電弱理論（SU(2)L × U(1)）をまとめるなど無謀なんですが無理やりまとめてみました。その式はどっからでて来たんだ？、聞かれると大変困ります。そう聞かれたときは「ゲージ理論入門1、2」（著 I.j.R. Aitchison/ A.J.G.Hey　訳　藤井明彦）からと答えるしかありません。

まず、SU(2)L の量子数弱いアイソスピン T のほかに理論には U(1) の記述のための弱いハイパー荷 y がでてきます。電荷 Q(素電荷 e を１とする) と弱いアイソスピン t と弱いハイパー荷 y の間には

$$Q = t_3 + y/2 \tag{1}$$

の関係があります。ここで Q は素電荷 e で単位化したものです。
さて、電弱理論では Higgs 場と言う場を考え、これの対称性が自発的に破れ、ベクトル場が質量をもつというものです。そのための Higgs 場として

$$\hat{\phi} = \begin{pmatrix} (1/\sqrt{2})(\hat{\phi}_1 + i\hat{\phi}_2) \\ (1/\sqrt{2})(\hat{\phi}_3 + i\hat{\phi}_4) \end{pmatrix} \quad t_3 = \begin{cases} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{cases} \tag{2}$$

というものを考えるとうまく行きます。
質量を持つベクトル場の方程式というのが

$$(\Box + M^2)\hat{A}^\mu - \partial\ \mu\partial_\nu \hat{A}^\nu = \hat{j}^\mu_{interact} \tag{3}$$

となるそうです。この質量 M は真空の遮蔽カレントから

$$\hat{j}^\mu = -M^2 A^\mu + (inteact) \tag{4}$$

と得られます。
でその真空の遮蔽カレントを求めたいんですが各々U(1) カレントが

$$\hat{j}^\mu_y(\hat{\phi}) = i(g^{'}/2)y[\hat{\phi}^\dagger(\partial^\mu\hat{\phi}) - (\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger\hat{\phi}] \tag{5}$$

であり
（真空の遮蔽）SU(2)L カレントが

$$\hat{j}^{a\mu}(\hat{\phi}) = ig[\hat{\phi}^\dagger \frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}(\partial^\mu\hat{\phi}) - (\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger \frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}\hat{\phi}] \tag{6}$$

となるそうなんですが、これらを共変微分で置き換えなくてはならず
共変微係数

$$\partial^\mu \to \hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig(\tau/2)\cdot\hat{\mathbf{W}}^\mu + i(g'/2)y\hat{B}^\mu \tag{7}$$

より

$$\hat{j}^\mu_y(\hat{\phi}) = i(g^{'}/2)y[\hat{\phi}^\dagger(\partial^\mu\hat{\phi}) - (\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger\hat{\phi}] - gg^{'}y\hat{\phi}^\dagger(\tau/2)\cdot\hat{\phi}\hat{\mathbf{W}}^\mu - (g^{'2}/2)y^2\hat{\phi}^\dagger\hat{\phi}\hat{B}^\mu \tag{8}$$

および

$$\hat{j}^{a\mu}(\hat{\phi}) = ig[\hat{\phi}^\dagger \frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}(\partial^\mu\hat{\phi}) - (\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger \frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}\hat{\phi}] - (g^2/2)\hat{\phi}^\dagger\hat{\phi}\hat{W}^{a\mu} - gg^{'}y\hat{\phi}^\dagger(\tau/2)\hat{\phi}\hat{B}^\mu \tag{9}$$

となります。
さて、$\hat{\phi}$ は適当なゲージを取ることにより

$$\hat{\phi} = \begin{pmatrix} 0 \\ f/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \cdots \tag{10}$$

ととれるそうです（f は実定数)。…の部分はこれからの計算には寄与しない部分。これは $t_3=-1/2$ 成分で、また０でない真空値の場は帯電できないので電荷は０。よって関係式

$$Q=t_3+y/2 \tag{11}$$

から y=1 となり (9) に代入すると

$$\hat{j}^{a\mu}(\hat{\phi})=ig[\hat{\phi}^\dagger\frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}(\partial^\mu\hat{\phi})-(\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger\frac{\tau^{\mathbf{a}}}{2}\hat{\phi}]-(g^2/2)\hat{\phi}^\dagger\hat{\phi}\hat{W}^{a\mu}-gg^{'}\hat{\phi}^\dagger(\tau/2)\hat{\phi}\hat{B}^\mu \tag{12}$$

これを計算すると

$$\hat{j}^{1,2\mu}(\hat{\phi})=-(g^{'2}f^2/4)\hat{W}^{1,2\mu} \tag{13}$$

となり、$\hat{W}^{1,2\mu}$ は $W^\pm$ ボソンに当たり

$$M_w=gf/2 \tag{14}$$

が得られる。また a=3 のときは

$$\hat{j}^{3\mu}(\hat{\phi})=-(g^{'2}f^2/4)\hat{W}^{3\mu}+(gg^{'}f^2/4)\hat{B}^\mu \tag{15}$$

となり、これから場の方程式が

$$\Box\hat{W}^{3\mu}-\partial\ \mu\partial_\nu\hat{W}^{3\nu}=-(g^{'2}f^2/4)\hat{W}^{3\mu}+(gg^{'}f^2/4)\hat{B}^\mu+\hat{j}^{3\mu}(\hat{W}) \tag{16}$$

となります。ここで $\hat{j}^{3\mu}(\hat{W})$ は W の自己相互作用の項。

一方、U(1) のゲージ場 $\hat{B}^\mu$ の満たす方程式のほうは

$$\hat{j}^\mu_y(\hat{\phi})=i(g^{'}/2)[\hat{\phi}^\dagger(\partial^\mu\hat{\phi})-(\partial^\mu\hat{\phi})^\dagger\hat{\phi}]-gg^{'}\hat{\phi}^\dagger(\tau/2)\cdot\hat{\phi}\hat{\mathbf{W}}^\mu-(g^{'2}/2)\hat{\phi}^\dagger\hat{\phi}\hat{B}^\mu \tag{17}$$

から、

$$\hat{j}^\mu_y(\hat{\phi})=(gg^{'}f^2/4)\hat{W}^{3\mu}-(g^{'2}f^2/4)\hat{B}^\mu \tag{18}$$

なので

$$\Box\hat{B}^\mu-\partial\ \mu\partial_\nu\hat{B}^\nu=(gg^{'}f^2/4)\hat{W}^{3\mu}-(g^{'2}f^2/4)\hat{B}^\mu \tag{19}$$

となります。ここで $\hat{B}^\mu$ と $\hat{W}^{3\mu}$ の適当な線形結合

$$g'\hat{W}^{3\mu}+g\hat{B}^\mu \tag{20}$$

を考えると (16) と (19) から質量項が相殺され場の方程式は

$$\Box\,(g'\hat{W}^{3\mu}+g\hat{B}^\mu)-\partial\ \mu\partial_\nu(g'\hat{W}^{3\nu}+g\hat{B}^\nu)=g'\hat{j}^{3\mu}(\hat{W}) \tag{21}$$

となりこれは荷電 W 粒子と結合する、質量のない粒子、すなわち光子であると考えられます。規格化すれが式（11．12）になります。

また、電磁場 $\hat{A}^\mu$ に直交する

$$\hat{Z}^\mu=\cos\theta_w\hat{W}^{3\mu}-\sin\theta_w\hat{B}^\mu \tag{22}$$

から

$$\Box\hat{Z}^\mu-\partial\ \mu\partial_\nu\hat{Z}^\nu=-(f^2/4)(g^{'2}+g^2)\hat{Z}^\mu+\cos\theta_w\hat{j}^{3\mu}(\hat{W}) \tag{23}$$

がえられ、これが Z 粒子で、質量は

$$M_z=\frac{1}{2}f(g^{'2}+g^2)^{1/2}=M_w/\cos\theta_w \tag{24}$$

とわかります（式（11.20））

また、ここで共変微分

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + iq\hat{A}^\mu \tag{25}$$

からチャージ q がわかって、実際

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig(\tau/2)\cdot\hat{\mathbf{W}}^\mu + i(g'/2)y\hat{B}^\mu \tag{26}$$

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig(t_3^{(t)})\cdot\hat{\mathbf{W}}^\mu + i(g'/2)y\hat{B}^\mu \tag{27}$$

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig(t_3^{(t)})\hat{W}^{3\mu} + i(g'/2)y\hat{B}^\mu + ig(t_3^{(t)})\hat{W}^{1,2\mu} \tag{28}$$

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig(t_3^{(t)})[\sin\theta_w\hat{A}^\mu + \cos\theta_w\hat{Z}^\mu] + i(g'/2)y[\cos\theta_w\hat{A}^\mu - \sin\theta_w\hat{Z}^\mu] + ig(t_3^{(t)})\hat{W}^{1,2\mu} \tag{29}$$

$$\hat{D}^\mu = \partial^\mu + ig\sin\theta_w\hat{A}^\mu(t_3^{(t)} + y/2) + i(g/\cos\theta_w)\hat{Z}^\mu[\cos^2\theta_w t_3^{(t)} - (y/2)\sin^2\theta_w] + ig(t_3^{(t)})\hat{W}^{1,2\mu} \tag{30}$$

なので ($Q = t_3 + y/2$ を使い)

$$e = g\sin\theta_w \tag{31}$$

これが式（11.16)。また、Z のチャージが

$$g_z = (g/\cos\theta_w)[\cos^2\theta_w t_3^{(t)} - (y/2)\sin^2\theta_w] = (g/\cos\theta_w)[t_3 - Q\sin^2\theta_w] \tag{32}$$

となります（式 (11.18)）