

### 7.3 Nuclear Beta Decay

$n \rightarrow p$  の  
遷移 加算  $J_N^\mu(x) = \bar{\Psi}_p(x) (\gamma^\mu - C_A \gamma^\mu \gamma^5) \Psi_n(x)$

$C_A = -C_V / C_V = +1.255$

S行列  $S_{fi}(n \rightarrow p e \bar{\nu}) = -i \int dt H_{int}$   
 $n \rightarrow p$

$= -i \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \int d^4x (J_{W_1}^\mu(x) J_\mu^{(L)}(x)^\dagger + h.c.)$

$= -i \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \int d^4x [\bar{\Psi}_p(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \Psi_n(x)] + h.c.$  (7.65)

$\downarrow$   
 $\left\{ \begin{array}{l} p \rightarrow n e^+ \nu \\ p e^- \rightarrow n \nu \text{ の逆過程} \end{array} \right.$

$p, n, e$  の波動関数  $\left\{ \begin{array}{l} \Psi_p(x) = \psi_p(x) \exp(-iEt) \\ \Psi_n(x) = \psi_n(x) \exp(-iE_n t) \\ \psi_e(x) = \psi_e(x) \exp(-iE_e t) \end{array} \right.$  (7.66)

$\Delta E_{fi} = E_n - E_p - E_e - E_\nu \sim \text{MeV}$  程度

(近似1)  $\beta$ 崩壊の際、原子核は反跳 (recoil) がある、その効果は  $\ll \Delta E_{fi}$  である。

$E_{recoil} = \frac{p_e^2}{2M_N A} \approx 2000 A^{-1} \text{ MeV} \ll \Delta E_{fi}$   
 $\downarrow$   
 核数

(近似2) 従って、 $\psi_e(x), \psi_\nu(x)$  は原子核の体積内で実際上ほぼ一定である。

(近似3) 原子核中の核子の運動は非相対論的によく近似できる。  
 $(E_p \approx E_n \approx M_N)$

以上より、 $\Psi(x) = \begin{pmatrix} \chi(x) \\ \frac{i\sigma \cdot \nabla \chi(x)}{2M_N} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \chi(x) \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \bar{\Psi}_p(x) \gamma^0 \Psi_n(x) \approx \chi_p^\dagger(x) \chi_n(x) \leftarrow \text{Fermi 遷移}$   
 $\bar{\Psi}_p(x) \gamma^\mu \gamma^5 \Psi_n(x) \approx \chi_p^\dagger(x) \sigma \chi_n(x) \leftarrow \text{G-T 遷移}$  (7.71) (7.72)

次に、原子核中の  $\beta$ 崩壊の場合には、任意の中性子が陽子に変換可能な核がある。  
 この効果を考慮すれば、全原子核の波動関数を又し単一行列式で表すことができる。(Feynman)

$\chi(\chi_2) \equiv A [\chi_{p_1}(\chi_1) \dots \chi_{n_2}(\chi_2) \chi_{n_2+1} \dots \chi_{n_2}(\chi_A)]$  (7.73)  
 $\leftarrow$  反対称化演算子

$\chi_2, \chi_1$  を始状態, 終状態の原子核の波動関数とする。

Fermi 遷移 の行列要素  $\langle \chi_2 | \hat{T}_+ | \chi_1 \rangle = \frac{A}{Z_1} \int d^3x_1 \dots d^3x_n \chi_2^\dagger(x_1, \dots, x_n) \hat{T}_+ \chi_1(x_1, \dots, x_n)$  (9.74)

G-T 遷移 の行列要素  $\langle \chi_2 | \hat{T}_- | \chi_1 \rangle = \frac{A}{Z_1} \int d^3x_1 \dots d^3x_n \chi_2^\dagger(x_1, \dots, x_n) \sigma(x_1) \hat{T}_- \chi_1(x_1, \dots, x_n)$  (9.75)

↓  
右側の核子の Pauli 行列  
昇降算子

$\begin{cases} n \rightarrow p \\ \uparrow \\ p \rightarrow 0 \end{cases}$

$\int dt A p (i(E_p t - E_e t + E_n t + E_\nu t)) = 2\pi \delta(E_e + E_\nu + E_p - E_n)$

$e \rightarrow \nu$  の L<sup>+</sup> 遷移 カリットを  $j_+^{(e\nu)}(x)$  とおくと  $(\gamma = \gamma_5) = \dots$

$j_+^{(e\nu)}(x) = \bar{\psi}_e(x) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) \psi_n(x)$  (9.77)

よって, 最終状態の遷移行列要素は,

$S_{fi} = \frac{G}{\sqrt{2}} (i) \int d^4x 2\pi \delta(E_e + E_\nu - \Delta E_{fn}) \times [\langle \chi_2 | j_+^{(e\nu)} | \chi_1 \rangle \langle \nu | d_{\nu}^0 | 0 \rangle + C_A \langle \chi_2 | j_-^{(e\nu)} | \chi_1 \rangle \langle \nu | d_{\nu}^0 | 0 \rangle]$

となる。 (9.78)

ただし ~~核子~~ 核子の  
相互作用を考慮して  
遷移がある

原子核の枠組みで L<sup>+</sup> カリットは  $\beta$  崩壊  
( $\beta^+$  崩壊) の差数となる。

- 以上の式で記述できる  $\beta$  崩壊を 許容遷移 という。
- L<sup>+</sup> より高次の相互作用を持つ放出される  $\beta$  崩壊を 禁制遷移 という。
- この場合には, 遷移確率は許容遷移と比べて何倍も小さくなる。

\*  $\beta$  崩壊の選択則 (許容遷移)

Fermi 遷移  $\rightarrow e \rightarrow \nu$  の角運動量は 0 (スピンだけ L<sup>+</sup>)  $J_f = J_i$  (9.79)

G-T 遷移  $\rightarrow e \rightarrow \nu$  の角運動量は 1 (スピン + L<sup>+</sup>)  $\begin{cases} J_f = J_i \\ J_f = J_i \pm 1 \end{cases}$  (9.80)

原子核の parity は不変

## 7.4 Properties of Allowed Beta decays

(7.77) の  $J_{\mu}^{(2V)}(0)$  の計算では、原子核の  $Z$ - $2Z$  場における電子波動関数の形を考慮して計算する必要がある。

この結果は、 $Z$  の点状の原子核  $\delta(r)$  の Potential 中の連続状態の Dirac 形式を  $\psi$  と  $\psi^{\dagger}$  で決定される。

結果は、原子核付近での電子密度が増加する ( $e^- \rightarrow Z e^-$ )。

$$\frac{|u_{e, Z}(R)|^2}{|u_{e, Z=0}(R)|^2} = 2(1+\gamma) \frac{(2pR)^{-2(1-\gamma)}}{(2pR)^{-2(1-\gamma)}} \exp\left(\pi \frac{Z\alpha E}{p}\right) \frac{|F(1-Z\alpha E/p)|^2}{\Gamma(2\delta+1)^2} \quad (7.81) = F(E, Z) < \text{etc.}$$

$$p = (E^2 - m_e^2)^{1/2}, \quad \delta = (1 - Z\alpha)^{1/2}, \quad R \text{ は 原子核中心から } r \text{ まで}$$

$\gamma = \alpha Z$  は、 $r \rightarrow 0$  で発散する (点状電荷による  $Z$ - $2Z$  Potential が無限大になることに由来する)

$$\text{よって、} F(E, Z) = \frac{|F_{e, Z}(R)|^2}{|F_{e, Z=0}(R)|^2} \quad \text{である。} \quad (7.83)$$

$\square$  原子核の半径

この Factor が重要になるのは、重い原子核の場合だけである。

$Z$ - $2Z$  補正項を  $\lambda$  として単位時間当たりの崩壊確率は、

$$dW = \frac{1}{T} |S_{fi}|^2 \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = \frac{\delta(E_e + E_\nu - E_{e_i})}{(2\pi)^5 2E_e 2E_\nu} F(E_e, Z) |A_{fi}^0|^2 d^3p d^3k \quad (7.84)$$

$$A_{fi}^0 = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | \psi_e \rangle \bar{u}_e(p, s) \gamma^0 (1 - \gamma_5) \psi_\nu(k, t) + \langle 0 | \psi_\nu \rangle \bar{u}_\nu(k, t) \gamma^0 (1 - \gamma_5) \psi_e(p, s) \quad (7.85)$$

電子の崩壊とニュートリノの崩壊とスピン

である。

$$u_e(p, s) = \begin{pmatrix} \lambda_s \\ \frac{c \cdot p}{E_e + m_e} \lambda_s \end{pmatrix} \quad u_\nu(k, t) = \begin{pmatrix} \frac{c \cdot k}{E_\nu} \chi_t \\ \chi_t \end{pmatrix} \quad (7.86)$$

① スピンを測る実験

電子のスピンとニュートリノのスピンは、遷移の型によって異なる。L $\gamma$ T $\gamma$  の簡約系から決定される。

$$\lambda = \frac{c \cdot p}{p} \quad \text{である、} \quad p_{\pm} = m_e^{\pm} (\lambda = \pm 1) \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) m_e (\lambda = \pm 1)$$

$$= \frac{E \mp p}{E + m} \quad (7.87)$$

スピン偏起率は、単位に、 $P = \frac{P_+ - P_-}{P_+ + P_-} = -\frac{v}{c}$  (7.88) と与えられる。

$\beta$  崩壊では  $\rightarrow \frac{v}{c}$

② スピン偏起率の計算

スピン偏起を  $\gamma \rightarrow \tau$  (遷移行列) 要素に、

$$\begin{aligned}
 |\overline{A}|^2 (G(\omega)\theta_c)^2 &= |\langle 1 \rangle|^2 \text{Tr} \{ (P+m_e) \delta^0 (1-\gamma_5) \not{\epsilon} \delta^0 \} \\
 &+ \sum_{\sigma_1, \sigma_2} |\overline{A}|^2 \langle \sigma_1 \rangle \langle \sigma_2 \rangle \text{Tr} \{ (P+m_e) \delta^2 (1-\gamma_5) \not{\epsilon} \delta^2 \} \\
 &+ \sum_{\sigma_1, \sigma_2} (\overline{A} \langle 1 \rangle \not{\epsilon} \langle \sigma_2 \rangle) \text{Tr} \{ (P+m_e) \gamma_5 (1-\gamma_5) \not{\epsilon} \gamma^0 \} \\
 &+ \sum_{\sigma_1, \sigma_2} (\overline{A} \not{\epsilon} \langle 1 \rangle \langle \sigma_2 \rangle) \text{Tr} \{ (P+m_e) \gamma^0 (1-\gamma_5) \not{\epsilon} \gamma_5 \} \quad (7.89)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} \{ (P+m_e) \delta^0 (1-\gamma_5) \not{\epsilon} \delta^0 \} &= \text{Tr} \{ P \delta^0 \not{\epsilon} \delta^0 \} = 4P_\mu \epsilon_\nu (2g_{\mu 0} g_{\nu 0} - g_{\mu\nu} g_{00}) \\
 &= 4(P_0 \epsilon_0 + P_i \epsilon_i) \quad (7.90)
 \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}
 dW(\sigma^+ \rightarrow \sigma^+) &= (2\pi)^{-5} (G(\omega)\theta_c)^2 \delta(E_e + E_\nu - \Delta E_{fi}) F(z, E_e) |\langle f | \not{\epsilon} | i \rangle|^2 \left( 1 + \frac{P_e \cdot M_\nu}{E_e E_\nu} \right) d^3p \quad (7.91) \\
 (P_e = E_e, M_\nu = E_\nu, \text{ 散乱角の和を含む}) & \\
 (1 + P_e \cdot M_\nu) &= \left( P_e = \frac{P}{E_e}, M_\nu = \frac{k}{E_\nu} = \frac{k}{|\Delta E|} \right) \text{ と表すことができる。}
 \end{aligned}$$

最終状態でのスピン平均をとった G-T 遷移の遷移確率は、

$$\begin{aligned}
 dW(J_f = J_i \pm 1, J_f = J_i) &= (2\pi)^{-5} (G(\omega)\theta_c)^2 \delta(E_e + E_\nu - \Delta E_{fi}) F(z, E_e) |\overline{A}|^2 \\
 &\times |\langle f | \not{\epsilon} | i \rangle|^2 \left\{ 1 - \frac{1}{3} P_e \cdot M_\nu + \frac{2}{3} k_i \cdot J_f (M_\nu - P_e) \right. \\
 &\quad \left. + \left[ \frac{1}{3} (P_e \cdot M_\nu - i \vec{J}_f \cdot P_e) (\vec{J}_f \cdot M_\nu) \right] \right\} d^3p d^3k \quad \text{参照: [7.9]}
 \end{aligned}$$

↑  
この項は、パウリ行列を使用した  
簡約行列要素  
↑  
散乱角の偏角方向単位ベクトル

$$\langle J_f M_f | \sigma_\mu^{(i)} | J_i M_i \rangle = \langle J_i \pm 1 M_i | M_i \mu M_f \rangle \langle J_f M_f | \sigma_\mu^{(i)} | J_i M_i \rangle$$

M\_i = 任意の値。

(17.95) において,

$$N_{f_i} = \frac{3 \langle m_i \rangle^2 - J_i (J_i + 1)}{N_{f_i}}$$

$$N_{f_i} = \begin{pmatrix} J_i (2J_i - 1) & (J_f = J_i - 1) \\ -J_i (J_i + 1) & (J_f = J_i) \\ (J_i + 1)(2J_i + 3) & (J_f = J_i + 1) \end{pmatrix} \quad (17.96)$$

$$K_i = \begin{pmatrix} 1 & (J_f = J_i - 1) \\ \frac{1}{J_i + 1} & (J_f = J_i) \\ -\frac{J_i}{J_i + 1} & (J_f = J_i + 1) \end{pmatrix}$$

である。一般の Fermi  $\gamma$  GT が決った遷移は  $\gamma$  ても複雑である。

②  $J_i = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$  (ex.  $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ ,  $\beta^-$ ) の遷移確率

$$d\bar{w} \left( \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \right) = (2\pi)^{-5} (G \cos \theta_c)^2 \delta(E_e + E_\nu - \Delta E) F(Z, E_e) d^3p d^3k \\ + [a + b \hat{p} \cdot \hat{m}_\nu + A \hat{J} \cdot \hat{m}_\nu + B \hat{J} \cdot \hat{k}_e] \quad (17.97) \text{ である。}$$

$$\begin{cases} a = |\langle f | 1 | i \rangle|^2 + C_A^2 |\langle f | \sigma | i \rangle|^2 \\ b = |\langle f | 1 | i \rangle|^2 + \frac{1}{3} C_A^2 |\langle f | \sigma | i \rangle|^2 \\ A = -\frac{2}{3} C_A^2 |\langle f | \sigma | i \rangle|^2 + \frac{2}{\sqrt{3}} C_A^2 \langle f | \sigma | i \rangle \langle f | \sigma | i \rangle \\ B = \frac{2}{3} C_A^2 |\langle f | \sigma | i \rangle|^2 + \frac{2}{\sqrt{3}} C_A^2 \langle f | \sigma | i \rangle \langle f | \sigma | i \rangle \end{cases} \quad (17.98)$$

$C_A$  が複素の場合は,  
 $-\frac{2}{\sqrt{3}} \text{Im}(C_A) \langle 1 | \sigma | 0 \rangle \hat{J} \cdot (\hat{k}_e + \hat{m}_\nu)$   
 が付く。

$\gamma$  GT の全族平均は  $\gamma$  GT 積分すると、崩壊依存項は消え、  
 $a$  のみが残る。

→ (1) の積分値について積分をとり、半導体の結晶の体積  $V = \Omega \times L$  とする。

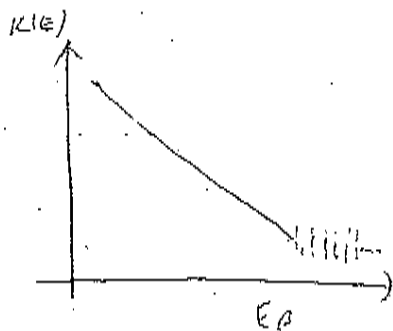
$$\begin{aligned} \frac{dW}{dE} &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi)^5} (6 \cos \theta_c)^2 a F(z, E) D^2 \frac{dV}{dE} \int_0^\infty E^2 dE \delta(E + E_V - \Delta E + E_i) \\ &= \frac{(6 \cos \theta_c)^2}{2\pi^3} a F(z, E) E (E^2 - m_e^2)^{\frac{1}{2}} (\Delta E + E_i - E) \theta(\Delta E + E_i - E) \quad (7.101) \end{aligned}$$

$L = z + 1$  が  $z = 2$  として、 $L = E_V + (2.1)$

↓ Kurie Plot

$$K(E) = \left( \frac{dW/dE}{F(z, E) D^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{a}{2\pi^3} \right)^{\frac{1}{2}} 6 \cos \theta_c (\Delta E + E_i - E) \theta(\Delta E + E_i - E) \quad (7.102)$$

$K(E)$  と  $E$  を Plot すると直線になる。



→ 二次元全空間での積分  $= \int d^3x$ , 全崩壊率  $f_0(0, z) = \frac{1}{30} \int d^3(\delta^2 + 4m_e^2) = \frac{1}{4} \int d^3 \delta^2 + \frac{1}{4} m_e^2 \int d^3 \delta^2$  (7.104)

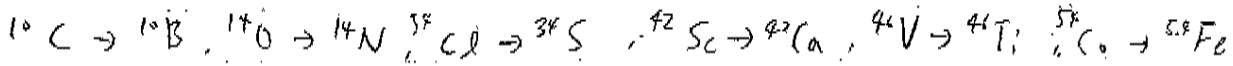
が得られる。

総数  $\rightarrow \frac{1}{E} = W = \int dE \frac{dW}{dE} = \frac{a}{2\pi^3} (6 \cos \theta_c)^2 f_0(z, \Delta E + E_i)$  (7.105) と得られる。

本当は、原子核の有限大きさ、電子の Compton 効果、放射補正、禁止遷移の修正を考慮して、 $z$  は積分は数% 修正される。

$6 \cos \theta_c$  の実験式  $\rightarrow 6 \cos \theta_c = \left( \frac{2\pi^3}{a \tau f_0} \right)^{\frac{1}{2}}$  (7.106)

核行列要素  $\langle f | H | i \rangle$ ,  $\langle f | 0 | i \rangle$  は正確には計算できないが,  
 $0^+ \rightarrow 0^+$  崩壊では簡単に求められる。



$\langle f | H | i \rangle \Rightarrow \langle T_3=1, T_3=0 | \hat{T}_- | T_3=1, T_3=1 \rangle = \sqrt{2}$  (7.107)  
↑ 7.107

↑ 補正を無視した場合 1% 以内で一致

原子核の寿命  $\tau$ ,  $G(0)0_C$  を正確に決定することはできない。

$G(0)0_C = (1.1492 \pm 0.0003) \times 10^{-5} (\text{GeV})^{-2}$

Fermi 積分と半減期の積を  $ft$  値と呼ぶ。  $ft$  値が  $\beta$  崩壊の相定数として使われる。

$ft = f_0 t_{1/2} = f_0 \tau \ln 2 = \frac{2\pi^2 \ln 2}{(G(0)0_C)^2 \alpha}$  (7.109)

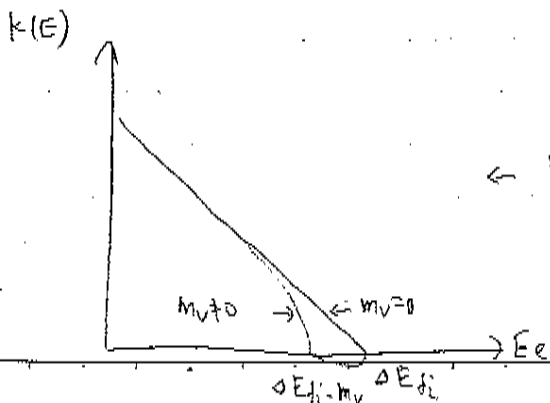
### 7.4 Determination of the Antineutrino Mass in Tritium Decay

ニコトリ) の質量  $m_\nu$  を知るには, (7.10) の積分は,

$$\int_0^{\Delta E_{fi}} E_\nu^2 dE_\nu \delta(E + E_\nu - \Delta E_{fi}) \rightarrow \int_0^{\Delta E_{fi}} E_\nu^2 dE_\nu \delta(E + E_\nu - \Delta E_{fi})$$

$$= (\Delta E_{fi} - E) \left[ (\Delta E_{fi} - E)^2 - m_\nu^2 \right]^{1/2} \Theta(\Delta E_{fi} - E - m_\nu) \quad (1)$$

↳ endpoint 付近の Kurie Plot  $K(E) = \left( \frac{\alpha}{2\pi^2} \right)^{1/2} G(0)0_C (\Delta E_{fi} - E) \left[ 1 - \frac{m_\nu^2}{(\Delta E_{fi} - E)^2} \right]^{1/2}$  (3)



← 数 eV 以内の精度で  $m_\nu$  を知るには, (7.10) の積分を決定できる。

↑ 113) 113) あり,  $20 \text{ eV} \gg m_\nu$ ,  $\pm 5\%$ , 超新星 (ニコトリ) あり,  $m_\nu < 10 \text{ eV}$  が得られている。

9.5 SH の崩壊における軌道電子の励起 (3の差)

9.6 Determination of  $C_A/C_V$  from the lifetime of a Neutron

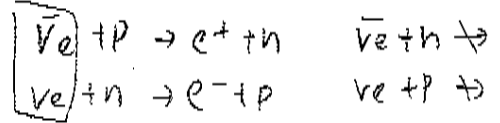
$\tau_n = (898 \pm 16) s$  から;  $C_A$  の値を決定せよ

$$\rightarrow \begin{cases} \langle +1/2 | 1/2 \rangle = \langle T_3 = 1/2, T_3 = 1/2 | T_+ | T_3 = 1/2, T_3 = -1/2 \rangle = 1 \\ |\langle +1/2 | 1/2 \rangle|^2 = \sum_{M_1} |\langle J = 1/2, M_1 + 1 | \hat{C} | J = 1/2, M_1 \rangle|^2 \\ = 4 \langle J = 1/2, M_1 | (\frac{1}{2} \hat{C})^2 | J = 1/2, M_1 \rangle = 4 \times \frac{1}{2} (\frac{1}{2} + 1) = 3 \\ a = |\langle +1/2 | 1/2 \rangle|^2 + C_A^2 |\langle +1/2 | 1/2 \rangle|^2 = 1 + 3 C_A^2 = \frac{2\pi^3}{(G_F^2 + 0 \rightarrow 0.057) \times 10^{-5}} \end{cases}$$

$\rightarrow 1 + 3 C_A^2 = 6.3 \rightarrow C_A \approx 1.29$   
↓ 補正因子の値  
1.25

9.7  $\nu = \pm 1/2$  の質量の天文学的上限  $\rightarrow 17 eV$  (光子の質量と同様、 $< 2 \times 10^{-18} eV$ )

9.8 Double  $\beta$  decay



- ① レフト-数が違うために、 $\pi$  は表に5つ。
- ② 厳密に massless で、helicity が  $\pm 1$  の?  $\pi$  は表に5つ。  $\rightarrow$  この解釈では、 $\nu_e$  と  $\bar{\nu}_e$  は同じ粒子の違う helicity 状態

massless  $\pi$  は、Majorana ( $\pm 1$ ) と Dirac ( $\pm 1$ ) は同じもの。

↓ + 質量  
helicity  $\pm 1$  の状態が  $\pi$  は  $\pm 1$ 、 $\pm 1$  に入ら double  $\beta$  decay が  $\pi$  あり53。

実験から、Majorana ( $\pm 1$ ) の質量の上限は、 $m_{\nu_e} \leq 2 eV$ ,  $\leftarrow$  GUT と consistent



## 7.9 The Majorana Neutrino.

II  
有数の質量を持つ, anti neutrino と区別できない。

↓  
= の場合 Lagrangian の質量項をかく。

$$\text{電荷共役変換 } \psi^c = (i\gamma^0)^{-1} \psi^* = i\gamma^0 \psi^*, \quad \bar{\psi}^c = \psi^T C$$

$$\chi, \quad \psi_L^c = (\psi_L)^c = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi^c = (\psi^c)_R \text{ となる, 下の Lagrangian をかく。}$$

$$\rightarrow \mathcal{L}_M = m_A (\bar{\chi}\chi) = m_A (\bar{\psi}_L^c \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_L^c)$$

$$\mathcal{L}_M = m_B (\bar{\omega}\omega) = m_B (\bar{\psi}_R^c \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_R^c)$$

質量の固有状態

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \psi_L + \psi_L^c \\ \omega &= \psi_R + \psi_R^c \end{aligned} \right\} \text{Charge conjugation 変換}$$

Dirac と Majorana が共存する粒子は,

$$\mathcal{L}_M = m_B \bar{\psi}_L \psi_R + m_A \bar{\psi}_L^c \psi_L + m_B \bar{\psi}_R^c \psi_R + \text{h.c.}$$

$$= (\bar{\chi}, \bar{\omega}) \begin{pmatrix} A & \frac{1}{2}D \\ \frac{1}{2}D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \omega \end{pmatrix} \text{ と表す。}$$

↓ 質量の固有値

$$M = \frac{1}{2} \left\{ (A+B) \pm \sqrt{(A-B)^2 + D^2} \right\} \text{ と表す。}$$

## 7.10 The Solar Neutrino Problem (二ニュートリノ推論)

${}^{37}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$  を利用した(太陽)二ニュートリノ観測で,

$0.47 \pm 0.04 \text{ event/day} \leftarrow \text{太陽}$

$0.08 \pm 0.03 \text{ event/day} \leftarrow \text{宇宙線}$

↑  
予想の  $1/3 \leftarrow \text{二ニュートリノ推論のため}$

$$\begin{pmatrix} \psi_{\nu e} \\ \psi_{\nu \mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{\nu 1} \\ \psi_{\nu 2} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \psi_{\nu 1} \\ \psi_{\nu 2} \end{pmatrix} \quad (\psi_{\nu e}^+, \psi_{\nu \mu}^+) = (\psi_{\nu 1}^+, \psi_{\nu 2}^+) U^\dagger$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2) U \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} U^\dagger + \frac{1}{2}(m_2^2 - m_1^2) U \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} U^\dagger \leftarrow \text{質量差 } \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \text{ の質量 } \mu V \\ & = \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2) \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(m_2^2 - m_1^2) \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

質量差 Lagrangian の質量項

実際には、太陽中の  $\nu = \nu_{\mu}$  の電子の相互作用の補正を入れた、(A)

$$\rightarrow = \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2 + A) + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A - \Delta \cos 2\theta & \Delta \sin 2\theta \\ \Delta \sin 2\theta & -A + \Delta \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\Delta = m_2^2 - m_1^2)$$

$$\hookrightarrow M_{\nu}^2 = \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2 + A) \pm \frac{1}{2} [(\Delta \cos 2\theta - A)^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta]^{1/2}$$

$$A_0 = 2\sqrt{2} G_F E_0 = \Delta \cos 2\theta \quad (\text{仮定})$$

$$E_0 = \frac{(m_2^2 - m_1^2)}{2\sqrt{2} G_F} = 6 \text{ MeV} \text{ 程度, } m_2^2 - m_1^2 = 6 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

$$\rightarrow m_2 \approx 0.008 \text{ eV} \quad (\mu = \nu_{\mu}) \text{ の質量}$$

$$\text{実験値は, } \begin{cases} \Delta m^2 \sim 6 \times 10^{-6} \text{ eV}^2 \\ \Delta m^2 \sim 8 \times 10^{-6} \text{ eV}^2 \end{cases} \text{ の値が得られる。}$$

↓

T2K 実験の正味は測定された。