

3章

担当：藤林

平成 23 年 4 月 19 日

3 原子核の安定性

崩壊に対する安定性を述べる．

・原子核の結合エネルギー

$$B(A, Z) = [ZM(^1H) + (A - Z)M_n - M(A, Z)]c^2$$

これは鉄，ニッケルの同位体で最大（図 2,4 参照）．(2.8) 式は

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - B(A, Z)$$
$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{4A} - \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

と書ける（水素の電子の束縛エネルギーは約 13eV で無視できるので $M(^1H) = M_p + m_e$ とした）． $B(A, Z)$ を見ると，4,5 項目は A が大きくなると見えにくくなる．2 項目の効果は 1 項目より小さいので，主に 3 項目のクーロン項が効いて結合エネルギーは小さくなる．更に A が大きくなると原子核は不安定になり崩壊する．

陽子数と中性子数が保存する 2 体崩壊では，

$$M(A, Z) > M(A - A', Z - Z') + M(A', Z') \quad (3.1)$$

即ち

$$B(A, Z) < B(A - A', Z - Z') + B(A', Z')$$

が崩壊できる（エネルギーの）条件（崩壊の起こりやすさはまた別）．

・ある同位体が安定であるとは：

寿命 τ が太陽系の年齢（46 億年）よりずっと長い

$$\tau \gg 10^9 \text{yr}$$

- ・多体崩壊は2体崩壊よりずっと希なので扱わない
- ・ α 崩壊
2体崩壊の一方が ${}^4\text{He}$ の原子核の場合はよく起こる
- ・自発核分裂
重い原子核がほぼ同じ質量の2つの娘核に崩壊
この崩壊が起こる確率は $Z > 110$ で α 崩壊より高くなるので、自然に存在する原子核では重要でない

崩壊定数

放射性原子核が単位時間あたりに崩壊する確率で、 λ と書く。寿命 τ 、半減期 $t_{1/2}$ との関係は

$$\tau = \frac{1}{\lambda}, \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (3.2)$$

- ・ λ の決定

Activity (単位時間あたりの崩壊数) A を測定して決定

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (3.3)$$

この微分方程式を解くと

$$A(t) = \lambda N(t) e^{-\lambda t} \quad (3.4)$$

寿命が短ければ(～年)各時刻で A を測定して λ を決定する。長いものは(3.2)を使う。但し、 N を知っておかなければいけない。

3.1 β 崩壊

質量数 A で固定する(同重体を考える)。(2.8)を Z でまとめて、

$$\begin{aligned} M(A, Z) &= \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}} \\ &= \gamma \left(Z - \frac{\beta}{2\gamma} \right)^2 + \alpha A - \frac{\beta^2}{4\gamma} + \frac{\delta}{A^{1/2}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

但し、

$$\begin{aligned} \alpha &= M_n - a_v + a_s A^{-1/3} + \frac{a_a}{4} \\ \beta &= a_a + (M_n - M_p - m_e) \\ \gamma &= \frac{a_a}{A} + \frac{a_c}{A^{1/3}} \end{aligned}$$

A:奇数のときは奇核なので $\delta = 0$ よって 1 本の放物線
 偶数の時は偶偶核か奇奇角かで $2\delta/\sqrt{A}$ だけ離れた 2 つの放物線になる．同重体のうち，最も小さい質量の原子核が β 崩壊に対して安定．

奇奇核の場合

$A = 101$ を考える．
 このとき，

$$\alpha = 9.509 \times 10^2, \quad \beta = 9.393 \times 10^1, \quad \gamma = 1.076$$

で， $Z = 44$ つまり ${}^{101}_{44}\text{Ru}$ で質量最小．これより多くの中性子を持つものは

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (3.6)$$

で，原子番号が大きい原子核に崩壊する (β^- 崩壊)．これが起こる (エネルギー) 条件

$$M(A, Z) > A(A, Z + 1) \quad (3.7)$$

一方，陽子が多いときには原子核中で

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (3.8)$$

と崩壊する (β^+ 崩壊)． $M_n > M_p$ であるので，自由陽子は崩壊しないことは注意．これが起こる (エネルギー) 条件は

$$M(A, Z) > A(A, Z + 1) + 2m_e \quad (3.9)$$

偶偶核の場合

$A = 106$ のとき

$$\alpha = 9.509 \times 10^2, \quad \beta = 9.393 \times 10^1, \quad \gamma = 1.030$$

で $Z = 46$ つまり ${}^{106}_{46}\text{Pd}$ で安定．一方， ${}^{106}_{48}\text{Cd}$ は偶偶核で， ${}^{106}_{47}\text{Ag}$ (奇奇核) より質量が軽く， β^+ 崩壊出来ない．2 重 β 崩壊が起こるのはまれなので， ${}^{106}_{48}\text{Cd}$ は安定と言える．奇奇核は，より結合エネルギーが大きい偶偶核が必ず存在するので概して不安定． 例外あり．

電子捕獲

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

重い原子核のほうが起こりやすい．K 殻からの捕獲が多い．L 殻からは稀．

内殻電子がひとつ無くなるので，上の準位から電子が降りるときに特性 X 線を出す．

これが起こる（エネルギー）条件

$$M(A, Z) > M(A, Z - 1) + \varepsilon$$

ε は娘核の電子雲の励起エネルギー．これは β^+ 崩壊よりも $2m_e - \varepsilon$ だけエネルギーに余裕があるので，反応前後の質量差が小さいときはこっちのほうが起こりやすい．

寿命

β 崩壊の寿命は数 ms $\sim$ 10^{16} y．これは放出されるエネルギー，親核と娘核にも依る．

3.2 α 崩壊

核子あたりの結合エネルギーは約 8MeV で，普通は陽子や中性子が単独で放出されない．しかし， ${}^4\text{He}$ 原子核（ α 粒子）でなら出ることが出来る．

核力の到達範囲より外では， $V(r) = 2(Z - 2)e^2/r = 2(Z - 2)\alpha\hbar c/r$ だけのクーロンポテンシャルを感じる．これをトンネル効果で透過して崩壊が起こる．よって α 崩壊の寿命は透過確率に関係している．エネルギー E を持つ平面波がポテンシャル $V(r)$ に向かって進むときの透過率 T は

$$T = e^{-2G} \quad (3.11)$$

G は Gamow の透過因子で

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_a^b dx \sqrt{2m(V(x) - E)} \quad (3.12)$$

a, b は古典的回帰点である．今の場合， $a = R \ll b = 2(Z-2)e^2/E$ であるので，

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{\hbar} \int_R^b dr \sqrt{2m \left(\frac{2(Z-2)e^2}{r} - E \right)} \\ &= \frac{2e^2(Z-2)}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} \left[\cos \sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b} - \left(\frac{R}{b} \right)^2} \right] \\ &\simeq \frac{\pi \cdot 2(Z-2)\alpha}{\beta} \end{aligned}$$

α 粒子が単位時間に原子核内から放出される確率 λ は，

$$\lambda = w(\alpha) \frac{v}{R} e^{-2G} \quad (3.13)$$

3.3 自然核分裂

$Z > 40$ であれば分裂したほうが結合エネルギーは大きい，分裂のために越える必要があるポテンシャルが大きく，分裂できない．崩壊しやすい例がウラン．

原子核が変形すると，表面項は増え，クーロン項は減る．変形した結果エネルギーが得なら不安定と言える．

半径 R の球形であった原子核が $a = R(1 + \varepsilon)$ ， $b = R(1 - \varepsilon/2)$ の回転楕円体に変形したとき，表面項とクーロン項はそれぞれ

$$E_s = a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 + \dots \right) \quad (3.14)$$

$$E_c = a_c Z^2 A^{-1/3} \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2 + \dots \right) \quad (3.15)$$

変形のエネルギーは

$$\Delta E = \frac{\varepsilon^2}{5} (2a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3}) \quad (3.16)$$

これが負ならば変形でエネルギー的に得することになる．核分裂障壁は $\Delta E \geq 0$ 即ち

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{2a_s}{a_c} \simeq 48 \quad (3.17)$$

のときに消失する．

誘導核分裂

例として，ウランの領域 ($Z \simeq 92$) では核分裂障壁は約 6MeV．その分のエネルギーを外から供給すれば原子核は障壁より高いエネルギーの励起状態になり，核分裂を起こす．ウランや，プルトニウムの例は重要．

3.4 原子核の励起状態の崩壊

電磁氣的崩壊

低いレベルの励起状態は γ 線を出して崩壊．これは多重極の重ね合せで記述され，それぞれに角度分布を持つ．

電気 2 重極放射 $\cdots E1$ 4 重極放射 $\cdots E2$ 8 重極放射 $\cdots E3$

磁気 2 重極放射 $\cdots M1$ 4 重極放射 $\cdots M2$ 8 重極放射 $\cdots M3$

等と書く．パリティは El 放射が $(-1)^l$, Ml 放射が $(-1)^{l+1}$ である． γ 線は l の角運動量を持つ．角運動量の保存則より，核スピン $J_i \rightarrow J_f$ の遷移では $|J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f$ ．

・多重極度が低いほど遷移確率は大きい (l が 1 増えると 3 桁ほど小さくなる)．また， Ml 放射の遷移確率は $E(l+1)$ と同程度である．

・ $3^+ \rightarrow 1^+$ 遷移は， $2 \leq l \leq 4$ で，パリティ+より $E2, M3, E4$ の混合である．しかし $E2$ の割合がとても大きい．

・ $4^+, 2^+, 0^+$ の状態があるとする， $4^+ \rightarrow 0^+$ に $E4$ 遷移を起こすより， $4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ と $E2$ 遷移を繰り返すほうが確率が高い．

・状態の寿命，電磁波の角度分布を調べて，遷移の多重極度が決定できる．それによって原子核のレベルのスピン状態，パリティを決定できる．

・多重極度 l の崩壊確率は電磁波のエネルギーにも依り， E_γ^{2l+1} に比例する．

・原子核の励起エネルギーが電子雲に渡されるときもある (内部転換)． γ 放出が起こりにくいときに起こる．

・ $0^+ \rightarrow 0^+$ 遷移は内部転換，2 光子放出， e^+e^- 対生成によってのみ崩壊．ただし，内部転換による $0^+ \rightarrow 0^-$ の遷移は，パリティ保存から禁止される．

・ E_γ が小さく，多重極度の高い遷移でしか崩壊できない状態は寿命が長い．アイソマーと呼ばれる．例： ^{110}Ag

連続状態

核子あたりの結合エネルギーは約 8MeV で，これは原子核から 1 つの核子を取り出すために必要なエネルギー．8MeV 以上の励起状態からの崩壊は核子の放出も可能．

・中性子はクーロン力を感じないので放出されやすい．

- ・これは強い力に依るものなので， γ 放出よりも優先的．
- ・粒子放出のしきい値を超えた領域を連続状態という（この中にも離散的な順束縛状態は存在する）．励起エネルギーがしきい値より下なら比較的ゆっくり γ 崩壊するが，上だと寿命が短く，状態の幅は広い．
- ・励起エネルギーが増すと，状態密度は指数関数的に増加．高エネルギーでは量子数が同じ状態は混ざり合う．
- ・連続状態の研究は中性子捕獲，散乱の断面積を調べて行う．高エネルギーでも狭い幅を持つ状態が検出される．これは特別な量子数を持っているのでとなりの状態とは混ざらない．