つ結合したとき、その composite system は ^{180}Hg である。最も軽くて安定な水銀のアイソトープは ^{196}Hg である。これはこの composite system は大体 16 個の中性子が”不足”していることを意味している。 ^{180}Hg 原子核は不安定で基底状態での半減期は 2.9s である。クーロンバリアを超えるために、heavy-ion collision からできた composite system は、普通高く励起されていて、その結果できた composite system の寿命は基底状態よりも短くなりやすく、粒子放出により他の原子核に崩壊する確率が高い。中性子不足核を作るという目的からすれば、なるべく低いエネルギーの状態のものを作るのが望ましい。

入射粒子としての heavy-ion はリチウムからウランまで幅広くあり、1600 の自然に存在する原子核に加え、潜在的にこれの約 5 倍の原子核を実験室で作ることができる。こうして

作った原子核は自然には無いものであり、nuclear system について何か新しく重要なことが分かるチャンスである。また、これらの原子核は星の中での核種合成 (nucleosynthesis) の中間状態としても重要で、天体物理の研究に有用である。

Quantum electrodynamics interest

ここでは水素のような簡単な系として、 Z 個の陽子の周りに 1 個の電子が回ってる系を考える。非相対論的には、エネルギーレベルは以下のように与えられる。

$$E_n = - \left[\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \right] \frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = - \frac{\alpha^2 m_e c^2 Z^2}{2 n^2} \quad (7-96)$$

$$E_{1s} = - \frac{\alpha^2 m_e c^2}{2} = -13.6\text{eV} \quad (7-97)$$

より一般的には、原子核を点電荷とみなして Dirac equation を解いて以下ようになる。

$$E_{1s} = m_e c^2 \sqrt{1 - (Z\alpha)^2} \quad (7-98)$$

$Z=1$ の場合はこの値は大体-13.6eV+電子の質量になる。この表式が正しいのは critical value $Z_{cr} \approx 137$ までであり、自然にはこのような大きな原子番号の原子核は存在しないが、heavy-ion collision だと二つの重い原子核の融合により、”nuclear molecules”ができると Z は 137 を超える可能性がある。(supercritical field の形成)

$Z_{cr} \approx 137$ では原子核が点電荷ではないという補正を加える必要があり、 Z_{cr} の真の値は原子核内の電荷分布に依存する。super critical field の物理的意味は以下の通りである。原子核の電荷数が大きくなると、(7-98) に表されるように、1s 状態のエネルギーレベルや他のレベルが小さくなってゆき、critical value まで到達してしまうと、1s-level は負エネルギー領域に侵入し始める。結果として、電荷的に中性である真空が最低エネルギー状態じゃなくなるので、このエネルギーを下げるために、陽電子が放出される。この現象を真空の自発的破れと言う。

Relativistic heavy-ion collision

省略。