

6. 核子による弾性散乱

中塚徳継

11 May 2011

1 核子による弾性散乱

0. 弾性散乱

水素や重水素の原子核に電子を弾性散乱させることで、陽子や中性子の性質を調べることができる。このときには Mott の散乱断面積にいくつかの補正を加える必要がある。

→ Mott の散乱断面積

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$$
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}} = \frac{4Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E'^2}{(\mathbf{q}c)^4}$$

[反跳]

数百 MeV ~ 数 GeV の電子と、同じくらいの質量をもつ核子を散乱させるので、核子の反跳を考慮しなければならない。

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* \frac{E'}{E}$$

(ここで、 E, E' はそれぞれ散乱前と後の電子のエネルギー)

また、運動量移行 (3 次元) を相対論的な 4 元運動量移行に置き換える。

$$\mathbf{q}^2 = (p - p')^2 = p^2 + p'^2 - 2P \cdot p' \approx \frac{-4EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

(ここで、 $\frac{EE'}{c^2} \approx |\mathbf{p}||\mathbf{p}'|$)

4 元運動量移行 $Q^2 = -q^2$ と定義する。

[磁気モーメント]

電子ビームと核子の磁気モーメントによる相互作用も考慮しなければならない。

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Spin1/2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$$
$$\tau = \frac{-q^2}{4M^2 c^2}$$

[異常磁気モーメント]

Dirac 粒子 (スピン 1/2 で電荷をもった粒子) の磁気モーメント μ は、

$$\mu = g \frac{e}{2M} \frac{\hbar}{2}$$

で与えられる。 g は、電氣的に中性なら 0、そうでないなら 2 である。しかし、実際には電子やミューオンなどでは $g = 2$ から少しずれた値をもつ。(異常磁気モーメント)

核子の場合、Dirac 粒子ではなく、クォークからできているので、 g 因子の値はクォークによって決まる。陽子や中性子の場合、測定値は

$$\begin{aligned}\mu_p &= \frac{g_p}{2} \mu_N = +2.79 \mu_N \\ \mu_n &= \frac{g_n}{2} \mu_N = -1.91 \mu_N\end{aligned}$$

ここで、 μ_N は核磁子で、

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} = 3.1525 \times 10^{-14} \text{MeV} \cdot \text{T}^{-1}$$

である。

1. 核子の形状因子

核子の場合も、電荷と電流の分布は電気形状因子 $G_E(Q)$ と磁気形状因子 $G_M(Q)$ の 2 つの形状因子によって与えられる。(Rosenbluth の公式)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left(\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

測定によると、中性子や陽子の形状因子はダイポール型でよく近似される。

$$\begin{aligned}G_E^p(Q^2) &= \frac{G_M^p(Q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{-1.91} = G^{\text{dipole}}(Q^2) \\ G^{\text{dipole}}(Q^2) &= \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2}\end{aligned}$$

この形状因子は指数関数型で減少する電荷分布に対応する。

$$\begin{aligned}\varrho(r) &= \varrho(0)e^{-ar} \\ a &= 4.27 \text{fm}^{-1}\end{aligned}$$

ダイポール型の形状因子から得られる陽子、中性子の磁気分布および陽子の電荷分布の平均二乗半径は、

$$\begin{aligned}\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}} &= -6\hbar^2 \frac{dG^{\text{dipole}}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{fm}^2 \\ \sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}}} &= 0.81 \text{fm}\end{aligned}$$

となる。なお、 Q^2 の小さな領域ではダイポール型からわずかにずれる。測定から直接求めた陽子の最も良い電荷半径は、

$$\sqrt{\langle r_E^2 \rangle_p} = 0.862 \text{fm}$$

である。中性子の場合には、別の実験 (低速中性子の殻電子散乱) から、

$$\sqrt{\langle r_E^2 \rangle_n} = 0.10 \pm 0.01 \text{ fm}$$

となる。→ 内部構造の存在を示唆

2. 準弾性散乱

複数の核子からなる原子核に電子を散乱させると、原子核全体と電子の散乱によるピークのほかに、各々の核子による散乱と解釈できる幅の広いピークができる。この各々の核子による散乱を準弾性散乱と呼ぶ。この幅の広いピークから原子核の内部構造に関する情報が得られる。インパルス近似を用いて、散乱電子は各々の核子と個別に相互作用し、核子は他の核子とは相互作用しないものとしよう。陽子-電子散乱と比較すると、原子核中の核子は静止しておらず、自由に動いているということが分かる。→ Fermi 気体モデル

平均の深さが S のポテンシャル中を運動量 P で動いている核子を考える。散乱電子との運動学的関係から、電子から陽子へのエネルギー移行 $\nu = \nu_0 \pm \sigma_\nu$ は

$$\nu_0 = \frac{|\mathbf{q}|^2}{2M} + S$$

$$\sigma_\nu = \frac{|\mathbf{q}|}{M} \sqrt{\frac{1}{3} \langle P^2 \rangle}$$

で与えられる。

Fermi 気体モデルでは Fermi 運動量と 2 乗平均運動量との間に

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle P^2 \rangle$$

の関係がある。準弾性散乱の測定によって、 S と P_F について以下のことが知られている。

- S は Li も 17MeV から A の増加に従って連続的に大きくなり、Pb では 44MeV
- P_F は A にほとんど依存せず、 $P_F \approx 250 \text{ MeV}/c$

3. π 中間子と K 中間子の電荷半径

核子の場合と同様に、高エネルギーの中間子を殻電子と散乱させることで、形状因子を測定することができる。 π や K はスピン 0 なので、磁気形状因子はない。形状因子はモノポール型で、

$$G_E(Q^2) = (1 + Q^2/a^2\hbar^2)^{-1}$$

$$a^2 = \frac{6}{\langle r^2 \rangle}$$

で与えられる。これから、それぞれの平均 2 乗電荷半径は、

$$\sqrt{\langle r_\pi^2 \rangle_n} = 0.67 \pm 0.02 \text{ fm}$$

$$\sqrt{\langle r_K^2 \rangle_n} = 0.58 \pm 0.04 \text{ fm}$$

となる。