

第15章 バリオン

理論ゼミ
2011年6月14日
担当: 河合

核子 ... バレンスクォーク, seaクォーク, グルオン

→ 構成子クォークの描像を用いる。

[分類の仕方] (u, d, s のみ) のバリオン

u, d のみ のバリオン ... 核子 ($I = \frac{1}{2}$), Δ 粒子 ($I = \frac{3}{2}$)

s を含む バリオン ... ハイپرロン ($\Lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$) $S = -1, -2, -3$

	N	Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω
アイソスピン I	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$	0
ストレンジネス S	0		-1	-2	-3	
sクォークの数	0		1	2	3	

反ハイپرロン $S = 1, 2, 3$

c や b クォークを含むバリオンはハイپرロンに添字を付ける

$\Lambda_c^+(udc)$, $\Xi_{cc}^{++}(ucc)$

$\Delta^{++}(1332)$ $\pi^+(140)$

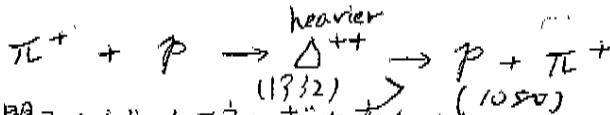
15.1 バリオンの生成と検出

$p(940)$

[Formation 実験] 生成されたバリオンは断面積における共鳴として測定

使えるビームが限られるので核子の励起状態や $S = -1$ に限られる

パイ中間子の陽子による散乱で核子の励起状態をつくる

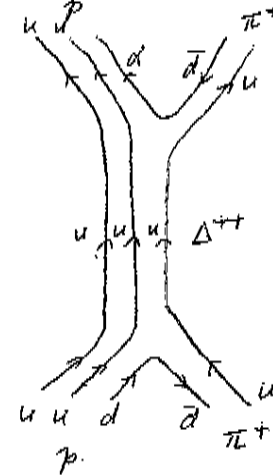


パイ中間子のビームエネルギーを変化させ、

全断面積を測ることによって Δ^{++} 共鳴の

エネルギー(質量)と幅(寿命)を調べる

1232 MeV $\tau = 0.5 \cdot 10^{-23} \text{s}$



クォーク-反クォーク対が消滅して得たエネルギーが、共鳴状態の内部エネルギーに変換された

寿命が短すぎて直接 Δ^{++} を検出できない

→ 崩壊後の p と π^+ の角度分布から共鳴のスピンのパリティ決定 $J^P = \frac{3}{2}^+$

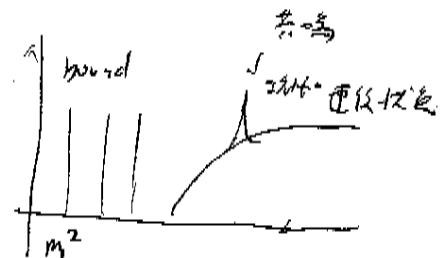
$\tau = 0.5 \cdot 10^{-23} \text{s}$ ~ 強い相互作用の典型的な時間

continuous spectrum < resonance scattering

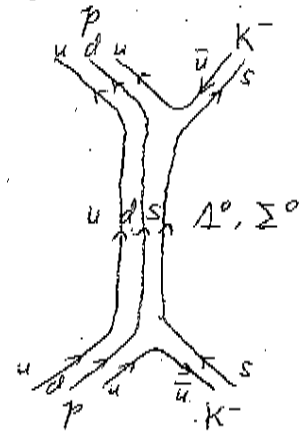
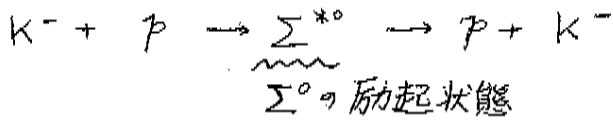
bound state

1

$\frac{i}{E - E_0 + i\Gamma/2}$



ビームにK中間子を用いるとSが入るのでハイロンを生成



• Δ^{++} と同様に短寿命

→ 強い相互作用による崩壊

• この反応で Λ^0 の励起状態も発生しうす

共鳴の幅は100 MeV程度と大きく隣の共鳴と

重なってしまい分解するのが難しい → 図15.1

Production 実験] ・ バリオン生成の一般的方法

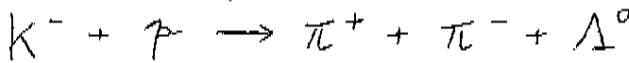
- 可能な限り高エネルギーのビームを標的にぶつけて、反応生成物を観測

• 3 GeV以上では共鳴はみられず(図15.1) 非弾性散乱

崩壊生成物の運動量 \vec{p}_i とエネルギー E_i → もとの粒子Xの不変質量

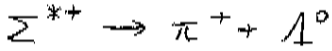
$$M_X^2 c^4 = p_X^2 c^2 = \left(\sum_i \vec{p}_i c \right)^2 = \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i c \right)^2 \quad (15.1)$$

不変質量のスペクトルから共鳴状態がピークとして見つかる。



Σ^+ の励起状態
↓

• Λ^0 と π^+ の組み合わせの不変質量スペクトル... 1385 MeV/c²にピーク Σ^{*+}



• Λ^0 と π^- の " " ... $\Sigma^{*-} \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$ (ほぼ) 4 MeV/c² (同じピーク)

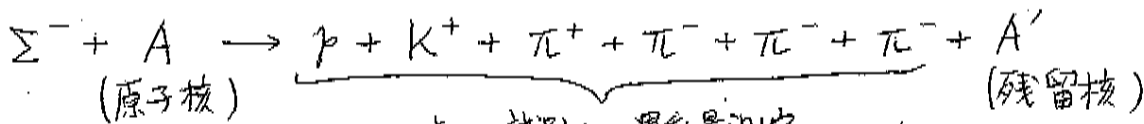
• $\Sigma^{*±}$ の崩壊と関係ない $\pi^±$ と Λ^0 対がわずかながらバックグラウンドとして形成

• 特定の反応生成物の不変質量スペクトルを解析することで Σ の励起状態検出(1960年)

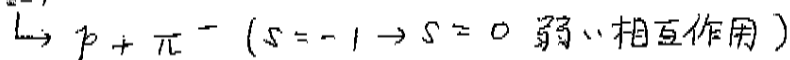
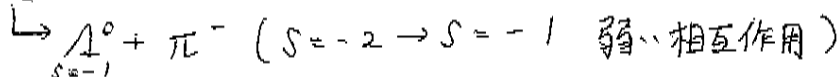
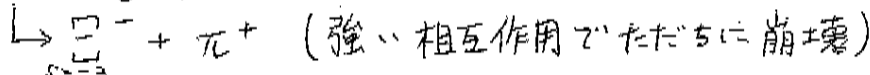
Λ^0 は弱い相互作用で崩壊 $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ ($\tau = 2.6 \cdot 10^{-10} s$)

飛行距離数cm ~ 数m 空間的に分離

Σ^- ビームと原子核の反応でうまく再構成された例



→ 図15.3



$$|p^+\rangle = |u^+u^+d^+\rangle \quad |n^+\rangle = |u^+d^+d^+\rangle$$

陽子の波動関数のスピン部分を、z成分が $m_z = +\frac{1}{2}$ の場合について
2つのクォークと他の1つのクォークのスピン波動関数の積として展開する

$$\chi_p(J=\frac{1}{2}, m_z=\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \chi_{uu}(1,1) \chi_d(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) - \sqrt{\frac{1}{3}} \chi_{uu}(1,0) \chi_d(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

↑ Clebsch-Gordan係数 (スピン1と1/2)

(15.3)

スピン-番りの書き方で表すと $\chi(1,0)$ に $\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$ を代入して

$$|p^+\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |u^+u^+d^+\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u^+u^+d^+\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u^+d^+u^+\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |d^+u^+u^+\rangle \quad (15.4)$$

1番目と2番目のクォークについては対称だが、 $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 3$ は対称でないので、
交換したものを付け加えて規格化する

$$|p^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left\{ 2|u^+u^+d^+\rangle + |u^+d^+u^+\rangle + |d^+u^+u^+\rangle \right. \\ \left. - |u^+u^+d^+\rangle - |u^+d^+u^+\rangle - |d^+u^+u^+\rangle \right. \\ \left. - |u^+d^+u^+\rangle - |u^+d^+u^+\rangle - |d^+u^+u^+\rangle \right\} \quad (15.5)$$

↑ 2と3を入れ換え ↑ 1と3を入れ換え

中性子の波動関数は上式で u と d を入れ換えて、

$$|n^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left\{ 2|d^+d^+u^+\rangle + 2|d^+u^+d^+\rangle + 2|u^+d^+d^+\rangle \right. \\ \left. - |d^+d^+u^+\rangle - |d^+u^+d^+\rangle - |u^+d^+d^+\rangle \right. \\ \left. - |d^+d^+u^+\rangle - |d^+u^+d^+\rangle - |u^+d^+d^+\rangle \right\} \quad (15.6)$$

核子 $I=\frac{1}{2}$ のアイソスピン2重項と同様に S クォーク2つと軽いクォーク (u, d) 1つで
アイソスピン2重項が得られる。

$$|\Sigma^{0+}\rangle = |u^+s^+s^+\rangle \quad |\Sigma^{-+}\rangle = |d^+s^+s^+\rangle \quad (15.7)$$

これ以外にアイソスピン3重項と1重項がある

$$|\Sigma^{++}\rangle = |u^+u^+s^+\rangle$$

$$|\Sigma^{0+}\rangle = |u^+d^+s^+\rangle$$

$$|\Lambda^{0+}\rangle = |u^+d^+s^+\rangle$$

(15.8)

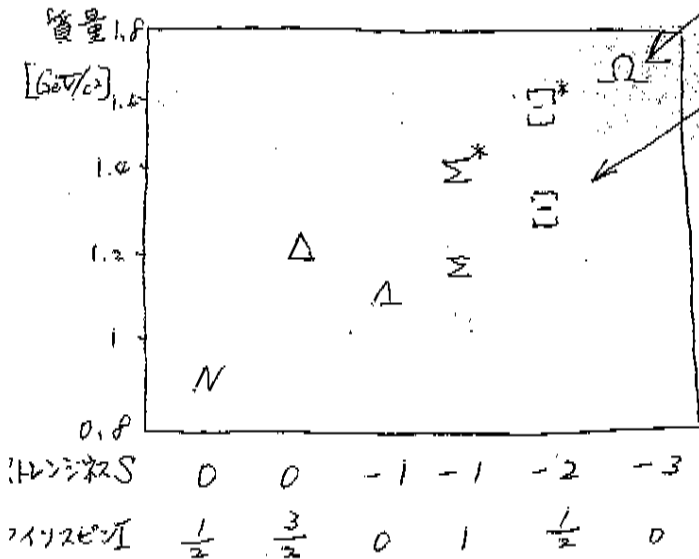
$$|\Sigma^{-+}\rangle = |d^+d^+s^+\rangle$$

u と d クォークのスピン、アイソスピン $\begin{cases} 1 \text{ のとき } \Sigma^0 \\ 0 \text{ のとき } \Lambda^0 \end{cases}$ 差は M_eV/c^2 でスピン-スピン相互作用が大きい

図15.4 $I_3 - S$ 平面 バリオン 10重項と8重項

15.3 バリオンの質量

例 15.5



$J^P = \frac{3}{2}^+$ (10重項) のバリオンの列
 $J^P = \frac{1}{2}^+$ (8重項) のバリオンの列

- それぞれの列でストレンジネスが増すと質量が増える。
 - $J^P = \frac{3}{2}^+$ のバリオンは $J^P = \frac{1}{2}^+$ のバリオンより約 300 MeV/c² 重い
- ← スピン-スピン相互作用による

スピン-スピン相互作用

$$V_{ss}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \frac{4\pi}{9} \frac{\hbar^3}{c} \alpha_s \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{m_i m_j} \delta(r) \quad (15.9)$$

これは2つのクォークの相互作用なので、バリオン中のすべて2つのクォークの対について足す

簡単な例 ... 核子, Δ, Ω (sss) : 3つのクォークの構成子質量が同じ

バリオンの全スピンを S とすると $S^2 = (S_1 + S_2 + S_3)^2$ で

$\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j$ の和の期待値は、

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^3 \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j = \frac{4}{\hbar^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^3 S_i \cdot S_j = \begin{cases} -3 & (S = \frac{1}{2}) \\ +3 & (S = \frac{3}{2}) \end{cases} \quad (15.10)$$

スピン-スピン相互作用によるエネルギー(質量)のズレは、

$$C^2 \Delta M_{ss} \begin{cases} -3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c} \frac{\pi \alpha_s}{m_{u,d}^2} |\psi(0)|^2 & \text{核子} \\ +3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c} \frac{\pi \alpha_s}{m_{u,d}^2} |\psi(0)|^2 & \Delta \\ +3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c} \frac{\pi \alpha_s}{m_s^2} |\psi(0)|^2 & \Omega \end{cases} \quad (15.11)$$

質量のズレは 2つのクォークが同じ位置にいる確率

異なるクォークからなるバリオンの場合 もう少し複雑だが、質量差が計算できて、軌道角運動量 $L=0$ のバリオンの質量公式が得られる

$$M = \sum_i m_i + \Delta M_{ss} \quad (15.12)$$

3つの未知数 $m_{u,d}, m_s, \alpha_s |\psi(0)|^2$ 実験で fit → $m_{u,d} \approx 363 \text{ MeV}/c^2, m_s \approx 538 \text{ MeV}/c^2$

2クォーク系と3クォーク系で構成子クォーク質量が異なるのは、実質的なクォーク-グルーオン相互作用が異なるからである。

15.4 磁気モーメント

バリオンの構成子クォーク模型の正当性が確認できるよい例として、

バリオンの磁気(双極子)モーメントの予言値と実験値の比較がある。

Dirac理論によると、内部構造を持たないスピン $\frac{1}{2}$ の粒子の磁気モーメントは、

$$\mu_{\text{Dirac}} = \frac{e\hbar}{2M} \quad (15.13)$$

であり、陽子が内部構造を持たなければ、核磁子

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} \quad (15.14)$$

に一致するはずであるが、実際は $\mu_p = 2.79\mu_N$ である。

[クォーク模型による磁気モーメント]

陽子の基底状態は全軌道角運動量 $l=0$ なので、陽子の磁気モーメントは、

$$\mu_p = \mu_u + \mu_u + \mu_d \quad (15.15)$$

期待値は

$$\mu_p = \langle \mu_p \rangle = \langle \psi_p | \mu_p | \psi_p \rangle \quad (15.16)$$

ψ_p : 陽子の完全反対称なクォーク波動関数

計算するには波動関数のスピン部分 χ_p が必要で式(15.3)により

$$\mu_p = \frac{2}{3}(\mu_u + \mu_u - \mu_d) + \frac{1}{3}\mu_d = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_d \quad (15.17)$$

$$\text{クォーク磁子 } \mu_{u,d} = \frac{Z_{u,d} e \hbar}{2m_{u,d}} \quad (15.18)$$

同種クォーク2つ含む $J^P = \frac{1}{2}^+$ のバリオンも同様な計算で

$$\mu_n = \frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_u \quad (15.19)$$

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_s \quad (15.20)$$

$|\Lambda^0\rangle = |u^{\uparrow}d^{\downarrow}s^{\uparrow}\rangle$ の場合 u, d は磁気モーメントに寄与せず

$$\mu_{\Lambda} = \mu_s \quad (15.21)$$

u, d の構成子質量が同じと仮定すると $\mu_u = -2\mu_d$ となり

$$\mu_p = \frac{3}{2}\mu_u, \quad \mu_n = -\mu_u \quad (15.22)$$

比を取ると

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3} \quad (\text{実験値} = -0.685) \quad (15.23)$$

μ_p の実験値からクォーク質量を求めると

$$\mu_p = 2.79 \mu_N = 2.79 \frac{e\hbar}{2M_p} \quad (15.24)$$

$$\mu_p = \frac{3}{2} \mu_u = \frac{e\hbar}{2m_u} \quad (15.25)$$

$$\rightarrow m_u = \frac{M_p}{2.79} = 336 \text{ MeV}/c^2 \quad (15.26)$$

(バリオンストロクトルから求めた値 $363 \text{ MeV}/c^2$)

[磁気モーメントの測定]

ハイプロンの磁気モーメントの実験値と理論値はよく一致している。

ハイプロンは寿命が短い (10^{-10} s) が磁気モーメントの測定がしやすい理由

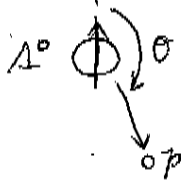
- ハイプロンは生成されたとき偏極している
- 弱い相互作用ではパリティが最大限に破れているのでハイプロンの崩壊生成物の角度分布がスピンの方向(偏極)に強く依存している

例、 Λ^0 の磁気モーメントの測定

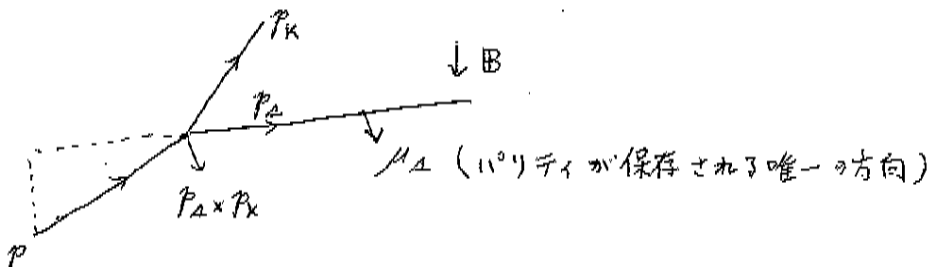
$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \quad (\text{識別が容易で分岐比 } 64\%)$$

$$\text{角度分布 } W(\theta) \propto 1 - \alpha \cos\theta \quad (15.27)$$

(α : 実験で決定 $\alpha \approx 0.64$)



$$p + p \rightarrow K^+ + \Lambda^0 + p$$



Λ^0 が磁場 B の中で、スピンを B に垂直な向きに距離 d だけ走ると、

$$\text{Larmor 周波数} \quad \omega_L = \frac{\mu_\Lambda B}{\hbar} \quad (15.28)$$

において、スピンは

$$\phi = \omega_L \Delta t = \omega_L \frac{d}{v} \quad (15.29)$$

だけ回転する、 (v : Λ^0 の速度)

実験から得た ϕ から Λ^0 の磁気モーメントを求めると、

$$\mu_\Lambda = (-0.613 \pm 0.004) \mu_N \quad (15.30)$$

Sクォークは Dirac 粒子で (15.18) 式に従うとすると $\mu_u = \mu_s = \frac{ze\hbar}{2m_s}$ とした上の実験値を使うと、

$$m_s = 510 \text{ MeV}/c^2 \text{ となる。}$$

一般には電荷を持つハイプロンは磁場中で曲がられてしまうので、測定精度は落ちる。

p, n, Λ^0 を基準に μ_u, μ_d, μ_s を決め、他のハイプロンと比較 \rightarrow 表 15.2

構成子クォーク描像を支持

① 構成子クォーク質量について

- 質量公式から得た値
- 磁気モーメントの測定から得た値

よく一致する

② 磁気モーメントの値もクォーク模型の予言値と一致する

若干のズレは 構成子クォークの磁気モーメント以外に寄与

相対論的效果, クォークの軌道角運動量 etc.