

§7-5 intermediate energy nucleon scattering

§7-3 章でやったように、ストリッピング反応やピックアップ反応に代表される直接反応は、その反応機構がシンプルであるため、自由な核子と束縛された核子との相互作用だけでなく、核構造の一面を捉えるのに便利である。

特に核子と原子核の散乱は、入射粒子の内部自由度が普通無視できるので、特に便利である。そして直接反応を見るには、入射粒子のエネルギーが 100MeV から 1000MeV の中間エネルギーが最適である。

中間エネルギーより低いエネルギーだと核子が原子核を通過する時間が長くなって、multiple scattering が起こって反応が複雑になる。逆に中間エネルギーより高いエネルギーだと良いエネルギー分解能が出せず、また同時にパイオンや他の粒子 (Δ 、他の中間子) が生成してくるので核子-原子核間相互作用を見る条件としては不適切である。

ここで再び、簡単のために終状態が 2 体だけの反応を考える。我々が主眼に置きたいのは (p, p') と表される proton の非弾性散乱と、 $(p, n), (n, p)$ の charge exchange reactions である。

Scattering amplitude

§7-3 章でやったように、Born 近似での散乱振幅は核子-核子間相互作用ポテンシャルの行列要素を使って表せる。

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0) \Phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) | \sum_{i=1}^A V(\mathbf{r}_{0i}) | \chi_{k_i}(\mathbf{r}_0) \Phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \rangle \quad (7-82)$$

ここで $\chi_{k_i}(\mathbf{r}_0)$ 、 $\chi_{k_f}(\mathbf{r}_0)$ はそれぞれ、入射粒子とそれが散乱された後の波動関数、 $\Phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)$ 、 $\Phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)$ は、原子核の始状態と終状態を表す波動関数である。

散乱振幅を計算は次の三つに分けられる。

1. optical model potential によって $\chi_{k_i}(\mathbf{r}_0)$ 、 $\chi_{k_f}(\mathbf{r}_0)$ を計算する。直接反応によるものでは無い効果はすべて optical model potential で平均化される。
2. 入射核子と原子核内の核子との間のポテンシャル $V(\mathbf{r}_{0i})$ を計算する。このポテンシャル + "background" としての optical model potential のもとで直接反応が起きる。
3. 原子核の始状態と終状態の波動関数、 Φ_i 、 Φ_f の計算。特にその間の関係が重要。

ここからはターゲットとなる原子核の始状態と終状態の関係を原子核の構造から考えていく。

簡単のためにターゲットは偶々核でできているとする。このとき原子核の基底状態は 0^+ である。よって散乱によってターゲット核に移行した角運動量はそのままターゲット核の終状態のスピンのパリティからすぐに分かる。

(7-82) 式での基本的な仮定は、入射核子はターゲットの中のひとつの核子としか相互作用しない、ということである。 (p, p') 反応の場合、入射してきた proton が原子核の中のひとつの核子の一粒状態を励起させると考える。 (p, n) 反応の場合、入射してきた proton

が原子核内に捕えられ、neutron が一つはじき出されると考える。どちらの場合も、ターゲット核は主に (1p1h) 状態に励起される。

原子核の始状態と終状態の波動関数の関係は、以下に定義する "transition density" を使って表される。

$$\rho_{tr}(1p1h) = \sum_{ph} a_{ph} |\phi_p\rangle \langle \phi_h| \quad (7-83)$$

ここで $\phi_h(\mathbf{r})$ はターゲット核の基底状態では占有されていた一粒子状態で、 ϕ_p は、散乱前は空いていた一粒子状態である。

もし、 $|(1p1h)J^\pi\rangle$ が完全に 1p1h の励起状態の線型結合で表されるのなら、transition density operator を使って規格化条件として以下の式を定めることができる。

$$|\langle (1p1h)J^\pi | \rho_{tr}(1p1h) | \text{ground state} \rangle|^2 = 1$$

こうすると $|(1p1h)J^\pi\rangle$ は transition density operator を ground state に作用させた式で展開でき、

$$|(1p1h)J^\pi\rangle = \rho_{tr}(1p1h) | \text{ground state} \rangle = \sum_{ph} a_{ph} |\phi_p\rangle \langle \phi_h | \text{ground state} \rangle$$

ただし、この 1p1h 状態というのは、2 体間の残留相互作用が無視できる極限でのハミルトニアン固有状態である。(§6-8 参照) 一般には、原子核のハミルトニアン固有ベクトルは他の要素も含まれているので原子核の終状態は以下のように表される。

$$|\Phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)\rangle = \sum_{ph} a_{ph} \sum_{i=1}^A |\phi_p(\mathbf{r}_i)\rangle \langle \phi_h(\mathbf{r}_i) | \Phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)\rangle + \text{other components} \quad (7-84)$$

ここで、 Φ_i, Φ_f はそれぞれ、始状態と終状態の原子核の波動関数を表す。

次にこの展開係数 a_{ph} を 1p1h-transition operator を使って以下のように表す。

$$a_{ph} = \sum_{i=1}^A \langle \Phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) | \phi_p(\mathbf{r}_i) \rangle \langle \phi_h(\mathbf{r}_i) | \Phi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) \rangle \quad (7-85)$$

transition density は、原子核の 2 つの特定の状態を関係づける量であり、プローブや反応のメカニズムにはよらない。このため、1p1h 励起の途中の過程は違っても始状態と終状態が同じなら、同じ transition density が現れる。

よって我々は電磁氣的遷移や電子の非弾性散乱を使って、 (p, p') 反応の transition density を調べることができる。また $(p, n), (n, p)$ 反応では、transition density は β 崩壊のレートや、パイオンや軽い原子核をプローブとして charge exchange reaction の散乱断面積を調べることによって transition density が調べられる。

今までは散乱される粒子は入射核子のみとしてきたが、この仮定は散乱振幅の直接項だけを扱っていることになり、以下のような式で表される。

$$f_D(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \sum_{ph} a_{ph} \langle \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0) \phi_p(\mathbf{r}) | V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) | \chi_{k_i}(\mathbf{r}_0) \phi_h(\mathbf{r}) \rangle \quad (7-86)$$

積分はターゲット中の反応に関係無い原子核の座標について行われる。今、直接反応で 1p1h 励起しか起こらないと仮定しているので、1p1h 励起以外の要素はゼロになる。

今度は散乱される粒子が入射粒子とは違う場合で、散乱振幅の exchange part は、適当な反対称化をして式 (7-86) と同様に以下のように表せる。

$$f_E(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \sum_{ph} a_{ph} \langle \chi_{k_f}(\mathbf{r}_0) \phi_p(\mathbf{r}) | V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) | \chi_{k_i}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r}_0) \rangle \quad (7-87)$$

散乱振幅をこのようにシンプルな形で書けたのは、入射核子がターゲット核の中のただ一つの核子と一回しか相互作用しないと考えているからであり、残りの核子はこの反応の「傍観者」でしかない。

Nucleon-nucleus interaction potential

ここでは、散乱振幅の表式中にある相互作用ポテンシャル $V(\mathbf{r}_0, \mathbf{r})$ をどうしたらいいかを考える。半経験的に導かれたものの一例として、Michigan three-Yukawa(M3Y) ポテンシャルがある。これはたった3つの湯川ポテンシャルの重ね合わせで、多くの (p, p') 反応の微分散乱断面積をかなりよい精度で予言できる。

ここで再び、中間エネルギーの核子が原子核に散乱されるとき何が起こるかを考える。入射核子はターゲット核の中のひとつの、衝突する核子と相互作用するレンジに入る前は、原子核が作る optical potential 中にある。そのときの入射核子の波動関数は、optical potential によって変形される。相互作用の結果、ターゲット核の中のひとつの核子を異なる一粒子状態に移し、散乱された核子は離れ、再び optical potential の中を進んで行く。散乱振幅を計算するのに必要な3つの部分 (optical potential、核子-核子間相互作用、原子核の波動関数) は、まったく独立に扱ってよい。一方で、これら3つの要素は核子間の相互作用から導かれるものなので、原理的には同じ核子間相互作用のポテンシャルから導かれるはずである。このため、問題を self-consistent な方法で解くことが可能である。多体問題で実際にこのようなアプローチが行えるというのは稀なことなので、興味深い発展であり、近年中間エネルギーでの核子-原子核散乱の研究がたくさん行われている。

Relativistic and other effects

核子-原子核散乱は基本的な反応機構を理解するのにも使われている。(基本的な反応機構というのは) 例えば、今までは非相対論的シュレディンガー方程式が成立すると仮定してきたが、入射粒子の運動エネルギーとその質量に近くなると、相対論的效果が重要になってくる。つまりローレンツ共変な式としてシュレディンガー方程式の代わりにディラック方程式を使う必要がある。

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

波動関数の4つの成分の内、上2つが核子の状態を記述し、下の二つが反粒子を表している。(注意：上記のことは γ 行列を

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

と、とった場合である。)

高エネルギーでは、多体系での散乱問題について Dirac 方程式を解く必要がある。しかしながら、相対論的な多体問題を扱うことはまだあまり行われておらず、こういった相対論的效果がどのようなものなのかがはっきり分かるには時間がかかるかもしれない。

charge exchange reaction で興味深いのは強い相互作用と弱い相互作用が関係しているプロセスである。 $(p, n), (n, p)$ 反応はその反応機構がシンプルで原子核の遷移行列要素が β 崩壊と同じになるので望ましい。(原子核での始状態と終状態が一緒)。運動エネルギー以外で、 β 崩壊と charge exchange reaction の違いは、その結合定数だけである。もしそうならば、この2つの過程が起こる比はターゲット原子核の種類に関係ないし、事実このことは実験で示されている。結果、§6-2 でやったように巨大共鳴の知識や sum rule が、charge exchange reaction の場合にも適用できる。

一方で、中間エネルギー領域での核子-原子核散乱は自由な核子と原子核に束縛された核子との相互作用の情報を得るよい手段だと見ることもできる。これは計算に必要な3つの要素 (optical potential、核子-核子間相互作用、原子核の波動関数) のうち2つが他の方法で確認できれば可能である。たとえば、optical potential は弾性散乱をうまく説明したので、optical potential を (p, p') 反応や charge exchange reaction でも使えるだろうと推測できる。また、散乱過程から分かる原子核の構造は他の多くの過程から分かるそれと一致する。よって遷移行列を中間エネルギーの電子非弾性散乱等と比べることによって、得られた情報が正しいかどうかを確かめられる。結局のところ核子核子間相互作用を表す $V(r, r_0)$ が一番調べにくく、始状態と終状態を注意深く選べば、これの一面を調査できる。最終的に、これらの3つの要素全てがわかれば、核子-原子核散乱において、核子の内部自由度が効いてくるような効果があるのか、という問題を考えることができる。例えばエネルギーが十分高く Δ 粒子が発生し、特にそれがパイオンと核子に崩壊するチャンネル (P_{33} -resonance) を考える。 Δ は他の核子とは区別できるものであり、核子によるパウリブロッキングを受けない。1p1h excitation の代わりに Δ -hole excitation が起こる。すでにこのことは確認されているが、まだ精度が低く従来の原子核の効果による寄与を計算できず、確かな結果は得られていない。

High-energy nuclear physics

実験では proton beam は TeV のオーダーのエネルギーまで使えるようになってきている。これくらいの高エネルギーを扱う上での問題点は proton が散乱されたときに多くの粒子が生成されてしまうことである。しかし、100GeV を超えると J/ψ 粒子の生成が重要になってくる。これらは比較的長い寿命で、高エネルギーで起こるイベントの中では崩壊幅が特に狭いので特定が比較的簡単である。なので、 J/ψ の生成率は高エネルギーの proton の散乱で起こる物理を調べるために使われることがある。

proton の運動量が $100\text{GeV}/c$ を超えると、ドブロイ波の波長は 10^{-2}fm 以下となり、原子核の大きさよりも小さくなる。このように小さい波長だと、自由な核子と原子核に束縛された核子との違いはずっと小さいと予想されたが、実験結果は大きく予想をはずれ原子核の標的のほうが J/ψ 生成の断面積が小さいことがわかった。 J/ψ 以外にも K 中間子や π 中間子でも実験が行われ、やはり違いが現れた。これは自由な核子と原子核中に束縛された核子とは違うという決定的な証拠である。

これについての説明は色々なされているが、実験はまだ少なくこれから調べていく段階にある。