第１１章　弱い相互作用で交換されるボソン
担当：土居

1934 年 フェルミの β 崩壊の理論 (相互作用が接触型) ←くり込み不可能
1967 年 Glashow-Weinberg-Salam 電弱統一理論←くり込み可能
1983 年 Z ボソンと $W^{\pm}$ が実験で検出 (CERN の $Sp\bar{p}S$)
2008 年 LHC 稼動 (実験目的の一つが GWS 理論で予言される Higgs ボソンを見つけること)

11.1　W ボソンと Z ボソンの実粒子

・**W ボソンと Z ボソンの実粒子の生成に必要なエネルギー**
レプトンと反レプトンもしくはクォークと反クォークの反応で W ボソンと Z ボソンの実粒子の生成に必要な重心系でのエネルギーは $\sqrt{s} = M_{\mathrm{W,Z}}c^2$
e^+e^- 衝突実験で

$$\mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^- \to \mathrm{Z}^0$$

という反応により Z ボソンを作るには $\sqrt{s} = 2E = M_{\mathrm{Z}}c^2$ だけの重心エネルギーが必要。
W ボソンは e^+e^- 衝突では電荷保存より対としてのみ現われる。

$$\mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^- \to \mathrm{W}^+ + \mathrm{W}^-$$

必要なエネルギーは $\sqrt{s} = 2M_{\mathrm{W}}c^2$

・**W ボソンと Z ボソンの実粒子の検出**
Z ボソンは電荷を持たず、電荷を保存するように

$$\mathrm{Z}^0 \to \mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^-$$

$$\mathrm{Z}^0 \to \mu^+ + \mu^-$$

等の崩壊をする。Z ボソンの検出は、反対方向に飛び去る高エネルギーの荷電レプトン対を観測すればよい。(図 11.1)

W ボソンは電荷を持つので、

$$\mathrm{W}^+ \to \mathrm{e}^+ + \nu_e$$

$$\mathrm{W}^- \to \mathrm{e}^- + \nu_\mu$$

等の崩壊をする。ニュートリノの検出が難しいため、W ボソンの検出は Z ボソンの検出よりも複雑。検出された粒子の横方向運動量 (ビーム方向に垂直な運動量成分) の和は 0 からずれている。この運動量欠損はニュートリノのせいと考える。

・**W ボソンの質量と幅**
荷電レプトンの運動量分布から $W^{\pm}$ の質量を決定することができる。以下では

$$\mathrm{u(p)} + \bar{\mathrm{d}}(\bar{\mathrm{p}}) \to \mathrm{W}^+ \to \mathrm{e}^+ + \nu_e$$

という反応を考える。図 11.2a に示されるように、W^+ は生成された時静止しており、その後 e^+ と ν_e に崩壊すると仮定する。
e^+ の横方向運動量は

$$p_t^{e^+} \approx \frac{M_W \cdot c}{2} \sin\theta \tag{11.3}$$

θ は e^+ が放出されるときのビーム軸からの角度である。断面積の p_t あるいは θ 依存性を考えると、

$$\frac{d\sigma}{dp_t} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \cdot \frac{d\cos\theta}{dp_t} \tag{11.4}$$

が得られる。これを書きかえると

$$\frac{d\sigma}{dp_t} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \cdot \frac{2p_t}{M_W c} \cdot \left((\frac{M_W c}{2})^2 - p_t^2 \right)^{-1/2} \tag{11.5}$$

となる。図 11.2b に示されているように、断面積は $p_t = \frac{M_W c}{2}$ でピークをもつ。
実際は W ボソンは生成された時に止まっておらず、また崩壊の幅を持っているので分布はぼやけている。現在のところ、質量と幅の (最も) 正確な値は

$$M_W = 80.33 \pm 0.15 \text{ GeV}/c^2 \qquad \tau_W = 3\times10^{-25}\ \text{s}$$

$$\Gamma_W = 2.07 \pm 0.06 \text{ GeV} \tag{11.6}$$

である。
・Z ボソンの質量と幅
Z ボソンは e^+e^- 消滅によって生成できるので、陽子反陽子衝突よりも正確に質量を決定できる。
質量と幅の実験は

$$M_Z = 91.187 \pm 0.007 \text{ GeV}/c^2$$

$$\Gamma_Z = 2.490 \pm 0.007 \text{ GeV} \tag{11.7}$$

である。
・W ボソンの崩壊
W ボソンは左巻きのフェルミ粒子にしか結合しない。(パリティの破れ、10 章)
また、結合の強さはどの粒子に対しても同じ。(普遍性)
よって、W ボソンの実粒子が崩壊する際には、全てのフェルミ粒子反フェルミ粒子の対が同じ頻度で生成される事が予想される。クォーク反クォーク対の生成には色電荷が 3 種類あるため因子 3 が入る。t クォークは質量が大きい (168~192GeV) ので生成が不可能。フェルミ粒子が様々な質量を持つ事を無視すれば、W^+ 崩壊の際に
$e^+\nu_e, \mu^+\nu_\mu, \tau^+\nu_\tau, u\overline{d'}, c\overline{s'}$ が 1:1:1:3:3 という比で生成されると期待される。状態 $\overline{d'}$ と $\overline{s'}$ は Cabibbo 回転をした弱い相互作用の固有状態である。
W ボソンがどのクォーク反クォーク対に崩壊したかは、ハドロン化の過程があるため実験では決定が難しい。しかしレプトン対に崩壊する場合には識別は容易。それぞれのレプトン対のチャネルに対する崩壊分岐比は 1/9 が期待される。実験結果は

$$W^+ \to e^+ + \nu_e \quad 10.8 \pm 0.4\%$$

$$W^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \quad 10.4 \pm 0.6\%$$

$$W^+ \to \tau^+ + \nu_\tau \quad 10.9 \pm 1.0\% \tag{11.8}$$

であり、実験とよく一致している。W$^-$ についても同様。

・Z ボソンの崩壊

Z ボソンが W ボソンと同じように同じ強さで結合するならば、6つのレプトンチャンネルとエネルギー的に可能な5つのハドロンチャンネルに対して分岐比 1:1:1:1:1:1:3:3:3:3:3 が期待される。つまり、レプトン反レプトン対のそれぞれについては 1/21、クォーク反クォークについては 1/7 が期待される。

ここにかわり 全すでないか

分岐比の決定

荷電レプトンについては3つともそれぞれ測定 (識別可能)

ハドロンチャンネルをまとめて測定 (識別が困難)

ニュートリノについては Z ボソンの崩壊の全幅と上2つの部分幅から決定する。

崩壊幅について、

スピン依存性を正しく扱うと、Breit-Wigner の式 (9.9) は

$$\sigma_{i\to f}(s) = 12\pi(\hbar c)^2 \cdot \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(s - M_Z^2 c^4)^2 + M_Z^2 c^4 \Gamma_{\rm tot}^2} \tag{11.9}$$

と表される。

ここで Γ_i は初めのチャンネルの部分幅 ($Z^0 \to e^+e^-$ という崩壊の部分幅) であり、Γ_f は終わりのチャンネルの部分幅である。また、$\Gamma_{\rm tot}$ は Z^0 の全幅で、

$$\Gamma_{\rm tot}(Z^0) = \sum_{\text{全フェルミ粒子 } f} \Gamma(Z^0 \to f\bar{f}) \tag{11.10}$$

LEP と SLC の実験の解析から、次のような分岐比が与えられている。　　上期のりワレ

$Z^0 \to e^+ + e^-$	$3.366 \pm 0.008\%$	4.8
$\mu^+ + \mu^-$	$3.367 \pm 0.013\%$	
$\tau^+ + \tau^-$	$3.360 \pm 0.015\%$	
$\nu_{e,\mu,\tau} + \overline{\nu}_{e,\mu,\tau}$	$20.01 \pm 0.16\ \%$	14
ハドロン	$69.90 \pm 0.15\ \%$	71.4

(11.11)

これは上で予想した比と異なっていて、Z ボソンの結合は電荷に依存している。

W ボソンは全てのフェルミ粒子に同じ強さで結合するのに対して、Z ボソンはもっと複雑な相互作用を媒介している。

11.2　電弱相互作用の統一

Z ボソンの性質は電弱相互作用の理論によって大変よく記述される。

この理論の枠組みにおいては、電磁相互作用と弱い相互作用は1つの相互作用の2つの面としてとらえられる。

・弱いアイソスピン

強い相互作用におけるアイソスピンと同様に、弱いアイソスピンという量子数を導入する。
左巻きのクォークとレプトンのそれぞれのファミリーはフェルミ粒子の２重項を作り、W ボソンの放出ないし吸収によってたがいに移り変わることができる。弱いアイソスピン $T = 1/2$ とその第３成分 $T_3 = \pm 1/2$ を１つのファミリーの２つのフェルミ粒子に指定する。(表 11.1)
右巻きの反フェルミ粒子は、左巻きのフェルミ粒子と比べて T_3 と z_f(電荷) の符号が逆である。
一方、右巻きのフェルミオン (及び左巻きの反フェルミ粒子) は W ボソンに結合しない。これらは弱いアイソスピン１重項 ($T = T_3 = 0$) として記述される。

弱い相互作用にかんする charge

表11.1 電弱相互作用の多重項。d', s', b' は Cabibbo 回転によって質量の固有状態から作られる。

	フェルミ粒子多重項			T	T_3	z_f	Y
レプトン	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$+1/2$ $-1/2$	0 -1	-1 -1
	e_R^-	μ_R^-	τ_R^-	0	0	-1	-2
クォーク	$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$+1/2$ $-1/2$	$+2/3$ $-1/3$	$1/3$ $1/3$
	u_R	c_R	t_R	0	0	$+2/3$	$4/3$
	d_R	s_R	b_R	0	0	$-1/3$	$-2/3$

$Q = T_3 + \frac{Y}{2}$

· **Weinberg 角**
荷電流による反応の際、T_3 が保存されるとする。

$\nu_e \xrightarrow{W^-} e^-$ の反応で T_3 が保存するためには $T_3(W^-) = -1$ である。

⇒ ~~W⁻ ボソンは量子数 $T_3(W^-) = -1$, W⁺ ボソンは $T_3(W^+) = +1$ を持たなければならない。~~
⇒ このほかに $T = 1, T_3 = 0$ であるような状態が存在するはずである。これを W^0 と呼び、$W^\pm$ と同じ強さ g でフェルミ粒子の２重項に結合し、$W^\pm$ と弱いアイソスピン３重項を形成する。
弱いアイソスピンの１重項 ($T = 0, T_3 = 0$) である状態を B^0 と呼び、B^0 の結合の強さは３重項と同じである必要はなく、g' とする。
W^0 と B^0 はフェルミ粒子の弱いアイソスピンを変えない。
光子 ($|\gamma\rangle$) と Z ボソン ($|Z^0\rangle$) を、W^0 と B^0 の線型結合として記述することで、電磁相互作用と弱い相互作用の統一ができると考える。
係数は規格化と、光子と Z ボソンの直交性を満たすように、

$$|\gamma\rangle = \frac{g|B^0\rangle + g'|W^0\rangle}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

$$|Z^0\rangle = \frac{g|W^0\rangle - g'|B^0\rangle}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \tag{11.12}$$

$T = 1 \begin{cases} W^+ \\ W^0 \\ W^- \end{cases}$ $\{B^0$ $T=0$

weak isospin triplet and singlet

とする。３種類の電荷 g, g', e の関係：

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \tag{11.13}$$

$\langle\gamma|Z^0\rangle = 0$

$\langle\gamma|\gamma\rangle = 1$

$\langle Z^0|Z^0\rangle = 1$

混合することたら charge が 0 のものである

新たな Z^0 と A_μ と $\mathcal{L}_{int}$ を考えたい。

$\mathcal{L}_{int} = -\bar{\psi}\gamma^\mu (g_w \sin\theta_w) A_\mu Q \psi$

‖

e

g' は直接測定できず、電弱混合角 θ_W(Weinberg 角) によって表現できる。:

$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}\ , \quad \tan\theta_W = \frac{g'}{g} \tag{11.14}$$

結局、Weinberg 角を用いれば、式 (11.12) は

$$\begin{pmatrix} |\gamma\rangle \\ |Z^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |W^0\rangle \end{pmatrix} \tag{11.15}$$

と書けて、式 (11.13) は

$$e = g \cdot \sin\theta_W \tag{11.16}$$

と書ける。

Weinberg 角は例えば、$\nu - e$ 散乱や、e^+e^- 散乱における電弱干渉や、Z^0 の幅や、$W^\pm$ と Z^0 の質量比から決めることができる。 $\sin\theta_W = 0.2315 \pm 0.0004$

Z^0 ボソンによる相互作用では電荷も役割を担っていて、Z^0 ボソンがフェルミ粒子 f に結合する強度は、

$$g_Z(f) = \frac{g}{\cos\theta_W} \hat{g}(f) = T_3 - z_f \sin^2\theta_W \tag{11.18}$$

ここで、z_f は素電荷を単位としたフェルミ粒子の電荷である。

・W と Z ボソンの質量の比

式 (10.8) と式 (11.16) によると、電磁相互作用の結合定数 α と、フェルミ定数 G_F,W ボソンの質量 M_W は、

$$M_W^2 c^4 = \frac{4\pi\alpha}{8\sin^2\theta_W} \cdot \frac{\sqrt{2}(\hbar c)^3}{G_F} \tag{11.19}$$

によって結び付けられている。この質量領域では $\alpha \sim 1/1\cancel{38}\,128$, $\sin^2\theta_W \sim 0.223$ である。Z ボソンの質量は、

ele mag の coupling ではない。

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W \tag{11.20}$$

という関係式によって固定されている。実験的に得られた質量 (式 (11.6) と式 (11.7)) の比、

$$\frac{M_W}{M_Z} = 0.880 \pm 0.003 \quad \Rightarrow \quad \sin^2\theta_W = 0.226 \tag{11.21}$$

によって $\sin^2_W$ を得るが、これはほかの実験から得られた値と大変よく一致している。

・Z の幅の解釈

Z ボソンのフェルミ粒子 f への結合は式 (11.18) で定義された $\hat{g}(f)$ という量に比例している。ある崩壊 $Z^0 \to f\bar{f}$ の部分幅 Γ はカイラリティのそれぞれの状態に対応する２つの部分から成っている。

$$\Gamma_f = \Gamma_0 \cdot [\hat{g}_L^2(f) + \hat{g}_R^2(f)] \tag{11.22}$$

ここで

$$\Gamma_0 = \frac{G_F}{3\pi\sqrt{2}(\hbar c)^3} \cdot M_Z^3 c^6 \sim 663\text{MeV} \tag{11.23}$$

左巻きのニュートリノは $T_3 = 1/2, z_f = 0$ なので、

$$\hat{g}_L^2(\nu) = 1/2 \tag{11.24}$$

である。右巻きのニュートリノは、我々の知る限りでは自然界に存在しない。もし存在したとしても、$T_3 = z_f = \hat{g}_{\mathrm{R}}^2 = 0$ であり、標準模型の相互作用には関与しない。そこで、それぞれの種類の $\nu\bar{\nu}$ 対の全幅への寄与は、

$$\Gamma_\nu \sim 165.8 \text{ MeV} \tag{11.25}$$

である。d クォークは (同様に s クォークと b クォークも) $T_3 = -1/2$(左巻き) ないし $T_3 = 0$(右巻き) であり、$z_f = -1/3$ であるので、

$$\hat{g}_{\mathrm{L}}^{2}(\mathrm{d}) = -1/2 + \frac{1}{3}\sin^2\theta_{\mathrm{W}}, \quad \hat{g}_{\mathrm{R}}^{2}(\mathrm{d}) = \frac{1}{3}\sin^2\theta_{\mathrm{W}} \tag{11.26}$$

が得られる。クォーク反クォーク対は3つの色の組み合わせで生成されうることから、d,s,b クォークの寄与は

$$\Gamma_{\mathrm{d}} = \Gamma_{\mathrm{s}} = \Gamma_{\mathrm{b}} = 3 \cdot 122.4 \text{ MeV} \tag{11.27}$$

である。

u,c クォークの寄与は

$$\Gamma_{\mathrm{u}} = \Gamma_{\mathrm{c}} = 3 \cdot 94.9 \text{ MeV} \tag{11.28}$$

であり、荷電レプトンの寄与は

$$\Gamma_{\mathrm{e}} = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau = 83.3 \text{ MeV} \tag{11.29}$$

知られている全てのクォークとレプトンを取り入れて計算すると、全幅は 2418MeV になる。場の量子論による高次の補正 (輻射補正) をすると、幅は

$$\Gamma_{\mathrm{tot}}^{理論} = 2497 \pm 6 \text{ MeV} \tag{11.30}$$

と予言される。この値は実験値 (11.7)

$$\Gamma_{\mathrm{tot}}^{実験} = 2490 \pm 7 \text{ MeV} \tag{11.31}$$

と大変よく一致する。

荷電レプトン対への崩壊の割合は、式 (11.29) の幅と式 (11.30) の幅の比に等しくなければならない。

$$\frac{\Gamma_{\mathrm{e},\mu,\tau}}{\Gamma_{\mathrm{tot}}} = 3.35\% \tag{11.32}$$

これは実験によって決定された分岐比 (11.11) と大変よく一致する。

もし Z ボソンに結合する4種類目の軽いニュートリノが存在するならば、全幅は 166MeV(式 (11.25)) だけ大きくなければならない。したがって、この実験結果から"軽い"ニュートリノは3種類のみであると結論できる。

(注) 考えているエネルギー領域よりも大きな質量のニュートリノが存在しても上の実験結果とは矛盾しない。　右巻きについては何も言っていないことに注意。

Z^0 がつくられるエネルギー… $91\,\mathrm{GeV}/2 = 46\,\mathrm{GeV}$

・対称性の破れ

4つの Higgs 場がそれぞれ $Z^0, W^\pm, \gamma$ に対応していて、現在では3つの Higgs ボソンが $Z^0, W^\pm$ に吸収され、質量を持った。光子 (γ) が質量0のままなので、自由な Higgs ボソンがまだ1つ存在するはずである。(これを LHC で見つけたい。)

100 MeV … 1兆 K　QCD 相転移

~100 GeV … Higgs 相転移