12. 標準模型 13. クォーコニウム

中塚徳継

7 June 2011

1　12. 標準模型

3 つの相互作用

相互作用	チャージ	媒介ボゾン	質量 [GeV]	J^P
強い相互作用	カラー	グルーオン (g)	0	1^-
電磁相互作用	電荷	光子 (γ)	0	1^-
弱い相互作用	弱電荷	$\mathrm{W}^{\pm}, \mathrm{Z}^0$	≈100	1
重力	質量	グラビトン	0	2

基本粒子

	ファミリー			電荷	カラー	弱いアイソスピン		スピン
	1	2	3			左巻き	右巻き	
レプトン	ν_{e}	ν_μ	ν_τ	0	なし	1/2	なし	1/2
	e	μ	τ	-1		1/2	0	
クォーク	u	c	t	+2/3	RGB	1/2	0	1/2
	d	s	b	-1/3		1/2	0	

すべての基本粒子には反粒子が存在する。反粒子→質量は同じ、電荷・カラー・弱いアイソスピンの第 3 成分が反対。

(1) 相互作用の到達距離

電磁相互作用→到達距離が無限大 (光子の質量が 0)

弱い相互作用→到達距離が 10^{-3}fm($\mathrm{W}^{\pm}, \mathrm{Z}^0$ の質量が ≈100GeV)

強い相互作用→到達距離が有限 (グルーオンは質量 0 だがグルーオン同士で相互作用するため)

色の場のエネルギーは距離が大きくなると増加する。(漸近自由性)1fm 以上では実際のクォーク-反クォーク対を生成できるほど大きくなる

(2) 力の統一

電磁相互作用と弱い相互作用は電弱相互作用に統一できる。(Weinberg-Salam 理論)

電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用は統一できる？ (GUT)

(3) 相互作用における保存量

3 つの相互作用はいずれも、エネルギー E, 運動量 p, 角運動量 L, 電荷,Q, カラー, バリオン数 B, レプトン数

$L_{\mathrm{e}}, L_\mu, L_\tau$ を保存する。
パリティの保存
P パリティと C パリティ→強い相互作用、電磁相互作用で保存
弱い相互作用では、CP パリティも保存されない
(4) 粒子の崩壊
弱い相互作用は粒子のフレーバーを変える (ただし、クォーク⇔レプトンはない)
他の相互作用はフレーバーを変えず、したがってフレーバーを決定する量子数を保存する
(5) アイソスピンの保存
強い相互作用はアイソスピンの大きさを保存する

2 13. クォーコニウム

重いクオーク-反クォークの束縛系 ($\mathrm{c\bar{c}}$,$\mathrm{b\bar{b}}$) を考える。クォークの質量が重いので、ひ相対論近似が有効。束縛力は違うが、ポジトロニウムや水素原子とのアナロジーが存在する。
♣13.1 水素原子とポジトロニウム
水素原子
通常の Coulomb ポテンシャル下での非相対論的 Schrödinger 方程式は、

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{\alpha\hbar c}{r}\right)|\psi\rangle = E\,|\psi\rangle$$

で与えられる。この解は、Laguerre の陪多項式 $R_{nl}(r)$ と球面調和関数 $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ を用いて、

$$\varphi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

で与えられ、エネルギー固有値は、

$$E_n = -\frac{\alpha^2\mu c^2}{2n^2}$$

である。換算質量 μ は、$\mu \approx m_{\mathrm{e}}$ で与えられる。エネルギーは n にのみ依存し、l, m について縮退している。n の値が R_{nl} によって指定されると、

$$l = 0, 1, 2, \cdots, (n-1)$$

$$m = -l, -l+1, -l+2, \cdots, l-2, l-1, l$$

のそれぞれ $n, 2n+1$ 個の値をとるので、1 つの E_n について n^2 個の縮退がある。

n	1	2		3		
記号	1s	2s	2p	3s	3p	3d
l	0	0	1	0	1	2
m	0	0	0,±1	0	0,±1	0,±1, ±2

基底状態のエネルギーと、結合の距離を示すボーア半径はそれぞれ、

$$E_1 = -13.6\mathrm{eV}$$

$$r_{\mathrm{b}} = \frac{\hbar c}{\alpha m c^2} = 0.53 \times 10^5 \mathrm{fm}$$

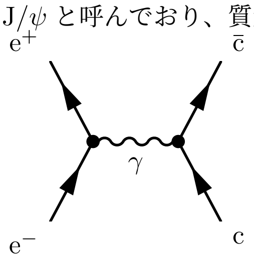
で与えられる。
実際にはスピン-軌道相互作用 (微細構造) やスピン-スピン相互佐用 (超微細構造) により、縮退が解るが、エネルギーの補正は極めて小さくほぼ変わらない。
ポジトロニウム
水素原子との相違は換算質量 μ が $\mu = m_{\mathrm{e}}/2$ で与えられ、ボーア半径が 2 倍になることと、スピン-スピン相互作用がずっと大きいことである。そのため、ポジトロニウムの状態を指定するには、主量子数 n, 軌道角運動量 L, 全スピン S, 全角運動量 J が必要である。ポジトロニウムの状態を、

$$n^{2S+1}L_J(\text{ただし、軌道角運動量 } L \text{ は、} S(L=0), P(L=1), D(L=2), F(L=3) \text{ であらわす})$$

と書く。ポジトロニウムは電子-陽電子系なので、対消滅し、寿命は有限である。$L = 0$ のときは 2 個の光子に、$L = 1$ のときには 3 個の光子に崩壊する。基底状態のポジトロニウム 1^1S_0 の崩壊幅 Γ は、

$$\Gamma(1^1S_0 \rightarrow 2\gamma) = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^3}{m_{\mathrm{e}}^2 c}|\psi(0)|^2$$

で与えられる。
♣13.2 チャーモニウム
$\mathrm{c\bar{c}}$ 対は重心系のエネルギーが 3-4.5MeV 近傍の $\mathrm{e^+e^-}$ 衝突で作ることができる。断面積のピークを探すことで、さまざまな共鳴状態が検出されうる。この共鳴状態がチャーモニウムのさまざまな量子状態に対応する。$\mathrm{e^+e^-}$ 衝突で $\mathrm{c\bar{c}}$ を作った場合、中間状態に光子があるため、光子と同じ量子数 $J^P = 1^-$ をもつ $\mathrm{c\bar{c}}$ のみが生成される。最もエネルギーが低い $1^3\mathrm{S}_1$ を J/ψ と呼んでおり、質量は 3.097GeV/c^2 である。励起状態に対応



する共鳴も 4.4GeV/c^2 まで検出されている。(図 13.3)
チャーモニウムの崩壊
→主に強い相互作用でハドロンに崩壊
→励起状態は光子を放出して低い励起状態になることもできる
全立体角を覆う 4 π検出器をつかって脱励起の際に出る光子のエネルギースペクトルを図ることで、チャーモニウムのエネルギー準位を調べることができる。(図 13.5)
♣13.3 クォーク・反クォークポテンシャル
ポジトロニウムの 2P 状態とチャーモニウムの 1P 状態は全体のエネルギースケールが違うことを考慮に入れるとよく似た位置にある。(1P,2P は量子数の付け方が違うだけで同じ状態である) ただ、チャーモニウムの高い励起状態はポジトロニウムと違い $1/n^2$ には従わない。このことから、強い相互作用のポテンシャルは、n=1,2 の近距離ではクーロン型で、長距離では線形で大きくなると考えられる。つまり、

$$V = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)\hbar c}{r} + kr$$

と書けると仮定する。4/3 はクォークの色が 3 種類あることに対応し、結合定数 α_s は定数ではなく距離に依存する。この性質は QCD から得られ、クォークの漸近自由性を意味している。(この性質から深非

弾性散乱ではクォークは自由な粒子だとみなせる)kr 項は単位長さ当たりの場のエネルギーを決め、k はひもの張力と呼ばれる。クォークの質量は運動に依存するので、$\mathrm{c\bar{c}}$ のエネルギー準位は運動エネルギーに含まれる m_c にも依存する。α_s, k, m_c を実験データに fitting して決めた典型的な値は、$\alpha_s \approx 0.15$〜$0.25, k \approx 1\mathrm{GeV/fm}, m_c \approx 1.5\mathrm{GeV/c^2}$ である。m_C は構成子クォークの質量である。この結合定数は電磁相互作用の結合定数よりも 20〜30 倍大きい。(図 13.8)

このポテンシャルはチャーモニウムのエネルギー準位を説明するには不十分である。水素原子と同じように P 状態の縮退はスピンー軌道相互作用で解ける。

このポテンシャルに逆らってクォークを取り出そうとすると、無限大の仕事が必要である。従って、カラーをもつ粒子を単独で取り出すことはできない。ただし、クォークを取り出そうと引き離すと新たなクォークができる。すなわち、ポテンシャルによる場のエネルギーがクォーク・反クォーク対に変換され、無色のハドロンができる。

♣ 13.4 色磁気相互作用

チャーモニウムやポジトロニウムでは S 状態が強く分裂している。これはスピンースピン相互作用によるものである。

ポジトロニウムのスピン-スピン相互作用

ポジトロニウムのスピン-スピン相互作用は以下のように書ける。

$$V_{ss} = \frac{-2\mu_0}{3}\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2 \delta(x)$$

ただし、μ_0 は真空の透磁率で、電子, 陽電子の磁気モーメントは、

$$\mu_i = \frac{z_i e h}{2m_i}\sigma_i$$

ただし、$z_i = Q_i/e = \pm 1$ である。これから、$V_{ss}(\mathrm{e^+e^-})$ は、

$$V_{ss} = \frac{2\pi\hbar^3}{3c}\alpha\frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{m_\mathrm{e}^2}\delta(x)$$

となる。

チャーモニウムのスピン-スピン相互作用

クォークのカラーは色磁気相互作用と呼ばれるスピン-スピン相互作用をもたらす。

$$V_{ss} = \frac{8\pi\hbar^3}{9c}\alpha_s\frac{\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{\bar{q}}}{m_\mathrm{q} m_\mathrm{\bar{q}}}\delta(x)$$

このうち、$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{\bar{q}}$ の期待値は、

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{\bar{q}} = \frac{4}{\hbar^2}\boldsymbol{s}_\mathrm{q} \cdot \boldsymbol{s}_\mathrm{\bar{q}} = \frac{2}{\hbar^2}\left(\boldsymbol{S}^2 - \boldsymbol{s}_\mathrm{q}^2 - \boldsymbol{s}_\mathrm{\bar{q}}^2\right) = 2\left(S(S+1) - s_\mathrm{q}(s_\mathrm{q}+1) - s_\mathrm{\bar{q}}(s_\mathrm{\bar{q}}+1)\right)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} +1(S=1) \\ -3(S=0) \end{array} \right.$$

となるので、この効果によるエネルギー分離は、

$$\Delta E_{ss} = \langle\psi|V_{ss}|\psi\rangle = 4\frac{8\pi\hbar^3}{9c}\frac{\alpha_s}{m_\mathrm{q} m_\mathrm{\bar{q}}}|\psi(0)|^2$$

となる。

c クォークの質量

チャーモニウムのスペクトルから得られる c クォークの質量は構成子クォークの質量である。すなわち、束縛状態における実効的なクォークの質量である。構成子クォークの質量は裸のクォークの質量とクォークを取り巻く雲による力学的な部分に分けられる。チャーモニウムの入ったハドロンの質量が軽いクォークからなるハドロンよりも 4〜10 倍重いことは c クォークの構成子質量が主に裸のクォークの質量からなることを示唆している。

♣ 13.5 ボトニウムとトッポニウム

重心系のエネルギーが 10MeV 近傍の e^+e^- 衝突で狭い共鳴状態が見つかり、$b\bar{b}$ の束縛状態としてボトニウムと名付けられた。このうち、エネルギー準位の最も低い状態を Y とよび、質量は $9.46\mathrm{GeV/c^2}$ である。ボトニウム間の状態の遷移もみつかり、スペクトルがチャーモニウムときわめてよく一致している。このことは $q\bar{q}$ 間ポテンシャルはクォークのフレーバーに依存しないことを示唆している。

♣ 13.6 重いクォーコニウムの崩壊チャンネル

クォーク-反クォーク間の崩壊チャンネルは 4 通りある。

(a)(電磁相互作用) 光子を放出して励起状態が変わる

(b)(強い相互作用・電磁相互作用) 対消滅して実光子・仮想光子・グルーオンになる

(c)(強い相互作用) 真空から一対以上の $q\bar{q}$ 対を作って軽い中間子になる

(d)(弱い相互作用) 重いクォークのフレーバーが変わり、軽いクォークになる

このうち、(c) は最も起こりやすいが、$q\bar{q}$、を結合エネルギーから作らなければならないので、あるしきい値以上のエネルギーをもつ場合のみ起こる。(b) からハドロンが作られる可能性は OZI 則により小さくなる。このような強い相互作用の事情で、(a) のような電磁相互作用による比較的遅い過程を検出できる。

♣ 13.7 崩壊幅による QCD のテスト

クォーコニウムの崩壊幅を調べることで、強い相互作用の結合定数 α_s の情報が得られる。チャーモニウムは 2 個の光子かにこのグルーオンに崩壊する。この崩壊比は、

$$\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(2g)} = \frac{8}{9}\frac{\alpha^2}{\alpha_s^2}(1+\ \varepsilon\ )$$

となる。この崩壊比を測定することで、α_s の値を知ることができる。測定値は $\alpha_s \approx 0.20$ となり、チャーモニウムのスペクトルから得た値と一致する。他の崩壊チャンネルの測定とも一致する。このことは $q\bar{q}$ の対消滅は電磁相互作用の場合も強い相互作用の場合も同じ形に記述できることを意味している。