

# CHAPTER 9 APPENDIX

## 1 貯蔵リング

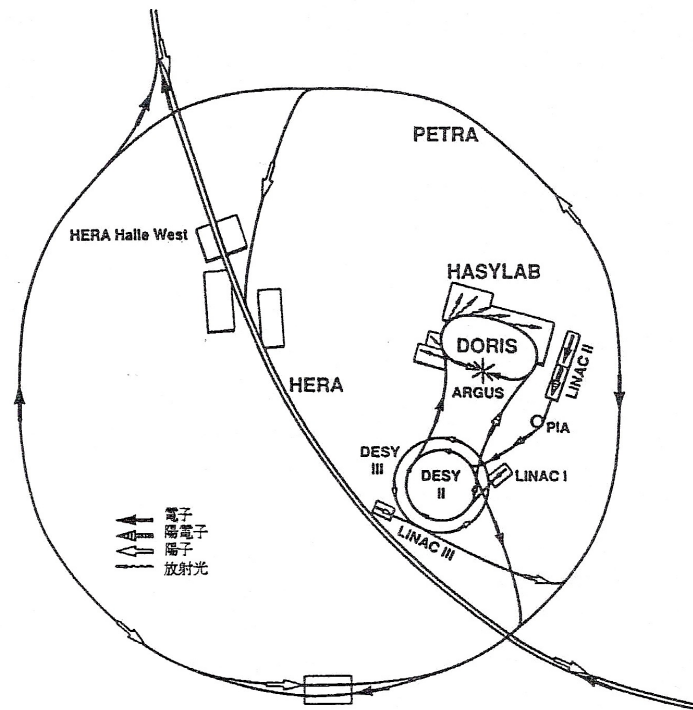
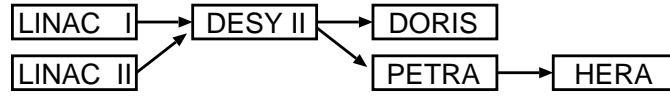


Fig.1.1 貯蔵リング 教科書 p.304 より

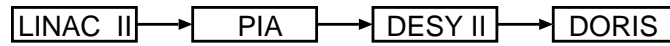
ハンブルクにある DESY(Deutsches Elektronen Synchrotron) の加速器複合体の図。

- HERA(Hadron Elektron Ring Anlage)  
6336m にもなる貯蔵リングで 30GeV の電子と 820GeV の陽子を衝突させる事が出来る。
- DORIS(Doppel Ring Speicher)  
5.6GeV の電子-陽電子の貯蔵リング。
- HASYLAB(Hamburger Synchrotronstrahlungslabor)  
DORIS からの放射光を利用した実験施設。
- PETRA(Positron Elektron Tandem Ring Anlage)  
HERA の始動以前には 23.5GeV の電子-陽電子貯蔵リングとして利用されていたが、HERA の始動後は HERA のための最後の前段加速器として利用されている。

electron



positron



proton

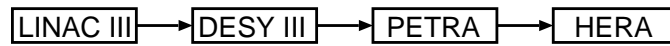


Fig.1.2 フローチャート

## 2 反応断面積の導出

### 2.1 電磁場 $A^\mu$ による Dirac 粒子散乱

Dirac 方程式

$$(\gamma^\mu i\partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (2.1)$$

ゲージ変換  $p^\mu \rightarrow p^\mu - qA^\mu$  であるから

$$(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi = q\gamma_\mu A^\mu \psi = \gamma^0 [q\gamma^0 \gamma_\mu A^\mu] \psi \quad (2.2)$$

この右辺が相互作用項である。

ここで、電子の場合について考えるので  $q = -e$  でええり、一次の摂動をとると遷移振幅は

$$\begin{aligned} S_{fi} &= -i \int \psi_f^\dagger(x) (-e)\gamma^0 \gamma_\mu A^\mu(x) \psi_i(x) d^4x \\ &= -i(-e) \int \bar{\psi}_f(x) \gamma_\mu A^\mu \psi_i(x) d^4x \\ &= -i \int j_\mu^{fi}(x) A^\mu(x) d^4x \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで  $j_\mu^{fi} = -e\bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i$  とおいた。

### 2.2 Current の表式

Dirac 方程式の解

$$\psi = ue^{-ipx} \quad (2.4)$$

を代入すれば

$$j_\mu^{fi} = -e\bar{\psi}_f\gamma_\mu\psi_i = -e\bar{u}\gamma_\mu u e^{i(p_f - p_i)x} \quad (2.5)$$

### 2.3 電磁場 $A^\mu$ の表式

$A^\mu$  は荷電粒子により生成される。生成する電子の運動量変化  $p_1 \rightarrow p_2$  とすれば、その current は

$$j_{21}^\mu = -e\bar{u}\gamma^\mu u e^{i(p_2 - p_1)x} \quad (2.6)$$

これが Maxwell 方程式を満たすので

$$\begin{aligned} \square^2 A^\mu &= j_{21}^\mu \\ q &= p_2 - p_1 \text{とおく} \\ &= -e\bar{u}\gamma^\mu u e^{iqx} \\ \therefore A^\mu &= -\frac{1}{q^2} j_{21}^\mu \end{aligned} \quad (2.7)$$

### 2.4 trace 公式

ここからは

$$\mu^- + e^- \rightarrow \mu^- + e^-$$

の散乱を考える。

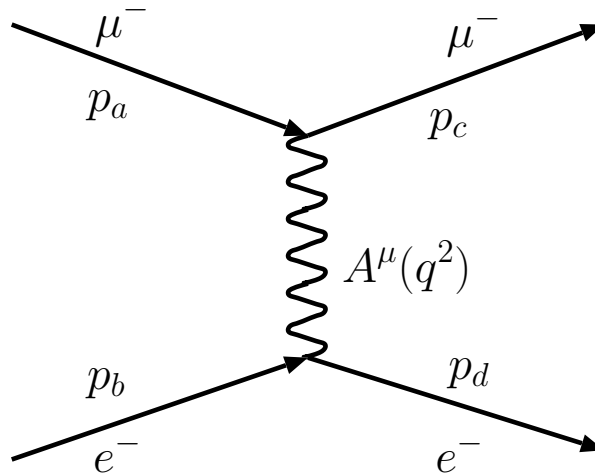


Fig.2.1  $e\mu$  散乱

$q = p_d - p_b$  とおくと、散乱振幅は

$$\begin{aligned}
S_{ca} &= -i \int j_\mu^{ca}(x) \left(-\frac{1}{q^2}\right) j_{bd}^\mu d^4x \\
&= -i \int (-e\bar{u}_c\gamma_\mu u_a) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (-e\bar{u}_b\gamma^\mu u_d) \exp(-i(p_a + p_b - p_c - p_d)x) d^4x \\
&= -ie^2(\bar{u}_c\gamma_\mu u_a) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (\bar{u}_b\gamma^\mu u_d)(2\pi)^4\delta(p_a + p_b - p_c - p_d)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

ここで不変振幅

$$M = e^2(\bar{u}_c\gamma_\mu u_a) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (\bar{u}_b\gamma^\mu u_d) \tag{2.9}$$

全スピン状態について平均をとる

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= \frac{e^4}{q^4} \frac{1}{2s_{\text{electron}} + 1} \frac{1}{2s_{\text{muon}} + 1} \sum_{\text{electron}} \sum_{\text{muon}} [(\bar{u}_c\gamma_\nu u_a)(\bar{u}_d\gamma^\nu u_b)]^\dagger \times [(\bar{u}_c\gamma_\mu u_a)(\bar{u}_d\gamma^\mu u_b)] \\
&= \frac{e^4}{q^4} \left\{ \frac{1}{2s_{\text{electron}} + 1} \sum [\bar{u}_d\gamma^\nu u_b]^\dagger [\bar{u}_d\gamma^\mu u_b] \right\} \times \left\{ \frac{1}{2s_{\text{muon}} + 1} \sum [\bar{u}_c\gamma_\nu u_a]^\dagger [\bar{u}_c\gamma_\mu u_a] \right\} \\
&= \frac{e^4}{q^4} L_{\text{electron}}^{\nu\mu} L_{\nu\mu}^{\text{muon}}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

ここでエルミート共役について

$$\begin{aligned}
[\bar{u}_f\gamma^0 u_i]^\dagger &= [u_f^\dagger\gamma^0\gamma^0 u_i]^\dagger \\
&= u_i^\dagger\gamma^0\gamma^0 u_f \\
&= \bar{u}_i\gamma^0 u_f
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
[\bar{u}_f\gamma^i u_i]^\dagger &= [u_f^\dagger\gamma^0\gamma^i u_i]^\dagger \\
&= u_i^\dagger\gamma^{i\dagger}\gamma^0 u_f \\
&= -u_i^\dagger\gamma^i\gamma^0 u_f \\
&= u_i^\dagger\gamma^0\gamma^i u_f \\
&= \bar{u}_i\gamma^i u_f
\end{aligned} \tag{2.12}$$

であるから

$$\begin{aligned}
L_{\text{electron}}^{\nu\mu} &= \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} [\bar{u}_d\gamma^\nu u_b]^\dagger [\bar{u}_d\gamma^\mu u_b] \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} [\bar{u}_b\gamma^\nu u_d] [\bar{u}_d\gamma^\mu u_b] \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (\bar{u}_b^{(s)})_i (\gamma^\nu)_{ij} (u_d^{(s)})_j (\bar{u}_d^{(s)})_k (\gamma^\mu)_{kl} (u_b^{(s)})_l \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (u_b^{(s)})_l (\bar{u}_b^{(s)})_i (\gamma^\nu)_{ij} (u_d^{(s)})_j (\bar{u}_d^{(s)})_k (\gamma^\mu)_{kl}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

ここで

$$\sum_{\text{spin}} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = \not{p} + m \quad (2.14)$$

であるから

$$\begin{aligned} L_{\text{electron}}^{\nu\mu} &= \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l (\not{p}_b + m)_{ij} (\gamma^\nu)_{ij} (\not{p}_d + m)_{jk} (\gamma^\mu)_{kl} \\ &= \frac{1}{2} \sum_l [(\not{p}_b + m)(\gamma^\nu)(\not{p}_d + m)(\gamma^\mu)]_{ll} \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} [(\not{p}_b + m)(\gamma^\nu)(\not{p}_d + m)(\gamma^\mu)] \\ &= \frac{1}{2} \{ \text{Tr}(\not{p}_b \gamma^\nu \not{p}_d \gamma^\mu) + m \text{Tr}(\gamma^\nu \not{p}_d \gamma^\mu) + m \text{Tr}(\not{p}_b \gamma^\nu \gamma^\mu) + m^2 \text{Tr}(\gamma^\nu \gamma^\mu) \} \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\not{p}_b \gamma^\nu \not{p}_d \gamma^\mu) &= 4 \{ p_b^\nu p_d^\mu + p_b^\mu p_d^\nu - (p_b \cdot p_d) g^{\nu\mu} \} \\ \text{Tr}(\gamma^\nu \gamma^\mu) &= 4 g^{\nu\mu} \end{aligned} \quad (2.16)$$

および、奇数個の  $\gamma$  行列の積の trace は零となる事を利用して

$$L_{\text{electron}}^{\nu\mu} = 2 \{ p_b^\nu p_d^\mu + p_b^\mu p_d^\nu - (p_b \cdot p_d - m^2) g^{\nu\mu} \} \quad (2.17)$$

muon の項についても同様である。

## 2.5 散乱断面積

不変振幅の二乗は

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{e^4}{q^4} L_{\text{electron}}^{\nu\mu} L_{\nu\mu}^{\text{muon}} \\ &= \frac{4e^4}{q^4} \{ p_b^\nu p_d^\mu + p_b^\mu p_d^\nu - (p_b \cdot p_d - m_e^2) g^{\nu\mu} \} \{ p_\nu^a p_\mu^c + p_\nu^c p_\mu^a - (p^a \cdot p^c - m_\mu^2) g_{\nu\mu} \} \\ &= \frac{8e^4}{(p^c - p^a)^4} \{ (p_b \cdot p^a)(p_d \cdot p^c) + (p_b \cdot p^c)(p_d \cdot p^a) \} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ただし、高エネルギーを仮定し最後の式では質量を無視している。

求めたい散乱断面積は

$$(\text{断面積}) = \int \frac{|S_{ca}|^2}{TV \times (\text{入射 flux})} \times (\text{終状態の数}) \quad (2.19)$$

ここで T, V は単位時間、体積である。また入射 flux は F とする。

$$\begin{aligned} |S_{ca}|^2 &= |(2\pi)^4 i \delta(p_i - p_f)|^2 |M|^2 \\ &= (2\pi)^4 \delta(p_i - p_f) \int e^{i(p_i - p_f)x} d^4x |M|^2 \\ &= (2\pi)^4 \delta(p_i - p_f) \int d^4x |M|^2 \\ &= (2\pi)^4 \delta(p_i - p_f) VT |M|^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

また

$$d\text{Lips} = (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - p_c - p_d) \times \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^2 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d} \quad (2.21)$$

とすれば、結局断面積は

$$d\sigma = \frac{|M|^2}{F} d\text{Lips} \quad (2.22)$$

### 2.5.1 dLips の計算

これより先では重心座標系で考える

$$\mathbf{p}_c = -\mathbf{p}_d \quad (2.23)$$

であるから

$$\begin{aligned} d\text{Lips} &= (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - p_c - p_d) \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3 p_c}{2E_c 2E_d} \delta(E_c + E_d - E_a - E_b) \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{p_c^2 dp_c d\Omega}{4E_c E_d} \delta(E_c + E_d - E_a - E_b) \end{aligned} \quad (2.24)$$

ここで

$$\sqrt{s} = E_a + E_b \quad (2.25)$$

および

$$W = E_c + E_d = (\mathbf{p}_c^2 + m_c^2)^{1/2} + (\mathbf{p}_d^2 + m_d^2)^{1/2} \quad (2.26)$$

とする、 $W$  について

$$dW = p_c dp_c \left( \frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_d} \right) \quad (2.27)$$

であるので

$$\begin{aligned} d\text{Lips} &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{p_c^2 d\Omega}{4E_c E_d} \left( \frac{dW}{dp_c} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \frac{p_c d\Omega}{4\sqrt{s}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

### 2.5.2 F の計算

粒子数は単位体積中に  $2E$  個となるように規格化するので

$$\begin{aligned} F &= |v_a - v_b| \times 2E_a \times 2E_b \\ &= 4E_a E_b \left| \frac{\mathbf{p}_a}{E_a} + \frac{\mathbf{p}_b}{E_b} \right| \\ &= 4p_a \sqrt{s} \end{aligned} \quad (2.29)$$

以上の結果から

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} \frac{p_c}{p_a} |M|^2 \quad (2.30)$$

が求まる。

## 2.6 Mandelstam 変数

次のように定義する

$$\begin{aligned} s &= (p_a + p_b)^2 \\ t &= (p_a - p_c)^2 \\ u &= (p_a - p_d)^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

これらの変数は質量が無視できる場合は

$$\begin{aligned} s &= 2p_a \cdot p_b = 2p_c \cdot p_d \\ t &= -2p_a \cdot p_c = -2p_b \cdot p_d \\ u &= -2p_a \cdot p_d = -2p_b \cdot p_c \end{aligned} \quad (2.32)$$

であるから、先ほどもとめた不変振幅の二乗は

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{8e^4}{(p_a - p_c)^4} \{ (p_b \cdot p^a)(p_d \cdot p^c) + (p_b \cdot p^c)(p_d \cdot p^a) \} \\ &= \frac{8e^4}{t^2} \left\{ \frac{s}{2} \frac{s}{2} + \frac{-u}{2} \frac{-u}{2} \right\} \\ &= \frac{2e^4}{t^2} (s^2 + u^2) \end{aligned} \quad (2.33)$$

と非常に簡単な形に表される。

## 2.7 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ 断面積

今まで求めてきた断面積は  $e^-\mu^- \rightarrow e^-\mu^-$  の散乱断面積であった、これから  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  の断面積を求めることができる。

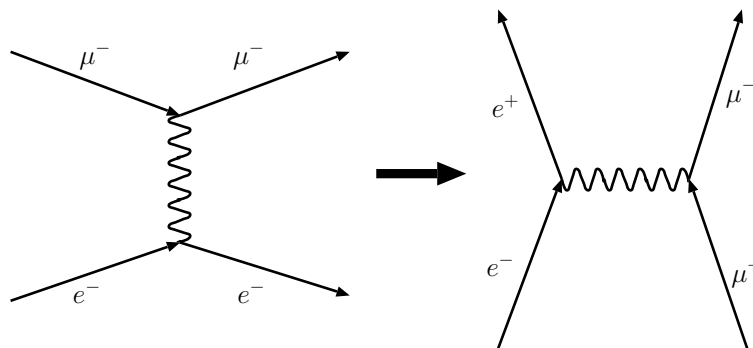


Fig.2.2 組み替え

この図から分かるように変数  $s, t$  が互いに入れ替わる。

したがって、不変振幅の二乗は

$$|M|^2 = \frac{2e^4}{s^2} (t^2 + u^2) \quad (2.34)$$

質量無視で考えると、四元運動量は

$$\begin{aligned}
 p_a &= (E_a, \mathbf{p}_a) \\
 p_b &= (E_a, -\mathbf{p}_a) \\
 p_c &= (E_c, \mathbf{p}_c) \\
 p_d &= (E_c, -\mathbf{p}_c)
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

エネルギー保存から  $E_a = E_c$  であり、散乱角を  $\theta$  とすると、Mandelstam 変数はそれぞれ

$$\begin{aligned}
 s &= (p_a + p_b)^2 = 4E_a^2 \\
 t &= (p_a - p_c)^2 = -2E_a^2(1 - \cos \theta) \\
 u &= (p_a - p_d)^2 = -2E_a^2(1 + \cos \theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

以上の結果から

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} \frac{p_c}{p_a} |M|^2 \\
 &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} \frac{2e^4}{16E_a^4} \times 4E_a^4 ((1 - \cos \theta)^2 + (1 + \cos \theta)^2) \\
 &= \frac{1}{4} \left( \frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \\
 &= \frac{\alpha^2}{4s} (1 + \cos^2 \theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.37}$$

が導出できる。

### 3 Bhabha 散乱

#### 3.1 $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ 散乱

Appendix.2 と同様にまずは  $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$  散乱について考えてから、組み替えて  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  を導出する。

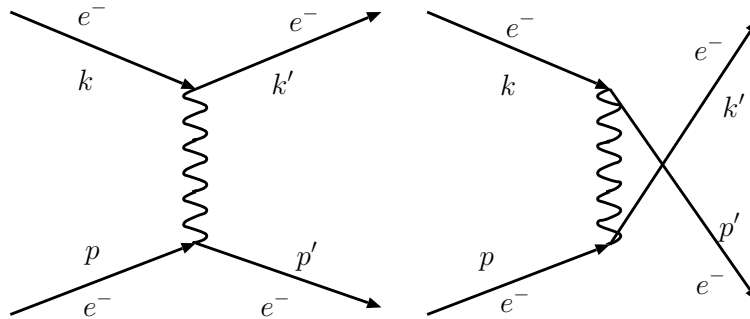


Fig.3.1 散乱

上の図から明らかなように同じ終状態について、2つの散乱の仕方が考えられる。



それぞれの不変振幅は

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{e^2}{t} \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) \\ M_2 &= -\frac{e^2}{u} \bar{u}(k') \gamma^\mu u(p) \bar{u}(p') \gamma_\mu u(k) \end{aligned} \quad (3.1)$$

その和は

$$\begin{aligned} |M|^2 &= |M_1 - M_2|^2 \\ &= |M_1|^2 + |M_2|^2 - 2M_1^* M_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

となり、各々の和ではなく干渉する項もある事が分かる。

Appendix.2 の結果等を利用して計算を進めると

$$\begin{aligned} |M_1|^2 &= \frac{2e^4}{t^2} (u^2 + s^2) \\ |M_2|^2 &= \frac{2e^4}{u^2} (s^2 + t^2) \\ -2M_1^* M_2 &= \frac{4e^2}{ut} s^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

以上から

$$|M|^2 = \frac{2e^4}{t^2} (u^2 + s^2) + \frac{2e^4}{u^2} (t^2 + s^2) + \frac{4e^4}{ut} s^2 \quad (3.4)$$

## 3.2 Bhabha 散乱

組み替えは  $u, s$  を入れ替えればよいので

$$|M|^2 = \frac{2e^4(u^2 + s^2)}{t^2} + \frac{4e^4 u^2}{ts} + \frac{2e^4(u^2 + t^2)}{s^2} \quad (3.5)$$

Mandelstam 変数はそれぞれ

$$\begin{aligned} s &= (k + k')^2 = 4E^2 \\ t &= (k - p)^2 = -2kp = -2E^2(1 - \cos \theta) \\ u &= (k - p')^2 = -2kp' = -2E^2(1 + \cos \theta) \end{aligned} \quad (3.6)$$

これから断面積は

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} |M|^2 \\ &= \frac{\alpha^2}{2s} \left[ \frac{1 + \cos^4(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} - \frac{2 \cos^4(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} + \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

## 4 Breit-Wigner の公式

微分断面積は散乱振幅  $f(\theta)$  をつかい

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (4.1)$$

と表す事ができる。

この散乱振幅を部分波展開し

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{p} \sum (2l+1) \exp(i\delta_l) \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \\ &= \sum (2l+1) f_l(p) P_l(\cos \theta) \end{aligned} \quad (4.2)$$

この部分波振幅

$$\begin{aligned} f_l(p) &= \frac{\exp(i\delta_l) \sin \delta_l}{p} \\ &= \frac{1}{p} \frac{1}{\cot \delta_l - i} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$E = E_R$  を共鳴エネルギーとすると  $\sigma_l = \frac{4\pi}{p^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l$  は最大をとる、したがって、 $\cot \delta_l = 0$  である。

$$\cot \delta_l = \cot \delta_l \Big|_{E=E_R} - c(E - E_R) + \dots \quad (4.4)$$

$-c = \frac{d}{dE} \cot \delta_l \equiv -\frac{2}{\Gamma}$  とおく  
すると

$$f_l(p) = -\frac{1}{p} \frac{1/c}{E - E_R + i/c} \quad (4.5)$$

部分波断面積は

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \frac{4\pi(2l+1)}{p^2} \sin^2 \delta_l \\ &= 4\pi(2l+1) |f_l|^2 \\ &= \frac{4\pi(2l+1)}{p^2} \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_R)^2 + (\Gamma/2)^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

これから、角運動量  $J$  の状態を考えて、反応する粒子のスピンを考えて平均をとる  $p = 1/\lambda$  であるから

$$\sigma(E) = \frac{\pi\lambda^2(2J+1)}{(2s_a+1)(2s_b+1)} \frac{\Gamma^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.7)$$

また、非弾性のときは

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_i + \Gamma_f + \dots \quad (4.8)$$

であるから

$$\begin{aligned} \sigma_f(E) &= \sigma(E) \cdot \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \cdot \frac{\Gamma_f}{\Gamma} \\ &= \frac{\pi\lambda^2(2J+1)}{(2s_a+1)(2s_b+1)} \cdot \frac{\Gamma_i\Gamma_f}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

## 5 G パリティ

### 5.1 G 変換

荷電共役変換  $C$  とアイソスピン変換  $e^{-i\pi\tau_2/2}$  を組み合わせた

$$G \equiv C e^{-i\pi\tau_2/2} \quad (5.1)$$

を G 変換という。

G 変換はすべてのアイソスピン演算と可換で、強い相互作用でのみ G 変換でのパリティが保存するという性質を持つ。

具体的には

$$\begin{aligned}
 G \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} &= C e^{-i\pi\tau_2/2} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \\
 &= C \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \\
 &= C \begin{pmatrix} -n \\ p \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

この

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

は同じアイソスピン変換性を持つ。

というのも  $U$  というアイソスピン変換を考えると

$$\begin{pmatrix} p' \\ n' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

確率の保存から  $U^\dagger U = 1$  また、 $\det U = 1$  の条件を付けると

$$U = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta^* & \alpha^* \end{pmatrix}, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \tag{5.5}$$

となる。

これらの荷電共役を考えると

$$\begin{aligned}
 C \begin{pmatrix} p' \\ n' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \bar{p}' \\ \bar{n}' \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \alpha^* & \beta^* \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{n} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

これと、荷電共役変換前とではアイソスピン変換性が違うことが分かる。変換前は

$$\begin{aligned}
 p' &= \alpha p + \beta n \\
 n' &= -\beta^* p + \alpha^* n
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

であったが、変換後は

$$\begin{aligned}
 \bar{p}' &= \alpha^* \bar{p} + \beta^* \bar{n} \\
 \bar{n}' &= -\beta \bar{p} + \alpha \bar{n}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

変換性を同じようにするためには

$$\begin{aligned}
 (-\bar{n}') &= \alpha(-\bar{n}) + \beta\bar{p} \\
 \bar{p}' &= -\beta^*(-\bar{n}) + \alpha^*\bar{p}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

と並べ替えればよい。

## 5.2 $\rho^0, \omega$ の崩壊のモード

粒子  $q$  と反粒子  $\bar{q}$  からなる系の G パリティは  $(-1)^{J+I}$  である。  $\pi$  中間子の G パリティは  $(-1)$  であり、  $n$  個の  $\pi$  中間子では  $(-1)^n$  である。

$\rho^0, \omega$  は

$$\begin{aligned} |\rho^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle \} \\ |\omega\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle \} \end{aligned} \quad (5.10)$$

であるので

	$J^P$	$I$	$I_3$	G parity
$\rho^0$	$1^-$	1	0	+
$\omega$	$1^-$	0	0	-

したがって、  $\rho^0$  は偶数個、  $\omega$  は奇数個の  $\pi$  中間子にしか崩壊しないことが分かる。

## 6 strangeness

ストレンジネスを持った素粒子の生成と崩壊の様子を記録した泡箱写真。ここで起こっている反応は次の通りである。



生成反応が非常に速いが、泡箱の中に軌跡を残すほどにゆっくりと崩壊する ( $10^{-10}$  -  $10^{-8}$  秒) という二重性は、生成は強い相互作用で行われ、崩壊は弱い相互作用によるものである。このことがストレンジネスという呼び名の由来である。

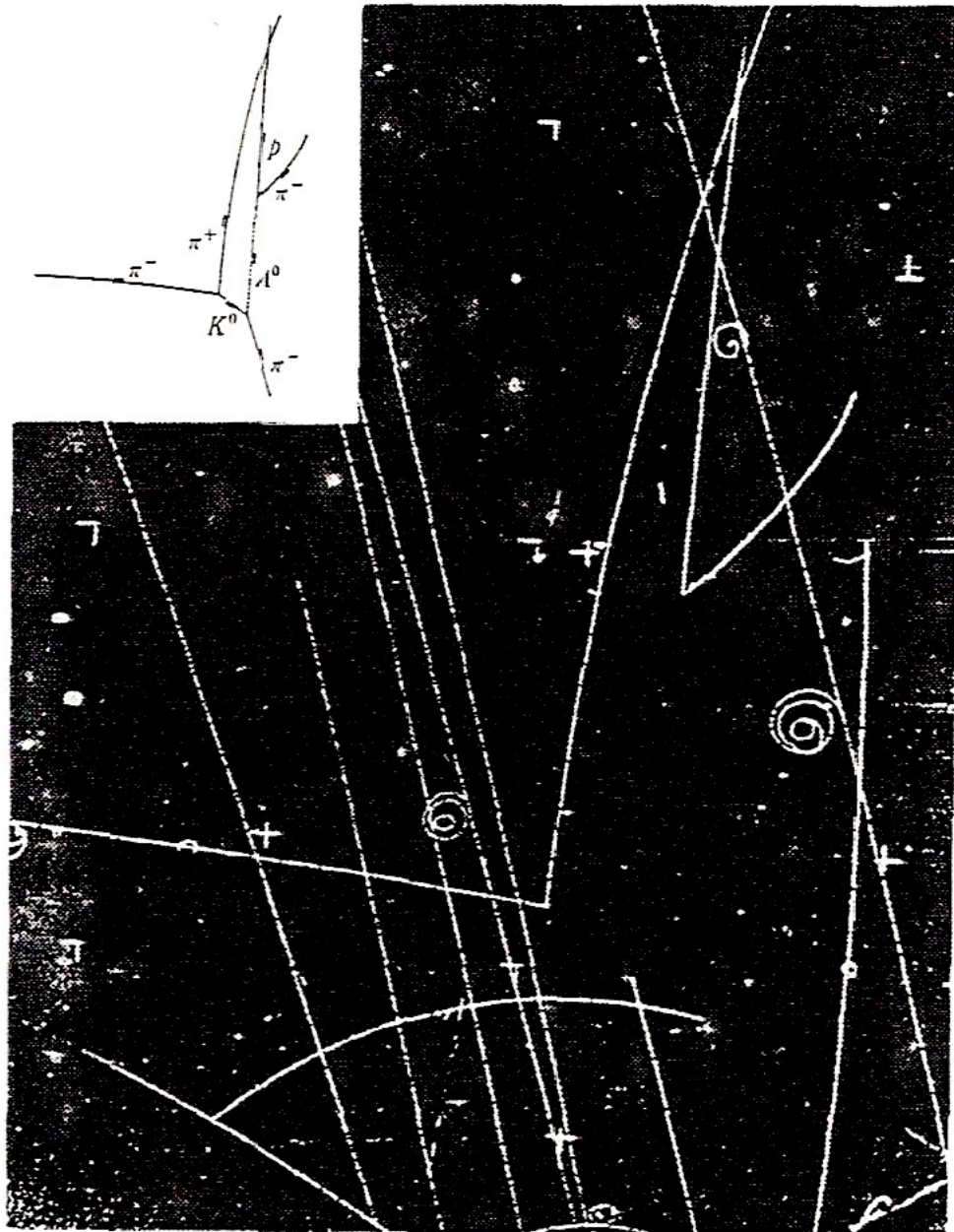


Fig.6.1 LBL Bevatron による泡箱写真 (素粒子物理学の基礎 II p.299 より)