

5.3. GSW理論の高エネルギーでの振る舞い

4-Fermi相互作用では、断面積が $\sigma \propto s$ という依存性を持ち、 S 行列のユニタリ性が破れるという問題があった。

→ 4-Fermi に基づく計算例

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \mu^- e^-) = \frac{G_F^2}{\pi} s \left(1 - \frac{m_\mu^2}{s}\right)^2 \quad (3.33)$$

GSW理論では、この問題が解決していることを見ていく。以下では、常に高エネルギー極限 ($\sqrt{s} \gg M_W$) を問題にする。

① $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ の場合

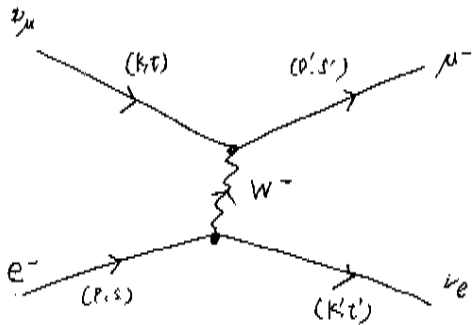
5.2節の計算によれば、

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \longrightarrow \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left[1 + \frac{g_V^2}{2\sin^2\theta} + \frac{(g_V^2+1)^2}{16\sin^4\theta} \right] \quad (5.56)$$

である。この例では、明らかに σ の振る舞いが改善している。
(次の②よりも良いので、これ以上追求はしない。)

② $\nu_e e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$

(3.33) と直接比較するために、 $\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \mu^- e^-)$ を計算する。



S 行列は、

$$S = \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+k-p'-k')}{4V^2 (p_0 k_0 p'_0 k'_0)^{1/2}} A$$

A の求め方

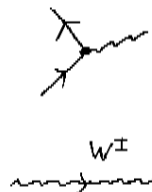


Feynman 図の各部分を、以下の式に対応させる。

- Feynman 則 -

vertex : $\frac{g}{2\sqrt{2}} i \gamma^\mu (1 - \gamma_5)$

propagator : $i \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2}$



external line : 粒子の初状態 $u(p, s)$
 " 終 " $\bar{u}(p, s)$

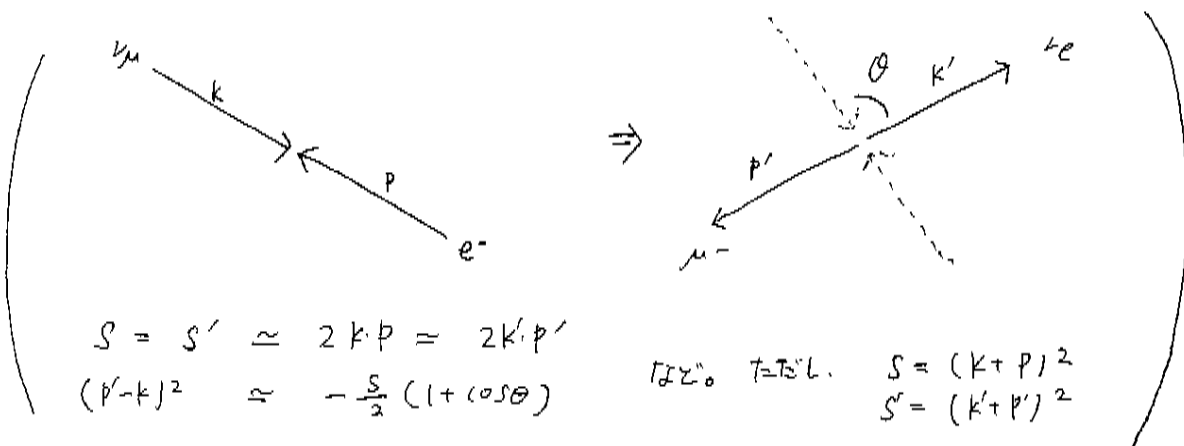
332.

$$A = \bar{u}(p', s') \frac{g}{2\sqrt{2}} i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(k, t) \\ \times i \frac{-g_{\mu\nu} + (p'-k)_\mu (p'-k)_\nu / M_w^2}{(p'-k)^2 - M_w^2} \\ \times \bar{u}(k', t') \frac{g}{2\sqrt{2}} i \gamma^\nu (1 - \gamma_5) u(p, s)$$

始状態のスピンにコヒーレント平均, 終状態にコヒーレント和をとり, 1.70トンの質量を無視すると,

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |A|^2 = \frac{2g^4 (p \cdot k)(p' \cdot k')}{[(p'-k)^2 - M_w^2]^2}$$

と作る。重心系で考えると,



$$\frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |A|^2 = \frac{2g^4 S^2}{[S(1 + \cos\theta) + 2M_w^2]^2}$$

である。従って、微分断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}} = V \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} V \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} |k'|^2 \frac{k_0 p_0}{(k \cdot p)} \frac{V}{T} \cdot \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |S|^2 \\ = \frac{g^4}{32\pi^2} \frac{S}{[S(1 + \cos\theta) + 2M_w^2]^2} \quad (5.71)$$

全断面積は、

$$\bar{\sigma}(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{GM_w^2 \cdot S}{\pi \cdot (S + M_w^2)} \xrightarrow{S \rightarrow \infty} 30 \text{ pb (const)} \quad (5.73)$$

と求まる。 $S \rightarrow \infty$ の極限で、定数になることが分かった。

注). 4-Fermi理論は、GSW理論の低エネルギー有効理論であること

低エネルギー $g^2 \ll M_W^2$ では、Wボソンのプロパゲーターは、

$$\frac{g_{\mu\nu} - (p'-k)_\mu (p'-k)_\nu / M_W^2}{(p'-k)^2 - M_W^2} \approx - \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

と近似できるので、

$$A \approx -i \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{u}(p',s') \gamma^\mu (1-\gamma_5) u(k,\tau)] [\bar{u}(k',\tau') \gamma_\mu (1-\gamma_5) u(p,s)]$$

($T=K_L$, $\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G}{\sqrt{2}}$ を用いた)

従って、S行列は、

$$S = -i \frac{G}{\sqrt{2}} (2\pi)^4 \frac{\delta^{(4)}(p+k-p'-k')}{4V^2 \sqrt{p_0 k_0 p'_0 k'_0}} \underbrace{[\bar{u} \gamma^\mu (1-\gamma_5) u] [\bar{u} \gamma_\mu (1-\gamma_5) u]}_M$$

となる。これは、Exercise 3.3 (3),(4)式と一致する。 //

全断面積 (5.73) が得られたので、この内のS波の寄与 σ_0 を求めたい。
 $S \rightarrow \infty$ における、部分波展開の表式は、(3.37)より、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{CM} \rightarrow \frac{1}{s} \left| \sum_l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} T_l Y_{l0}(\cos\theta) \right|^2$$

一方、(5.71)は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{CM} = \frac{1}{s} \left(\frac{g^2}{4\sqrt{2}\pi} \frac{s}{s(1+\cos\theta) + 2M_W^2} \right)^2$$

であるから、両者を比較すると、(絶対値を比べるので、位相の不確実性が残る)

$$\frac{g^2}{4\sqrt{2}\pi} \frac{s e^{i\delta}}{s(1+\cos\theta) + 2M_W^2} = \sum_l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} T_l Y_{l0}(\cos\theta)$$

となる。S波だけを取り出すには、両辺に Y_{00} をかけて $d\Omega$ 積分すれば良い。
 (球面調和関数の規格直交性を用いる。) すると、

$$|T_0|^2 = \frac{G^2 M_W^4}{4\pi^2} \left[\ln \left(1 + \frac{s}{M_W^2} \right) \right]^2$$

を得る。

従って、(3.38)より、

$$\sigma_0 = \frac{4\pi}{s} |T_0|^2 = \frac{G^2 M_W^4}{\pi} \frac{1}{s} \left[\ln \left(1 + \frac{s}{M_W^2} \right) \right]^2 \quad (5.75)$$

§行列のユニタリ-性が保たれるためには、 $\sigma_0 \leq \frac{4\pi}{s}$ ではなくてはならない。
が、(5.75)式は、(極めて高エネルギー-で)あるものの、この条件を破ってしまうように見える。このエネルギー-スケールは、

$$\sqrt{s} \approx 7 \times 10^8 \text{ GeV}$$

である。

しかし、高次のファインマン図の寄与をくりこむことで、結合定数が、

$$g_{\text{eff}}^2 \approx \frac{g^4}{\left(\log \frac{s}{M_W^2} \right)} \quad (5.76)$$

というエネルギー-依存性を持つこととなる。(running coupling constant) すると、

$$\sigma_0 \approx \frac{g^4}{32\pi c^2 s} \ll \frac{4\pi}{s}$$

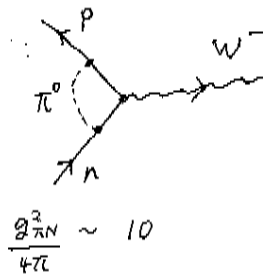
となり、ユニタリ-性は保たれる。

(※ 4-Fermi では、このよくなりにみ操作がで"きないので、高次のダイアグラムを考えると、
過渡が含まなくなるという問題があった。))

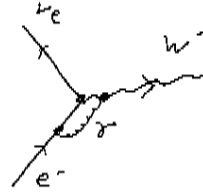
6章. ハドロンのセミレプトン相互作用.

• ハドロンの崩壊の現象論.

主には、ハドロンの β 崩壊について調べて行く。レプトン間の弱い相互作用のみを考えた時と大きく異なる点は、強い相互作用もすることである。しかも、結合の強さは電磁相互作用の100倍もあるので、下図のような π 中間子が飛び出すものが、大きく影響すると思われる。



$$\frac{g_{\pi N}^2}{4\pi} \sim 10$$



$$\alpha \sim \frac{1}{100}$$

しかし、

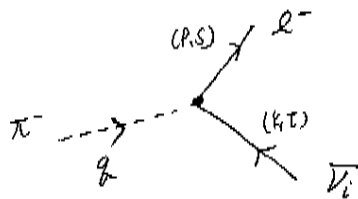
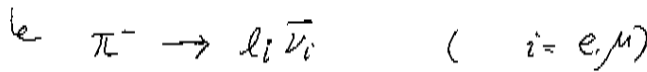


特別な選択則がはたらいて、
これらの寄与はなくなってしまうのか？ (CVC仮説)

→ ほぼ $G_V = 1$

① ストレンジネスが保存する崩壊.

特徴: バリオンのアイソスピンが1変化するが、全アイソスピンは保存する。



レプトンカレントは、これまで通り、

$$J_\mu^{(l)} = \bar{u}_i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_l$$

であるとする。 π 中間子のカレントは、この V-A カレントと結合し、なにかのスピンを運ばないので、次の形をここで考えられる。

$$J_\mu^{(\pi)} = i\sqrt{2} f_\pi g_\mu \frac{1}{\sqrt{2} g_0 V} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}$$

$$\therefore S(\pi^- \rightarrow l \bar{\nu}_i) = -i \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x J_\mu^{(l)\dagger} J_\mu^{(\pi)}$$

$$= -\frac{G}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{p_0 q_0 k_0 V^3}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+k-q) \cdot f_\pi g_\mu \underbrace{\bar{u}(PS) \gamma^\mu (1-\gamma_5) v(KT)}_M$$

π 中間子の結合定数

すべてのスピンの場合の和をとると、

$$\sum_{\text{spins}} |M|^2 = 8 \left[2(p \cdot k)(k \cdot k) - (p \cdot k) k^2 \right] \quad \downarrow \quad k = p+k \text{ を用いる。}$$

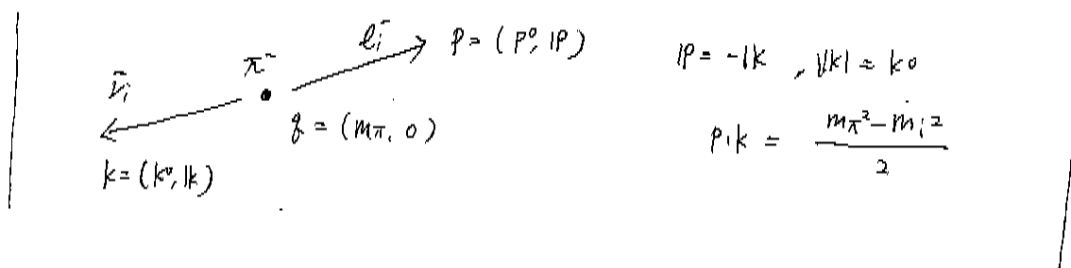
$$= 8 m_l^2 (p \cdot k) \quad \dots \textcircled{X}$$

従って、崩壊率は、

$$W = \frac{1}{T} V^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \sum_{\text{spins}} |S|^2$$

$$= G^2 f_\pi^2 (2\pi)^4 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 p_0} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 k_0} \delta^{(4)}(p+k-k) \frac{m_l^2}{80} (p \cdot k)$$

π^- の静止系では、



$$W = \frac{G^2}{4\pi} f_\pi^2 m_l^2 m_\pi^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2} \right)^2 \quad \text{となる。} \quad \dots (6.13)$$

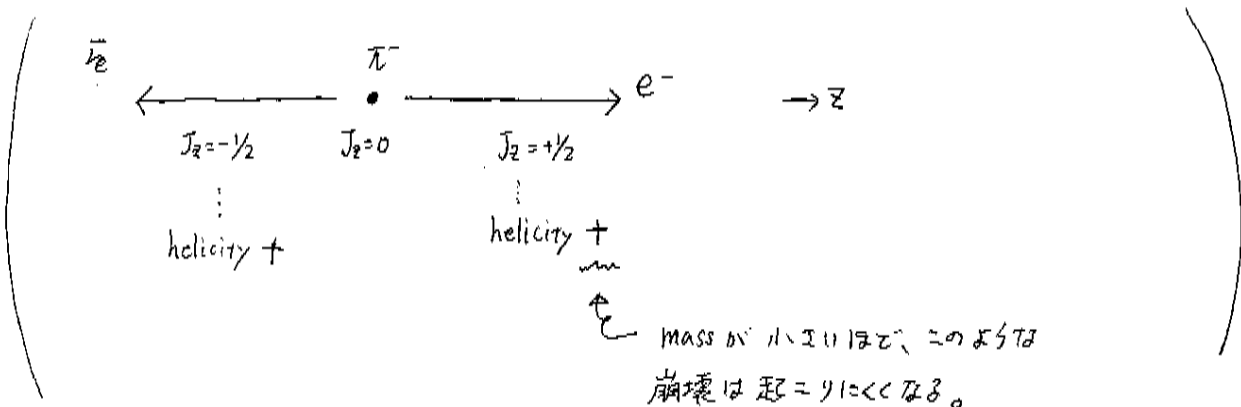
電子とミューオンへの崩壊チャンネルの比は、

$$R_{e/\mu} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.232 \times 10^{-4} \quad (6.14)$$

であり、電子への崩壊は、かなり抑制される。(実験との一致も良い)

実は、このような抑制は、相互作用が、V.A型でないと起きない。また、V.A型であれば、VとAの比がどんなものであっても、抑制は起る。

* 直観的には、電子やミューオンのヘリシティによって考えれば理解できる。



//

* V.A型で抑制が生じ、S.P型では生じないこと

(i) 一般に、レプトンカレントが、 $J_\mu^{(l)}(x) = \bar{U}_i \gamma_\mu (C_V + C_A \gamma_5) U_{li}$ の形をしている時、 $\textcircled{*}$ の係数を、 $2 \rightarrow C_V^2 + C_A^2$ に置きかえればOK。

$$\textcircled{*}' = 4 (C_V^2 + C_A^2) m_l^2 (P \cdot k)$$

$\frac{\overline{\quad}}{\quad}$
この質量依存性は変わらない!

従って、V.A.が任意の比率ではたらく相互作用に於いて、

$$R_{e/\mu} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}$$

が成り立つ。

(ii) レプトンカレントが $J_\mu^{(l)} = \bar{U}_i (C_S + C_P \gamma_5) U_{li}$ の形の時、 π 中間子のカレントはスカラーでなく赭はならないので、 $J_\mu^{(l)} = \frac{f_\pi}{\sqrt{2} V} e^{i\theta \cdot x}$ の形になる。この場合、

$$\textcircled{*}'' = (C_S^2 - C_P^2) (P \cdot k)$$

\uparrow
質量が現れない!

となるので、

$$R_{e/\mu} = \frac{(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} \approx 5.5$$

で、 e, μ^- への崩壊は、同じオーダーで起きる。

② ストレンジネスが保存しない崩壊

特徴: ハドロンに於いて、 $\Delta S = \Delta Q$ が成り立つ。

バリオン数は保存する。

1 K中間子の崩壊は、 π 中間子の崩壊とまったく同様に扱って、分岐比 $R_{e/\mu}$ も同様の特性を持つ。($R_{e/\mu} \sim 10^{-5}$)

1 π とKの強結合定数を比べると、 $f_K/f_\pi = 0.275$ である。

→ ストレンジネス非保存の崩壊は、起りにくい。