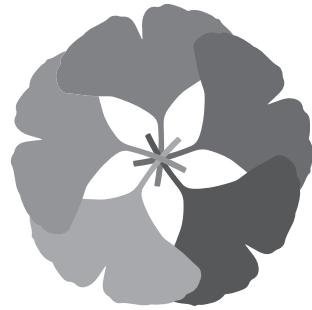


KUANS における熱中性子を用いたスピン干渉実験

加須屋春樹[†] 近藤寛記[†] 鈴木一輝[†] 間宮章[†] 藤井涼平[†]

指導教員 成木恵 准教授^{*} 菅沼秀夫 准教授^{*} 国広悌二 教授^{*}

[†] 京都大学 理学部
^{*} 京都大学 理学研究科



提出年月 2017年3月

目次

概要	2
第 1 章 理論	3
1.1 実験原理	4
1.2 行列形式	15
1.3 必ずしも共鳴条件を満たさない場合	22
第 2 章 実験装置の説明	34
2.1 加速器	35
2.2 スーパーミラー	39
2.3 ガイド磁場コイル	42
2.4 スピンフリッパー	43
2.5 位相シフタコイル	43
2.6 中性子検出器	44
第 3 章 実験	46
3.1 ビーム角度・ミラー角度の最適化	47
3.2 スpinフリッパーの共鳴	51
3.3 位相シフタコイルによる干渉	70
第 4 章 解析・考察	75
4.1 解析	76
4.2 考察	90
第 5 章 結論	108
5.1 まとめ	109
謝辞	110
参考文献	111

概要

本実験の目的は中性子スピン状態の分解・再結合による中性子スピン干渉を確認することである。KUANSではパルス型陽子加速器を用いて熱中性子を発生させている。この中性子を偏極させ、スピンフリッパーを用いてスピンを分解する。定磁場印加装置を利用し、スピンの向きによって位相のずれを生じさせ、再びスピンフリッパーでスピンを再結合させることで干渉を起こさせる。これにより、量子力学特有のスピン状態とその重ね合わせを実験的に確かめる。

第 1 章

理論

1.1 実験原理

1.1.1 全体の概要

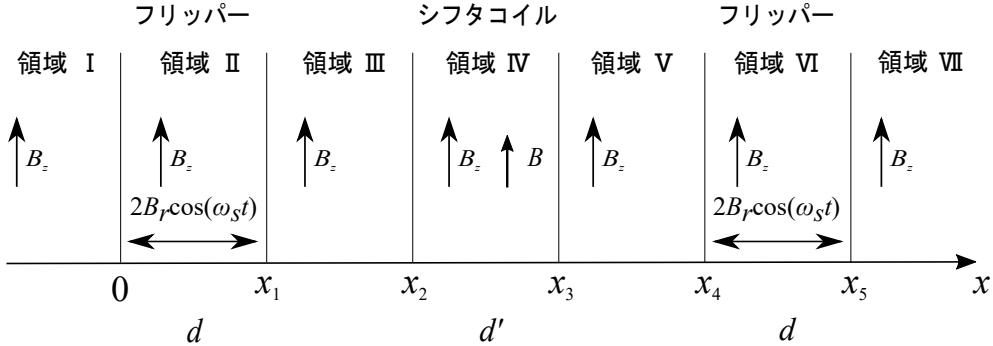


図 1.1: 実験装置の概要

今回の実験装置の概要を図に示す。ビームは領域 I から入射し、各領域を通過して、領域VIIにある検出器で検出される。領域 I から領域VIIにかけて、全体に \$z\$ 方向の一様磁場 \$B_z\$ がかかっている。領域IIと領域VIには \$\pi/2\$ フリッパーがあり、\$x\$ 方向の振動磁場 \$2B_r \cos(\omega_s t)\$ がかかっている。領域IVには位相シフタコイルがあり、\$z\$ 方向に磁場 \$B + B_z\$ がかかっている。ここでは、領域 I から、

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_0^+ x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.1)$$

のような波動関数で表される粒子が、領域VIIでどのような状態になるのかを考え、領域VIIで干渉が現れることを見る。磁場によるエネルギーが入射波のエネルギーよりも十分に小さいと仮定する。つまり、

$$\omega_0 \gg |\mu|B_r, |\mu|B_z, |\mu|B \quad (1.2)$$

と仮定する。このとき、のちにわかるように、各領域の境界における反射波は無視できる。

1.1.2 スピンのフリップ (上流側)

領域 I から入射してきた粒子が領域IIを通過することでスピンをフリップさせ領域IIIに進む。まず、領域における波動関数のふるまいを見て、これを領域 I における与えられた入射波と接続することで、領域IIIにおける透過波の波動関数を求める。

■領域 II における波動関数 領域IIにおける磁場は

$$\mathbf{B} = 2B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} + B_z \hat{z} \quad (1.3)$$

である。これは、

$$\mathbf{B} = \{B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} + B_r \sin(\omega_s t) \hat{y}\} + \{B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} - B_r \sin(\omega_s t) \hat{y}\} + B_z \hat{z} \quad (1.4)$$

のように、 z 軸の周りに時計回りに回転する磁場と、反時計回りに回転する磁場の和で書ける。 $B_z \gg B_r$ の時は、のちに述べる理由により、反時計回りに回転する磁場の寄与が無視できる。すなわち、

$$2B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} \rightarrow B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} + B_r \sin(\omega_s t) \hat{y} \quad (1.5)$$

と近似できる。ゆえに、領域Ⅱにおける磁場は

$$\mathbf{B} = B_r \cos(\omega_s t) \hat{x} + B_r \sin(\omega_s t) \hat{y} + B_z \hat{z} \quad (1.6)$$

であるとする。

$$\omega_r = |\mu| B_r \quad (1.7)$$

$$\omega_z = |\mu| B_z \quad (1.8)$$

とする。この時、領域Ⅱにおけるシュレディンガー方程式は

$$i \frac{\partial \psi_{\text{II}}(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_r \cos(\omega_s t) \sigma_x + \omega_r \sin(\omega_s t) \sigma_y + \omega_z \sigma_z \right) \psi_{\text{II}}(x, t) \quad (1.9)$$

と書ける。ここで、

$$\omega_r \cos(\omega_s t) \sigma_x + \omega_r \sin(\omega_s t) \sigma_y + \omega_z \sigma_z = \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r e^{-i\omega_s t} \\ \omega_r e^{i\omega_s t} & -\omega_z \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

書ける。角速度 ω_s で z 軸の周りに回転するユニタリー変換

$$U_T = \exp(i\omega_s t \sigma_z / 2) = \begin{pmatrix} e^{i\omega_s t / 2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_s t / 2} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

をもちいて

$$U_T \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r e^{-i\omega_s t} \\ \omega_r e^{i\omega_s t} & -\omega_z \end{pmatrix} U_T^\dagger = \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r \\ \omega_r & -\omega_z \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

が成り立つ。

$$\psi_R(x, t) = U_T \psi(x, t) \quad (1.13)$$

とすると $\psi_R(x, t)$ の満たすシュレディンガー方程式は

$$i \frac{\partial \psi_R(x, t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_r \sigma_x + \left(\omega_z - \frac{1}{2} \omega_s \right) \sigma_z \right\} \psi_R(x, t) \quad (1.14)$$

となる。いま、共鳴条件

$$\epsilon = \frac{1}{2} \omega_s - \omega_z = 0 \quad (1.15)$$

が成り立っているとする。この時、シュレディンガー方程式は

$$i \frac{\partial \psi_R(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_r \sigma_x \right) \psi_R(x, t) \quad (1.16)$$

いま、

$$U_D = \exp(i\pi\sigma_y/4) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

というユニタリー変換を用いると、

$$U_D\sigma_x U_D^\dagger = \sigma_z \quad (1.18)$$

が成り立つ。

$$\psi_D(x, t) = U_D \psi_R(x, t) \quad (1.19)$$

とすると、 $\psi_D(x, t)$ の満たすシュレーディンガー方程式は

$$i\frac{\partial\psi_D(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_r\sigma_z\right)\psi_D(x, t) \quad (1.20)$$

この方程式の解のうち、エネルギー固有値が $E_n = \omega_n$ であるものは

$$\psi_D(x, t) = \begin{pmatrix} A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x} \\ A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x} \end{pmatrix} e^{-i\omega_n t} \quad (1.21)$$

ここで、

$$\frac{k_n^{\pm 2}}{2m} \pm \omega_r = E_n \quad (1.22)$$

が成り立つ。ゆえに、領域IIにおける波動関数は

$$\psi_{\text{II}}(x, t) = U_T^\dagger U_D^\dagger \psi_D(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \{(A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x}) - (A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x})\} e^{-i(\omega_n + \omega_z)t} \\ \{(A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x}) + (A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x})\} e^{-i(\omega_n - \omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

ここで、 $1/\sqrt{2}A_n^\pm, 1/\sqrt{2}B_n^\pm$ を A_n^\pm, B_n^\pm と取り直すと、

$$\psi_{\text{II}}(x, t) = U_T^\dagger U_D^\dagger \psi_D(x, t) = \begin{pmatrix} \{(A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x}) - (A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x})\} e^{-i(\omega_n + \omega_z)t} \\ \{(A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x}) + (A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x})\} e^{-i(\omega_n - \omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

■上向きスピンのフリップ いま、入射波を

$$\begin{pmatrix} I_0^+ \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_0^+ x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.25)$$

とする。ここで、

$$\omega_1 = \omega_0 - \omega_z \quad (1.26)$$

とすると、 $x = 0$ における接続より、領域IIにおいて $n = 1$ のもの以外は0になる。この時、スピン下成分のエネルギーは、

$$\omega_1 - \omega_z = \omega_0 - 2\omega_z \quad (1.27)$$

である。ゆえに、 $x = 0$ における反射を考慮すると、領域Iにおける波動関数は

$$\psi_1(x, t) = \begin{pmatrix} (I_0^+ e^{ik_0^+ x} + R_0^+ e^{-ik_0^+ x}) e^{-i\omega_0 t} \\ R_2^- e^{-ik_2^- x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

のようにかける。ここで、

$$\frac{(k_0^+)^2}{2m} + \omega_z = \omega_0 \quad (1.29)$$

$$\frac{(k_2^-)^2}{2m} - \omega_z = \omega_0 - 2\omega_z \quad (1.30)$$

が成り立つ。 $x = 0$ における接続により、

$$(A_1^+ + B_1^+) - (A_1^- + B_1^-) = I_0^+ + R_0^+ \quad (1.31)$$

$$k_1^+(A_1^+ - B_1^+) - k_1^-(A_1^- - B_1^-) = k_0^+ I_0^+ - k_0^+ R_0^+ \quad (1.32)$$

$$(A_1^+ + B_1^+) + (A_1^- + B_1^-) = R_2^- \quad (1.33)$$

$$k_1^+(A_1^+ - B_1^+) + k_1^-(A_1^- - B_1^-) = -k_2^- R_2^- \quad (1.34)$$

が成り立つ。以下、

$$\omega_0 \gg |\mu|B_r, |\mu|B_z, |\mu|B \quad (1.35)$$

に従って、 k_1^+ などをすべて k_0 で近似する。しかし、指数の肩に現れているものは k_0 からのずれが重要になるので、そのままにしておく。この近似が反射波を無視することに対応する。

$$A_1^+ + B_1^+ - A_1^- - B_1^- = I_0^+ + R_0^+ \quad (1.36)$$

$$A_1^+ - B_1^+ - A_1^- + B_1^- = I_0^+ - R_0^+ \quad (1.37)$$

$$A_1^+ + B_1^+ + A_1^- + B_1^- = R_2^- \quad (1.38)$$

$$A_1^+ - B_1^+ + A_1^- - B_1^- = -R_2^- \quad (1.39)$$

ゆえに

$$A_1^+ - A_1^- = I_0^+ \quad (1.40)$$

$$B_1^+ - B_1^- = R_0^+ \quad (1.41)$$

$$A_1^+ + A_1^- = 0 \quad (1.42)$$

$$B_1^+ + B_1^- = R_2^- \quad (1.43)$$

透過波、すなわち領域IIIにおける波動関数のうち、エネルギー固有値が E_n であるものは以下のようなものである。

$$\psi_{\text{III}}(x, t) = \begin{pmatrix} C_n^+ e^{iK_n^+ x} e^{-i\omega_n t} \\ C_n^- e^{iK_n^- x} e^{-i\omega_n t} \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

ここで、

$$\omega_2 = \omega_0 - 2\omega_z \quad (1.45)$$

とすると、 $x = x_1$ における接続より、スピン上成分については $n = 0$ のみが残り、スピン下成分については $n = 2$ のみが残る。

$$\psi_{\text{III}}(x, t) = \begin{pmatrix} C_0^+ e^{iK_0^+ x} e^{-i\omega_0 t} \\ C_2^- e^{iK_2^- x} e^{-i\omega_2 t} \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

$x = x_1$ における接続より、

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = (A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1}) - (A_1^- e^{ik_1^- x_1} + B_1^- e^{-ik_1^- x_1}) \quad (1.47)$$

$$K_0^+ C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = k_0^+ (A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1}) - k_0^- (A_1^- e^{ik_1^- x_1} - B_1^- e^{-ik_1^- x_1}) \quad (1.48)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = (A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1}) + (A_1^- e^{ik_1^- x_1} + B_1^- e^{-ik_1^- x_1}) \quad (1.49)$$

$$K_2^- C_2^- e^{iK_2^- x_1} = k_0^+ (A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1}) + k_0^- (A_1^- e^{ik_1^- x_1} - B_1^- e^{-ik_1^- x_1}) \quad (1.50)$$

先ほどと同じように近似して

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} - A_1^- e^{ik_1^- x_1} - B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.51)$$

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} - A_1^- e^{ik_1^- x_1} + B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.52)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} + A_1^- e^{ik_1^- x_1} + B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.53)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} + A_1^- e^{ik_1^- x_1} - B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.54)$$

ゆえに

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - A_1^- e^{ik_1^- x_1} \quad (1.55)$$

$$0 = B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} - B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.56)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + A_1^- e^{ik_1^- x_1} \quad (1.57)$$

$$0 = B_1^+ e^{-ik_1^+ x_1} + B_1^- e^{-ik_1^- x_1} \quad (1.58)$$

よって、

$$B_1^+ = B_1^- = 0 \quad (1.59)$$

ゆえに、

$$R_0^+ = B_1^+ - B_1^- = 0 \quad (1.60)$$

$$R_2^- = B_1^+ + B_1^- = 0 \quad (1.61)$$

よって、この近似の下では、反射波は無視できる。入射波の振幅 $I_0^+ = 1$ として、これまでの式をまとめると

$$A_1^+ - A_1^- = 1 \quad (1.62)$$

$$A_1^+ + A_1^- = 0 \quad (1.63)$$

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} - A_1^- e^{ik_1^- x_1} \quad (1.64)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = A_1^+ e^{ik_1^+ x_1} + A_1^- e^{ik_1^- x_1} \quad (1.65)$$

よって、

$$A_1^+ = \frac{1}{2} \quad (1.66)$$

$$A_1^- = -\frac{1}{2} \quad (1.67)$$

$$C_0^+ e^{iK_0^+ x_1} = \frac{1}{2} (e^{ik_1^+ x_1} + e^{ik_1^- x_1}) \simeq e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_1} \cos(\omega_r x_1/v) \quad (1.68)$$

$$C_2^- e^{iK_2^- x_1} = \frac{1}{2} (e^{ik_1^+ x_1} - e^{ik_1^- x_1}) \simeq -ie^{i(k_0 - \omega_z/v)x_1} \sin(\omega_r x_1/v) \quad (1.69)$$

ここで、

$$\frac{K_n^{\pm 2}}{2m} \pm \omega_z = \omega_n \quad (1.70)$$

により

$$\frac{K_0^{+2}}{2m} + \omega_z = \omega_0 \quad (1.71)$$

$$K_0^+ \approx k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.72)$$

また

$$\frac{K_2^{-2}}{2m} - \omega_z = \omega_2 \quad (1.73)$$

$$K_2^- \approx k_0 - \frac{2\omega_z}{v} + \frac{\omega_z}{v} = k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.74)$$

ゆえに

$$C_0^+ \approx \cos(\omega_r x_1/v) \quad (1.75)$$

$$C_2^- \approx -i \sin(\omega_r x_1/v) \quad (1.76)$$

よって、スピン上向きの粒子が入射したときの透過波は

$$\psi_{\text{III}}(x, t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_r x_1/v) \\ -i \sin(\omega_r x_1/v) e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.77)$$

■下向きスピンのフリップ この実験では入射波がスピン上向きであったが、ここでスピン下向きの入射波がどのように変化するのかについてみておく。領域 I での入射波が

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{ik_0^- x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.78)$$

である場合を考える。前回の議論を考慮して、はじめから反射波はないとして考える。ここで、

$$\frac{(k_0^-)^2}{2m} - \omega_z = \omega_0 \quad (1.79)$$

が成り立つので

$$k_0^- = \sqrt{2m(\omega_0 + \omega_z)} \approx k_0 + \frac{\omega_z}{v} \quad (1.80)$$

$x = 0$ における接続条件により、以下の 2 つの式が任意の t について成り立つ。

$$0 = (A_n^+ - A_n^-) e^{-i(\omega_n + \omega_z)t} \quad (1.81)$$

$$e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} = (A_n^+ + A_n^-) e^{-i(\omega_n - \omega_z)t} \quad (1.82)$$

ここで

$$\omega_3 - \omega_z = \omega_0 - 2\omega_z \quad (1.83)$$

とすると、残るのは $n = 3$ だけで

$$0 = A_3^+ - A_3^- \quad (1.84)$$

$$e^{-i(\omega_0-2\omega_z)t} = (A_3^+ + A_3^-) e^{-i(\omega_0-2\omega_z)t} \quad (1.85)$$

ゆえに

$$A_3^+ = \frac{1}{2} \quad (1.86)$$

$$A_3^- = \frac{1}{2} \quad (1.87)$$

この時

$$\begin{aligned} \psi_{\text{II}}(x, t) &= \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \left(e^{ik_3^+ x} - e^{ik_3^- x} \right) e^{-i(\omega_3 + \omega_z)t} \\ \frac{1}{2} \left(e^{ik_3^+ x} + e^{ik_3^- x} \right) e^{-i(\omega_3 - \omega_z)t} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \left(e^{ik_3^+ x} - e^{ik_3^- x} \right) e^{-i\omega_0 t} \\ \frac{1}{2} \left(e^{ik_3^+ x} + e^{ik_3^- x} \right) e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1.88)$$

ここで

$$\frac{k_n^{\pm 2}}{2m} \pm \omega_r = E_n \quad (1.89)$$

により

$$k_3^{\pm} \approx k_0 - \frac{\omega_z}{v} \mp \frac{\omega_r}{v} \quad (1.90)$$

が成り立つので

$$\begin{aligned} \psi_{\text{II}}(x, t) &= \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \left(e^{-i\omega_r x/v} - e^{i\omega_r x/v} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \\ \frac{1}{2} \left(e^{-i\omega_r x/v} + e^{i\omega_r x/v} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{l} -i \sin(\omega_r x/v) \\ \cos(\omega_r x/v) e^{2i\omega_z t} \end{array} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.91)$$

同様に考えて、スピン下向きの粒子が入射したときの領域IIIにおける透過波は

$$\begin{aligned} \psi_{\text{III}}(x, t) &= \left(\begin{array}{l} -i \sin(\omega_r x_1/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \\ \cos(\omega_r x_1/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{l} -i \sin(\omega_r x_1/v) \\ \cos(\omega_r x_1/v) e^{2i\omega_z t} \end{array} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.92)$$

■一般の入射波のフリップ 上から、入射波が

$$\psi_{\text{I}}(x, t) = \left(\begin{array}{l} \alpha e^{-i\omega_0 t} \\ \beta e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{array} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} \quad (1.93)$$

の時、フリッパーを通過することで、状態は

$$\psi_{\text{III}}(x, t) = \left(\begin{array}{cc} \cos(\omega_r x_1/v) & -i \sin(\omega_r x_1/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r x_1/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r x_1/v) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \alpha e^{-i\omega_0 t} \\ \beta e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{array} \right) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} \quad (1.94)$$

になる。ここでフリッパーの幅を d とする、すなわち $x_1 = d$ とすると、フリッパーを通過するということは波動関数に行列

$$\begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \quad (1.95)$$

をかけることで表される。今回、入射波は

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.96)$$

なので、透過波は

$$\psi_{\text{III}}(x, t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.97)$$

である。

1.1.3 位相のシフト

領域IIIとIVの境界 $x = x_2$ における波動関数は

$$\psi_{\text{III}}(x = x_2, t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.98)$$

領域IVにおける磁場を $B = (\omega + \omega_z)/\mu$ とすると、この領域ではスピン上成分が波数

$$k_0 - \frac{\omega}{v} - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.99)$$

スピン下成分が波数

$$k_0 + \frac{\omega + \omega_z}{v} - \frac{\omega_s}{v} = k_0 + \frac{\omega}{v} - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.100)$$

で進んでいくので、領域IVにおける波動関数は、

$$\psi_{\text{IV}}(x, t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{i(k_0 - (\omega + \omega_z)/v)(x - x_2)} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{i(k_0 + (\omega - \omega_z)/v)(x - x_2)} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.101)$$

領域Vでは、両成分とも波数

$$k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.102)$$

で進んでいくので、領域Vにおける波動関数は

$$\begin{aligned} \psi_{\text{V}}(x, t) &= \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{i(k_0 - (\omega + \omega_z)/v)(x_3 - x_2)} e^{i(k_0 - \omega_z/v)(x - x_3)} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{i(k_0 - \omega_z/v)x_2} e^{i(k_0 + (\omega - \omega_z)/v)(x_3 - x_2)} e^{i(k_0 - \omega_z/v)(x - x_3)} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) e^{-i\omega(x_3 - x_2)/v} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{i\omega(x_3 - x_2)/v} e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.103)$$

これを見るとわかるように、領域IIIにおいて波動関数 $\psi_{\text{III}}(x, t)$ で表される粒子は、領域IVを通過することで領域Vにおいて

$$\psi_{\text{V}}(x, t) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega(x_3 - x_2)/v} & 0 \\ 0 & e^{i\omega(x_3 - x_2)/v} \end{pmatrix} \psi_{\text{III}}(x, t) \quad (1.104)$$

で表される状態になる。ここで、位相シフタコイルの幅を d' とする、すなわち $x_3 - x_2 = d'$ とすると、位相シフタコイルを通過するということは、波動関数行列

$$\begin{pmatrix} e^{-i\omega d'/v} & 0 \\ 0 & e^{i\omega d'/v} \end{pmatrix} \quad (1.105)$$

をかけることで表される。

1.1.4 スピンのフリップ（下流側）

領域VIにあるフリッパーを通過したときの透過波の波動関数は、先ほどの節の議論を用いて以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \psi_{\text{VII}}(x, t) &= \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \psi_{\text{V}}(x, t) \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) e^{-i\omega d'/v} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{i\omega d'/v} e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2(\omega_r d/v) e^{-i\omega d'/v} - \sin^2(\omega_r d/v) e^{i\omega d'/v} \\ -i \cos(\omega_r d/v) \sin(\omega_r d/v) (e^{i\omega d'/v} + e^{-i\omega d'/v}) e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.106)$$

1.1.5 行列を用いた表示

以上の議論をまとめると、フリッパーを通過するということは、波動関数行列

$$\begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \quad (1.107)$$

をかけるということで表され、位相シフタコイルを通過するということは、行列

$$\begin{pmatrix} e^{-i\omega d'/v} & 0 \\ 0 & e^{i\omega d'/v} \end{pmatrix} \quad (1.108)$$

をかけることで表されるのであった。よって、領域Iから、

$$\psi_{\text{I}}(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.109)$$

で表される粒子が入射してきて、領域IIのフリッパー、領域IVの位相シフタコイル、領域VIのフリッパーを通過して領域VIIに至る場合、領域VIIにおける波動関数は

$$\begin{aligned} \psi_{\text{VII}}(x, t) &= \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\omega d'/v} & 0 \\ 0 & e^{i\omega d'/v} \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} \cos(\omega_r d/v) & -i \sin(\omega_r d/v) e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin(\omega_r d/v) e^{2i\omega_z t} & \cos(\omega_r d/v) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2(\omega_r d/v) e^{-i\omega d'/v} - \sin^2(\omega_r d/v) e^{i\omega d'/v} \\ -i \cos(\omega_r d/v) \sin(\omega_r d/v) (e^{i\omega d'/v} + e^{-i\omega d'/v}) e^{2i\omega_z t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \omega_z/v)x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.110)$$

であることがわかる。

このように、行列を用いる方法については第1.2章で詳しく議論する。

1.1.6 干渉

最終的な状態のスピン上成分の絶対値の2乗は、

$$\begin{aligned}
 |(\psi_{\text{VII}}(x, t))_+|^2 &= |e^{-i\omega d'/v} \cos^2(\omega_r d/v) - e^{i\omega d'/v} \sin^2(\omega_r d/v)|^2 \\
 &= \{\cos(\omega d'/v) \cos^2(\omega_r d/v) - \cos(\omega d'/v) \sin^2(\omega_r d/v)\}^2 \\
 &\quad + \{\sin(\omega d'/v) \cos^2(\omega_r d/v) + \sin(\omega d'/v) \sin^2(\omega_r d/v)\}^2 \\
 &= \cos^4(\omega_r d/v) + \sin^4(\omega_r d/v) \\
 &\quad - 2 \{\cos(\omega d'/v) \cos(\omega d'/v) - \sin(\omega d'/v) \sin(\omega d'/v)\} \cos^2(\omega_r d/v) \sin^2(\omega_r d/v) \\
 &= \cos^4(\omega_r d/v) + \sin^4(\omega_r d/v) - 2 \cos(2\omega d'/v) \cos^2(\omega_r d/v) \sin^2(\omega_r d/v) \\
 &= \{\cos^2(\omega_r d/v) + \sin^2(\omega_r d/v)\}^2 - 2 \{1 + \cos(2\omega d'/v)\} \cos^2(\omega_r d/v) \sin^2(\omega_r d/v) \\
 &= 1 - 4 \cos^2(\omega d'/v) \cos^2(\omega_r d/v) \sin^2(\omega_r d/v) \\
 &= 1 - \cos^2(\omega d'/v) \sin^2(2\omega_r d/v)
 \end{aligned} \tag{1.111}$$

これによると、領域IVにおける磁場 B の大きさを変えながらビームの下流でスピン上成分の粒子の数を測定すると、干渉が現れる。今回の実験では、この干渉を観測する。

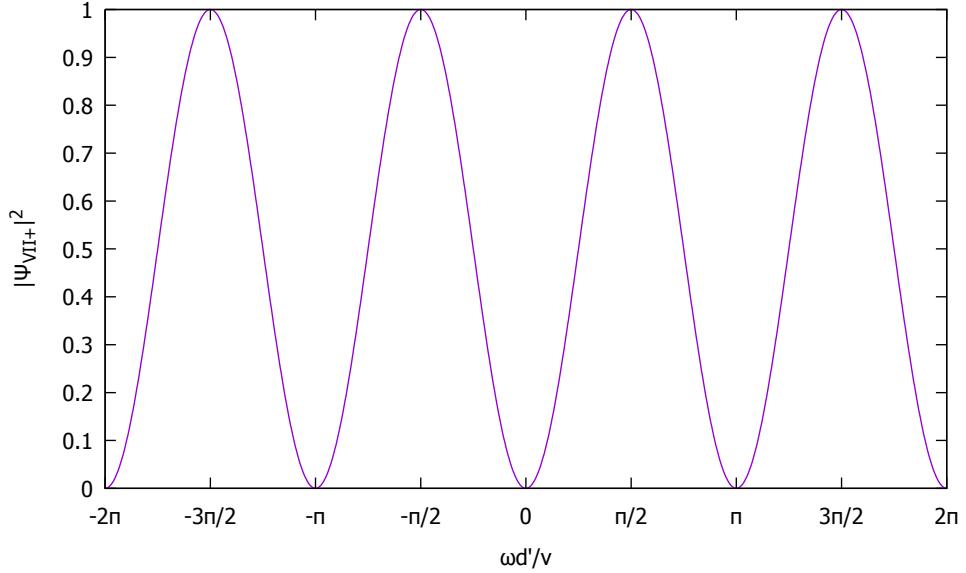


図 1.2: 干渉の図

1.1.7 反時計回りに回転する磁場が無視できる理由

式(14)に近似ができる理由をここでは説明する。時計回りに回転する磁場とともに回転する座標系で見る、すなわち角速度 ω_s で z 軸の周りに回転するユニタリー変換

$$U_T = \exp(i\omega_s t \sigma_z / 2) = \begin{pmatrix} e^{i\omega_s t / 2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_s t / 2} \end{pmatrix} \quad (1.112)$$

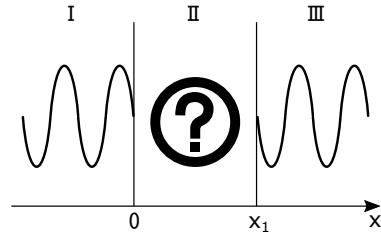
を施すことでの中性子は $-z$ 方向の有効磁場 $B' = \omega_s / 2\mu$ を感じる。これが全体にかかっている z 方向の一様磁場 B_z と打ち消しあって横方向の磁場だけが残り、スピンがフリップした。一方、反時計回りに回転する磁場について、磁場とともに回転する座標系では、中性子は $+z$ 方向の有効磁場 $B' = \omega_s / 2\mu$ を感じる。これは全体にかかっている z 方向の一様磁場 B_z と向きが同じであるから、中性子は $B_z + B'$ の磁場を $+z$ 方向に感じる。いま、スピン方向を一定に保とうとする z 方向の磁場 $B_z + B'$ がスピンをフリップさせようとする z 軸に垂直な磁場 B_r よりも十分大きいので、反時計回りに回転する磁場によるスピンのフリップの効果は無視できる。

1.2 行列形式

1.1 章で見たように共鳴条件を満たしたスピンフリッパーやシフタコイルの前後で波動関数の波数は変化しない。このことを利用すると波動関数から空間のつながりを切り離し、計算をエレガントに進めることができる。

1.2.1 一般論

■行列形式とは この節では、一般にある領域の前後で波動関数の波数が変わらないとき、入射波と透過波で波動関数の空間成分は変化せず、時間・スピン成分はある空間に依存しない行列を介して変換されることを見る。



以下では簡単のために粒子のスピンを $1/2$ とする。3 つの領域 I, II, III からなる系を考える。まず領域 I から波数 k のスピン上向きの平面波

$$\psi^{\text{inc}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega_+ t} \quad (1.113)$$

を入射する。Shrödinger 方程式を系の境界条件のもとで解いて、領域 III での透過波が

$$\psi^{\text{trans}} = \begin{pmatrix} a e^{-i\omega_1 t} \\ b e^{-i\omega_2 t} \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega_+ t} \quad (1.114)$$

と求まったとする。ここで係数 a, b やエネルギー変化 ω_1, ω_2 は入射波数と系の性質のみによってきまる定数とする。このときエネルギーは変わってもよいが、波数は変化していないことがポイントとなる。次に波数 k のスピン下向き平面波

$$\psi^{\text{inc}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega_- t} \quad (1.115)$$

を入射し、同様に Shrödinger 方程式を解いて領域 III での透過波が

$$\psi^{\text{trans}} = \begin{pmatrix} c e^{-i\omega_3 t} \\ d e^{-i\omega_4 t} \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega_- t} \quad (1.116)$$

と求まったとする。 c, d, ω_3, ω_4 も a, b, ω_1, ω_2 と同様、入射波数と系の性質のみによってきまる定数とする。このときも波数は変化していない。すると、波数 k の任意のスピン状態

$$\psi^{\text{inc}} = \begin{pmatrix} p e^{-i\omega_+ t} \\ q e^{-i\omega_- t} \end{pmatrix} e^{ikx} \quad (1.117)$$

を入射したときの領域 III における透過波は、Shrödinger 方程式の線形性から

$$\psi^{\text{trans}} = \begin{pmatrix} ae^{-i\omega_1 t} & ce^{-i\omega_3 t} \\ be^{-i\omega_2 t} & de^{-i\omega_4 t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} pe^{-i\omega_+ t} \\ qe^{-i\omega_- t} \end{pmatrix} e^{ikx} \quad (1.118)$$

となる。この結果は次のような見方ができる。すなわち波動関数を空間成分 $K(x)$ と時間・ спин成分 $\chi(t)$ に分けたとき、入射波と透過波で空間成分は変化せず

$$K^{\text{trans}}(x) = K^{\text{inc}}(x) = e^{ikx} \quad (1.119)$$

時間・スピニ成分は変化しない入射波数と系の性質のみによって決まる行列 $M(t)$ を用いて

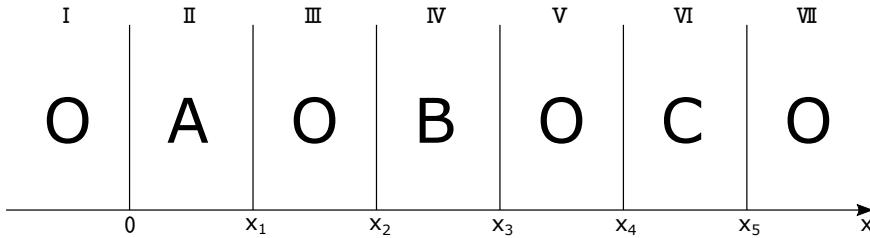
$$\chi^{\text{trans}}(t) = M(t)\chi^{\text{inc}}(t) \quad (1.120)$$

と変換される。このような見方を行列形式と呼ぶことにする。上の例では

$$M(t) = \begin{pmatrix} ae^{-i\omega_1 t} & ce^{-i\omega_3 t} \\ be^{-i\omega_2 t} & de^{-i\omega_4 t} \end{pmatrix} \quad (1.121)$$

である。ここで行列 $M(t)$ が時間のみに依存し、空間に依存しないことが重要な意味をもつ。

■空間的な切り離し 今度は 7 つの領域 I,II,III,IV,V,VI,VII からなる系を考える。ここで奇数番目の領域 (I,III,V,VII) は全て同一の性質 O をもち、領域 II は性質 A を、領域 IV は性質 B を、領域 VI は性質 C をもつとする。さらに領域 II、領域 IV、領域 VI の前後では波数が変化しないことが分かっている。



さて領域 I からスピニ上向き平面波

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_+ x - i\omega_0 t} \quad (1.122)$$

を入射したとき領域 VII での透過波はどのように表されるだろうか。もちろん Shrödinger 方程式を系の境界条件のもとで地道に解いてもよいが、ここでは前述の行列形式を用いよう。すなわち透過波を空間成分 $K^{\text{trans}}(x)$ と時間・スピニ成分 $\chi^{\text{trans}}(t)$ に分け、性質 A,B,C から個別に求めた変換行列をそれぞれ $A(t), B(t), C(t)$ とすると、

$$K^{\text{trans}} = e^{ik_+ x} \quad (1.123)$$

$$\chi^{\text{trans}} = C(t)B(t)A(t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.124)$$

と求まる。

ここで領域 II と IV の性質を入れ替える。つまり領域 II が性質 B を、領域 IV が性質 A をもつとする。このとき先程と同様に領域 I からスピン上向き平面波を入射したときの領域 VII における透過波はどのように表されるか。Shrödinger 方程式を解くとするとまた一から考える必要があるが、行列形式では変換行列が空間的な並びには依存しないことから

$$K^{\text{trans}} = e^{ik_+ x} \quad (1.125)$$

$$\chi^{\text{trans}} = C(t)A(t)B(t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.126)$$

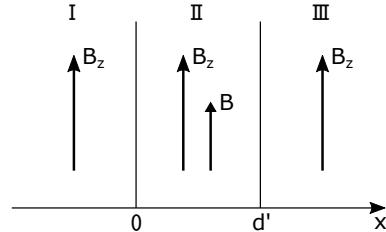
とすぐに求まる。

このように行列形式の本質は領域の前後で波数が変わらないことを利用して、波動関数を空間的に形が変化しない空間成分と変化する時間・スピン成分に分けるところにある。それによって波動関数から空間的なつながりを切り離し、それぞれの領域を個別に考えた後で、好きな順番に並べ替えて議論することができる。

以下では具体的にそれぞれの装置の変換行列を求め、その後共鳴条件が満たされた場合のスピン干渉の式(1.111)を再導出する。

1.2.2 位相シフタコイル

一様磁場中に位相シフタコイルがひとつ置かれた状況を考える。系は3つの領域 I, II, III からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z がかけられ、それに加えて領域 II に z 方向一様磁場 B がかけられている。



■領域 I スピンの量子化軸を z 軸に選ぶと、領域 I における Shrödinger 方程式は

$$i \frac{\partial \psi_I}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \underbrace{\mu_n B_z}_{+|\mu_n|Bz=\omega_z} \sigma_z \right] \psi_I \quad (1.127)$$

である。入射波数を k として、スピン上向き、下向きの入射波をそれぞれ

$$\psi_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ikx-i\omega_0 t} \quad \psi_I = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{ikx-i\omega^- t} \quad (1.128)$$

とすると

$$k = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)} \quad (1.129)$$

$$\omega^- = \frac{k^2}{2m} - \omega_z = \omega_0 - 2\omega_z \quad (1.130)$$

を得る。以後、入射エネルギーは外部磁場によるポテンシャルに比べて十分大きいとして近似し、全ての境界で反射を無視する。すなわち領域 I における波動関数は

$$\psi_I \simeq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_I \simeq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.131)$$

と書ける。ここで $k_0 \equiv \sqrt{2m\omega_0}$, $v \equiv k_0/m$ とした。

■領域 II 領域 II における Shrödinger 方程式は

$$i \frac{\partial \psi_{II}}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (\omega_z + \omega) \sigma_z \right] \psi_{II} \quad (1.132)$$

ここで $\omega = |\mu_n|B$ とした。領域 I と II の境界でエネルギーは変化しないので、領域 II におけるスピン上下成分の波数 k_{II}^\pm は

$$k_{II}^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - (\omega_z + \omega))} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega}{v} \quad (1.133)$$

$$k_{II}^- = \sqrt{2m(\omega_0 - 2\omega_z + (\omega_z + \omega))} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega}{v} \quad (1.134)$$

となる。反射波を無視し、領域 I と II の境界 ($x=0$) でそれぞれの入射波に対して波動関数を接続すると

$$\psi_{II} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_{II} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.135)$$

を得る。

■領域 III 領域 III における Shrödinger 方程式は領域 I と同じく

$$i \frac{\partial \psi_I}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_z \sigma_z \right] \psi_I \quad (1.136)$$

である。領域 II と III の境界でエネルギーは変化しないので、領域 III におけるスピン上下成分の波数 k_{III}^\pm は

$$k_{III}^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.137)$$

$$k_{III}^- = \sqrt{2m(\omega_0 - 2\omega_z + \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.138)$$

となる。領域 II と III の境界 ($x=d'$) でそれぞれの入射波に対して波動関数を接続すると

$$\psi_{III} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\frac{\omega}{v}d'} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_{III} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{v}d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.139)$$

を得る。

■変換行列 以上より位相シフタコイルにおいて入射波と透過波の関係が次のように得られた:

$$\psi_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_I = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.140)$$

$$\psi_{III} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\frac{\omega}{v}d'} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_{III} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{v}d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.141)$$

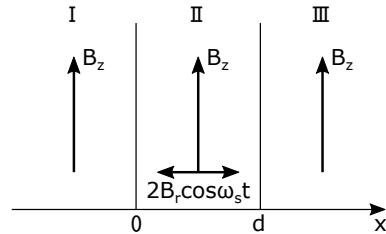
入射波と透過波を見比べることにより、位相シフタコイルの前後で波数は変化しないことが分かり、位相シフタコイルを表す変換行列 S は

$$S = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\omega}{v}d'} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\omega}{v}d'} \end{pmatrix} \quad (1.142)$$

と求まる。

1.2.3 共鳴スピンドリッパー

一様磁場中に理想化された RF スピンドリッパーがひとつ置かれた状況を考える。系は 3 つの領域 I, II, III からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z が、領域 II に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ がかけられている。さらに以下では共鳴条件 $\omega_s/2 - \omega_z = 0$ が満たされている場合を扱う。



■領域 I 領域 I は位相シフタコイルのときと全く同じで、波数 k のスピニ上向き、下向きの入射波はそれぞれ

$$\psi_I \simeq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_I \simeq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.143)$$

と表せる。

■領域 II 1.1 章より領域 II における波動関数は反射波を無視すると一般に

$$\psi_{II} = \begin{pmatrix} (A_n^+ e^{ik_n^+ x} - A_n^- e^{ik_n^- x}) e^{-i(\omega_n + \omega_z)} \\ (A_n^+ e^{ik_n^+ x} + A_n^- e^{ik_n^- x}) e^{-i(\omega_n - \omega_z)} \end{pmatrix} \quad (1.144)$$

と書ける。ここで $k_n^\pm = \sqrt{2m(\omega_n \mp \omega_r)}$ 。よって ψ_I と ψ_{II} が領域 I と II の境界 ($x=0$) において任意の時刻 t で接続するためには

$$\omega_n = \omega_1 \equiv \omega_0 - \omega_z \quad (1.145)$$

が必要である。そのとき

$$\psi_{\text{II}} = \begin{pmatrix} \left(A_1^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} - A_1^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i\omega_0 t} \\ \left(A_1^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} + A_1^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.146)$$

となる。領域 I と II の接続を考えると、スピン上向き、下向きの入射波に対してそれぞれ

$$\begin{aligned} & \begin{cases} A_1^+ - A_1^- = 1 \\ A_1^+ + A_1^- = 0 \end{cases} & \begin{cases} A_1^+ + A_1^- = 1 \\ A_1^+ - A_1^- = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} A_1^+ = \frac{1}{2} \\ A_1^- = -\frac{1}{2} \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} A_1^+ = \frac{1}{2} \\ A_1^- = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.147)$$

がなりたつ。したがってそれぞれの入射波に対する領域 II の波動関数は

$$\begin{aligned} \psi_{\text{II}} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} + e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i\omega_0 t} \\ \frac{1}{2} \left(e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} - e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad \psi_{\text{II}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} - e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i\omega_0 t} \\ \frac{1}{2} \left(e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega_r}{v})x} + e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_r}{v})x} \right) e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r x}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ -i \sin \frac{\omega_r x}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad = \begin{pmatrix} -i \sin \frac{\omega_r x}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ \cos \frac{\omega_r x}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.148)$$

となる。

■領域 III 領域 III も位相シフタコイルのときと同様にして、領域 III におけるスピン上下成分の波数 k_{III}^{\pm} は

$$k_{\text{III}}^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.149)$$

$$k_{\text{III}}^- = \sqrt{2m(\omega_0 - 2\omega_z + \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.150)$$

となる。領域 II と III の境界 ($x=d$) でそれぞれの入射波に対して波動関数を接続すると

$$\psi_{\text{III}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad \psi_{\text{III}} = \begin{pmatrix} -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ \cos \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.151)$$

を得る。

■変換行列 以上より共鳴条件を満たしたスピンフリッパーにおいて入射波と透過波の関係が次のように得られた:

$$\psi_{\text{I}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i\omega_0 t} \quad \psi_{\text{I}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x - i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \quad (1.152)$$

$$\psi_{\text{III}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad \psi_{\text{III}} = \begin{pmatrix} -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ \cos \frac{\omega_r d}{v} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - 2\omega_z)t} \end{pmatrix} \quad (1.153)$$

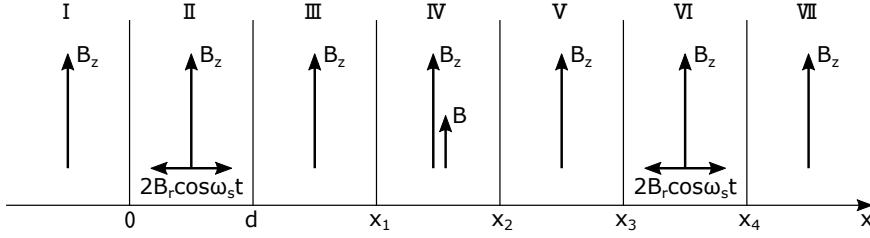
入射波と透過波を見比べることにより、共鳴スピンフリッパーの前後で波数は変化しないことが分かり、共鳴スピンフリッパーを表す変換行列 F は

$$F = \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} & -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{+2i\omega_z t} & \cos \frac{\omega_r d}{v} \end{pmatrix} \quad (1.154)$$

と求まる。

1.2.4 スピン干渉

いよいよ行列形式でスピン干渉を見てゆく。一様磁場中にスピンフリッパー、位相シフタコイル、スピンフリッパーが順番に置かれた状況を考える。系は7つの領域 I,II,III,IV,V,VI,VII からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z がかけられ、それに加えて領域 II,VI に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ が、領域 IV に z 方向一様磁場 B がかけられている。



領域 I からスピン上向き平面波

$$\psi_I(x, t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\chi_I(t)} e^{-i\omega_0 t} \underbrace{e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x}}_{K_I(x)} \quad (1.155)$$

を入射したとき、領域 VII における波動関数 $\psi_{VII}(x, t)$ の空間成分 $K_{VII}(x)$ と時間・スピン成分 $\chi_{VII}(t)$ は

$$K_{VII}(x) = K_I(x) = e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} \quad (1.156)$$

$$\begin{aligned} \chi_{VII}(t) &= FSF \chi_I(t) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} & -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{+2i\omega_z t} & \cos \frac{\omega_r d}{v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} & 0 \\ 0 & e^{i \frac{\omega}{v} d'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} & -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-2i\omega_z t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{+2i\omega_z t} & \cos \frac{\omega_r d}{v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega_0 t} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{-i \frac{\omega d'}{v}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{i \frac{\omega d'}{v}} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} \cos \frac{\omega_r d}{v} \left(e^{-i \frac{\omega d'}{v}} + e^{i \frac{\omega d'}{v}} \right) e^{i\omega_s t} \end{pmatrix} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.157)$$

となる。したがって領域 VII においてスピン上向き中性子を観測する確率は

$$\begin{aligned} |\psi_{VII}^+|^2 &= |\chi_{VII}^+|^2 = \left| \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{-i \frac{\omega d'}{v}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{i \frac{\omega d'}{v}} \right|^2 \\ &= \cos^4 \frac{\omega_r d}{v} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v} - 2 \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} \cos \frac{2\omega d'}{v} \\ &= 1 - \sin^2 \frac{2\omega_r d}{v} \cos^2 \frac{\omega d'}{v} \end{aligned} \quad (1.158)$$

となる。確かに 1.1 章の最後に得られた結果が再び導出された。

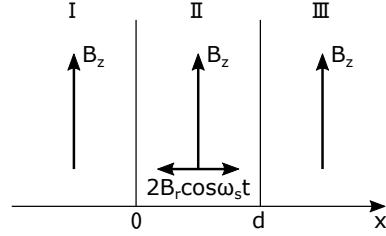
1.3 必ずしも共鳴条件を満たさない場合

これまでにはシンプルにスピン干渉という現象を見るために、共鳴条件 (1.15) が満たされる場合のみを扱ってきた。しかし、実際の解析では共鳴条件を満たさない場合も扱う必要があるため、この章ではより一般的に必ずしも共鳴条件を満たさない場合に何が起こるかを見てゆく。

1.3.1 スピンフリッパーの機能

スピン干渉について考える前に、共鳴条件を満たさない場合のスピンフリッパーの機能について考えよう。

■舞台とあらすじ 一様磁場中に理想化された RF スピンフリッパーがひとつ置かれた状況を考える。系は 3 つの領域 I, II, III からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z が、領域 II に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ がかけられている。



これから述べるように、スピン上向きの中性子が領域 I から速度 v で入射し領域 II を通って領域 III に抜けるとき、領域 III におけるスピン上向き中性子の存在確率は

$$|\psi_{\text{III}}^+|^2 = \cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.159)$$

となる。ここで $\epsilon = \omega_s/2 - \omega_z$, $\omega_A = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_r^2}$ であり、 $\omega_z = |\mu_n|B_z$, $\omega_r = |\mu_n|B_r$, μ_n は中性子の磁気モーメント、 d は領域 II の幅である。ここで定義した

$$\epsilon = \frac{\omega_s}{2} - \omega_z \quad (1.160)$$

という量は共鳴からのずれを表す指標であり、この章で非常に重要な役割を演じる。

■入射波 スピンの量子化軸を z 軸に選ぶと、領域 I における Shrödinger 方程式は

$$i \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \underbrace{\mu_n B_z}_{+|\mu_n|Bz=\omega_z} \sigma_z \right] \psi_1 \quad (1.161)$$

入射中性子のスピンは上向きとしたので、そのエネルギーを ω_0 とすると、領域 I における波動関数の入射成分はスピン上下の 2 成分表示で

$$\psi_1^{\text{in}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_0^+ x - i\omega_0 t} \quad (1.162)$$

と書ける。ここで $k_0^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)}$ 。

■領域 II 領域 II における磁場を

$$\mathbf{B}_{\text{II}} = \hat{x}(2B_r) \cos \omega_s t + \hat{z}B_z \quad (1.163)$$

と書く。ただし \hat{x}, \hat{z} はそれぞれ x, z 軸正の向きの単位ベクトル。 $|B_r| \ll |B_z|$ のときには、1.1 章で述べた理由により振動磁場を次のような xy 平面上の回転磁場に置き換えてよい:

$$\hat{x}(2B_r) \cos \omega_s t \rightarrow \hat{x}B_r \cos \omega_s t + \hat{y} \sin \omega_s t \quad (1.164)$$

したがって $|B_r| \ll |B_z|$ のとき領域 II における磁場は

$$\mathbf{B}_{\text{II}} \simeq \hat{x}B_r \cos \omega_s t + \hat{y}B_r \sin \omega_s t + \hat{z}B_z \quad (1.165)$$

となる。このとき領域 II における Shrödinger 方程式は

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi_{\text{II}}}{\partial t} &= \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \boldsymbol{\mu}_n \cdot \mathbf{B}_{\text{II}} \right] \psi_{\text{II}} \\ &= \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + |\boldsymbol{\mu}_n| (\sigma_x B_r \cos \omega_s t + \sigma_y B_r \sin \omega_s t + \sigma_z B_z) \right] \psi_{\text{II}} \\ &= \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r e^{-i\omega_s t} \\ \omega_r e^{i\omega_s t} & -\omega_z \end{pmatrix} \right] \psi_{\text{II}} \end{aligned} \quad (1.166)$$

となる。まずハミルトニアンの時間依存性を除くために、 z 軸まわりの角速度 $-\omega_s$ の回転を表すユニタリ変換

$$U_T = \exp [+iS_z \omega_s t] = \exp \left[i\sigma_z \frac{\omega_s t}{2} \right] = \begin{pmatrix} e^{i\omega_s t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_s t/2} \end{pmatrix} \quad (1.167)$$

を用いて

$$U_T \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r e^{-i\omega_s t} \\ \omega_r e^{i\omega_s t} & -\omega_z \end{pmatrix} U_T^\dagger = \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_r \\ \omega_r & -\omega_z \end{pmatrix} \quad (1.168)$$

がなりたつことに注意すると、

$$i \frac{\partial}{\partial t} (U_T \psi_{\text{II}}) = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \begin{pmatrix} -(\frac{\omega_s}{2} - \omega_z) & \omega_r \\ \omega_r & \frac{\omega_s}{2} - \omega_z \end{pmatrix} \right] (U_T \psi_{\text{II}}) \quad (1.169)$$

を得る。さらにこのハミルトニアンを対角的にするために

$$\begin{pmatrix} -(\frac{\omega_s}{2} - \omega_z) & \omega_r \\ \omega_r & \frac{\omega_s}{2} - \omega_z \end{pmatrix} = \omega_A \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.170)$$

と書く。ここで $\epsilon = \omega_s/2 - \omega_z$, $\omega_A = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_r^2}$ として

$$\cos \theta = \frac{-\epsilon}{\omega_A}, \quad \sin \theta = \frac{\omega_r}{\omega_A} \quad (1.171)$$

である。 y 軸まわりの角度 $-\theta$ 回転を表すユニタリ変換

$$U_D = \exp [+iS_y \theta] = \exp \left[i\sigma_y \frac{\theta}{2} \right] = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (1.172)$$

を用いて

$$U_D \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} U_D^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.173)$$

がなりたつことに注意すると、

$$i \frac{\partial}{\partial t} (U_D U_T \psi_{\text{II}}) = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_A \sigma_Z \right] (U_D U_T \psi_{\text{II}}) \quad (1.174)$$

を得る。

したがって、領域 II における中性子のエネルギーを ω_n とすると、定数 A_n^\pm, B_n^\pm を用いて

$$\psi_D \equiv U_D U_T \psi_{\text{II}} = \begin{pmatrix} A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x} \\ A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x} \end{pmatrix} e^{-i\omega_n t} \quad (1.175)$$

と書けるから、領域 II における波動関数は

$$\begin{aligned} \psi_{\text{II}} &= U_T^\dagger U_D^\dagger \psi_D \\ &= \begin{pmatrix} e^{-i\omega_s t/2} & 0 \\ 0 & e^{+i\omega_s t/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^+ e^{ik_n^+ x} + B_n^+ e^{-ik_n^+ x} \\ A_n^- e^{ik_n^- x} + B_n^- e^{-ik_n^- x} \end{pmatrix} e^{-i\omega_n t} \\ &= \begin{pmatrix} (A_n^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{ik_n^+ x} + B_n^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-ik_n^+ x} - A_n^- \sin \frac{\theta}{2} e^{ik_n^- x} - B_n^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-ik_n^- x}) e^{-i(\omega_n + \omega_s/2)t} \\ (A_n^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{ik_n^+ x} + B_n^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-ik_n^+ x} + A_n^- \cos \frac{\theta}{2} e^{ik_n^- x} + B_n^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-ik_n^- x}) e^{-i(\omega_n - \omega_s/2)t} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.176)$$

と書ける。ここで $k_n^\pm = \sqrt{2m(\omega_n \mp \omega_A)}$ 。

■領域 I と II の接続 入射波 ψ_I^{in} と ψ_{II} が任意の時刻 t で領域 I と II の境界 ($x = 0$) において接続するためには

$$\omega_n = \omega_1 \equiv \omega_0 - \frac{\omega_s}{2} \quad (1.177)$$

が必要である。そのとき

$$\psi_{\text{II}} = \begin{pmatrix} (A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{ik_1^+ x} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-ik_1^+ x} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{ik_1^- x} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-ik_1^- x}) e^{-i\omega_0 t} \\ (A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{ik_1^+ x} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-ik_1^+ x} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{ik_1^- x} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-ik_1^- x}) e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.178)$$

ここで $k_1^\pm = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s/2 \mp \omega_A)}$ 。

またこのことから、領域 I での反射波を含めた全波動関数 ψ_I は

$$\psi_I = I_0^+ \psi_I^{\text{in}} + \begin{pmatrix} R_0^+ e^{-ik_0^+ x} e^{-i\omega_0 t} \\ R_2^- e^{-ik_2^- x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I_0^+ e^{ik_0^+ x} + R_0^+ e^{-ik_0^+ x}) e^{-i\omega_0 t} \\ R_2^- e^{-ik_2^- x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.179)$$

と書ける。ここで I_0^+, R_0^+, R_2^- は定数であり、 $k_0^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)}$, $k_2^- = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s + \omega_z)}$ である。

さて、ここで領域 I と II の接続を考えると、次の 4 つの式がなりたつ:

$$\begin{cases} A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} = I_0^+ + R_0^+ \\ k_1^+ (A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - B_1^+ \cos \frac{\theta}{2}) - k_1^- (A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2}) = k_0^+ (I_0^- - R_0^+) \\ A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} = R_2^- \\ k_1^+ (A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} - B_1^+ \sin \frac{\theta}{2}) + k_1^- (A_1^- \cos \frac{\theta}{2} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2}) = -k_2^- R_2^- \end{cases} \quad (1.180)$$

■近似 いま中性子の入射エネルギー ω_0 は、 ω_z や ω_s, ω_r などと比べて十分大きいとする。このとき

$$k_0^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} \quad (1.181)$$

$$k_1^\pm = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s/2 \mp \omega_A)} \simeq k_0 - \frac{\omega_s}{2v} \mp \frac{\omega_A}{v} \quad (1.182)$$

$$k_2^- = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s + \omega_z)} \simeq k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v} \quad (1.183)$$

となる。ここで $k_0 \equiv \sqrt{2m\omega_0}$ とした。さらに式 (1.180) のように両辺で k_0 が打ち消し合わないときは

$$k_n^\pm \simeq k_0 \quad (1.184)$$

と近似する。後で見るようにこれは反射波を無視することと同値である。

この近似の下で式 (1.180) は次のように変形される:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} = I_0^+ + R_0^+ \\ k_0(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - B_1^+ \cos \frac{\theta}{2}) - k_0(A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2}) = k_0(I_0^- - R_0^+) \\ A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} = R_2^- \\ k_0(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} - B_1^+ \sin \frac{\theta}{2}) + k_0(A_1^- \cos \frac{\theta}{2} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2}) = -k_0 R_2^- \end{array} \right. \\ \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} = I_0^+ + R_0^+ \\ A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} = I_0^- - R_0^+ \\ A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} = R_2^- \\ A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} - B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2} = -R_2^- \end{array} \right. \\ \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} = I_0^+ \\ B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} = R_0^+ \\ A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} = 0 \\ B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2} = R_2^- \end{array} \right. \\ \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} A_1^+ = I_0^+ \cos \frac{\theta}{2} \\ A_1^- = -I_0^+ \sin \frac{\theta}{2} \\ B_1^+ = R_0^+ \cos \frac{\theta}{2} + R_2^- \sin \frac{\theta}{2} \\ B_1^- = R_2^- \cos \frac{\theta}{2} - R_0^+ \sin \frac{\theta}{2} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (1.185)$$

■領域 III 領域 III における Shrödinger 方程式は領域 I と同じで

$$i \frac{\partial \psi_{\text{III}}}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_z \sigma_z \right] \psi_{\text{III}} \quad (1.186)$$

である。 ψ_{II} と ψ_{III} が任意の時刻 t で領域 II と III の境界 ($x = d$) において接続するためには、式 (1.176) より、領域 III における中性子のエネルギーがスピン上向きに対しては ω_0 、スピン下向きに対しては $\omega_0 - \omega_s$ であることが必要である。よって領域 III における波動関数 ψ_{III} は定数 C_0^+, C_2^- を用いて

$$\psi_{\text{III}} = \begin{pmatrix} C_0^+ e^{i k_0^+ x} e^{-i \omega_0 t} \\ C_2^- e^{i k_2^- x} e^{-i (\omega_0 - \omega_s) t} \end{pmatrix} \quad (1.187)$$

と書ける。ここで $k_0^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_z)}$, $k_2^- = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s + \omega_z)}$ 。

■領域 II と III の接続 次に領域 II と III の接続を考える。前述の通り、波数の内、両辺で k_0 が打ち消しあいその差が現れるもの（指数の肩に乗っているもの）については式(1.181),(1.182),(1.183)のように、両辺で k_0 が打ち消し合わないもの（指数の肩から降りているもの）については式(1.184)のように近似する。すると次の4つの式がなりたつ：

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})d} = C_0^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})d} \\ \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})d} = C_0^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})d} \\ \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})d} = C_2^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})d} \\ \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})d} = C_2^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})d} \end{array} \right. \\
 \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\omega_s}{2} - \frac{\omega_z}{v} d} = C_0^+ \\ \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\omega_s}{2} - \frac{\omega_z}{v} d} = C_0^+ \\ \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\omega_s}{2} - \frac{\omega_z}{v} d} = C_2^- \\ \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\omega_s}{2} - \frac{\omega_z}{v} d} = C_2^- \end{array} \right. \\
 \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} = C_0^+ \\ \left(B_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} - B_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} = 0 \\ \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} d} = C_2^- \\ \left(B_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + B_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} d} = 0 \end{array} \right. \\
 \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} C_0^+ = \left(A_1^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - A_1^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} \\ C_2^- = \left(A_1^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + A_1^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} d} \\ B_1^+ = 0 \\ B_1^- = 0 \end{array} \right. \tag{1.188}
 \end{aligned}$$

■結末 したがって式(1.185),(1.188)より

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1^+ = I_0^+ \cos \frac{\theta}{2} \\ A_1^- = -I_0^+ \cos \frac{\theta}{2} \\ B_1^+ = 0 \\ B_1^- = 0 \\ C_0^+ = I_0^+ \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} \\ C_2^- = I_0^+ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} d} \\ R_0^+ = 0 \\ R_2^- = 0 \end{array} \right. \tag{1.189}$$

を得る。前述の通り $B_1^\pm = R_0^+ = R_2^- = 0$ 、すなわち全ての境界における反射波はゼロとなる。いま $|\psi_I|^2 = |I_0^+|^2 = 1$ と規格化すると、 $I_0^+ = 1$ ととてよい。そのとき

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.190)$$

$$\psi_{II}(x, t) = \begin{pmatrix} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} x} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} x} - e^{i \frac{\omega_A}{v} x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.191)$$

$$\psi_{III}(x, t) = \begin{pmatrix} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.192)$$

となる。

ここで $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}(1 + \frac{\epsilon}{\omega_A})$, $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) = \frac{1}{2}(1 - \frac{\epsilon}{\omega_A})$ より

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon}{\omega_A} \right) \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon}{\omega_A} \right) \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d - i \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) \\ &= \cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \end{aligned} \quad (1.193)$$

また $\sin \theta = \omega_r / \omega_A$ より

$$\begin{aligned} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) &= -i \sin \theta \sin \frac{\omega_A}{v} d \\ &= -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \end{aligned} \quad (1.194)$$

ゆえに

$$\psi_{III}(x, t) = \begin{pmatrix} \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d e^{i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.195)$$

となる。したがって領域 I からスピン上向きの中性子を入射したとき、領域 III でスピン上向きの中性子を観測する確率は

$$\begin{aligned} |\psi_{III}^+|^2 &= \left| \cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right|^2 \\ &= \cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \end{aligned} \quad (1.196)$$

となる。

いま $\omega_r / |\omega_z| = 0.5$ とし、 $\omega_r d / v = \pi/2$ を満たす速度の中性子についてスピンフリッパーを通過したときのスピン反転率 ($= 1 - |\psi_{III}^+|^2$) と $\epsilon / |\omega_z|$ の関係を図 1.3 に表す。図 1.3 から共鳴からのずれに応じてスピン反転率が変化する様子が見える。共鳴条件を満たさない場合もスピンを反転させるというスピンフリッパーの機能がなくなってしまうわけではないが、共鳴からのずれが大きくなるにつれて反転率は 0 に収束してゆくことがわかる。

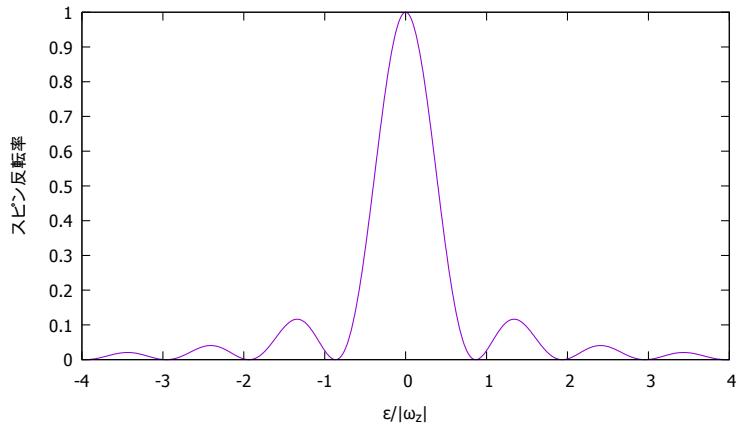
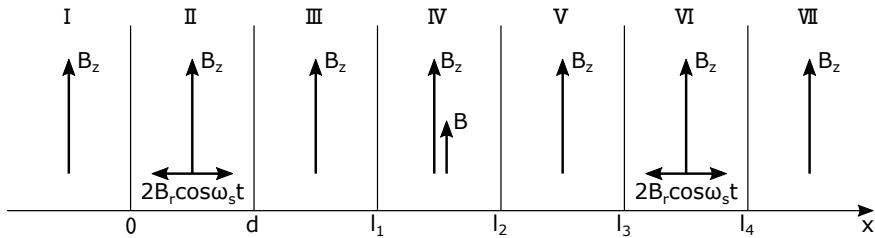


図 1.3: スピン反転率

1.3.2 スピン干渉の原理

ではいよいよ必ずしも共鳴条件を満たさない場合のスピン干渉の原理を見てゆこう。

■舞台とあらすじ 一様磁場中に、理想化された RF スピンフリッパーふたつとシフタコイルひとつが置かれた状況を考える。系は 7 つの領域 I,II,III,IV,V,VI,VII からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z がかけられ、それに加えて領域 II,VI に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ が、領域 IV に z 方向一様磁場 B がかけられている。



これから述べるように、スピン上向きの中性子が領域 I から入射し、領域 I~VI を通って領域 VII に抜けるとき、領域 VII においてスピン上向き中性子を観測する確率は

$$|\psi_{VII}^+|^2 = N_1(\epsilon) - N_2(\epsilon) \cos(\Omega - \Delta(\epsilon)) - N_3(\epsilon) \sin(\Omega - \Delta(\epsilon)) \quad (1.197)$$

のように書ける。ここで Ω はシフタコイル磁場によって生じた位相差、 $\Delta(\epsilon)$ は ϵ に依存した定数位相である。

■仮定と拝借 今回は最初から中性子の入射エネルギーはポテンシャルに比べて十分大きいとし、全ての境界で反射は無視する。すると、前節での結果をそのまま拝借することができる。すなわち、領域 I,II,III における

波動関数はそれぞれ

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.198)$$

$$\psi_{II}(x, t) = \begin{pmatrix} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} x} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} x} - e^{i \frac{\omega_A}{v} x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.199)$$

$$\psi_{III}(x, t) = \begin{pmatrix} \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d e^{i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.200)$$

と書ける。ここで $\epsilon = \omega_s/2 - \omega_z$, $\omega_A = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_r^2}$ であり、 $\omega_z = |\mu_n|B_z$, $\omega_r = |\mu_n|B_r$ 。 ω_0, v はそれぞれ中性子の入射エネルギー、速度であり、 $k_0 = \sqrt{2m\omega_0}$ である。その他の記号は前節参照。

■領域 IV 領域 IV における Shrödinger 方程式は

$$i \frac{\partial \psi_{IV}}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (\omega_z + \omega) \sigma_z \right] \psi_{IV} \quad (1.201)$$

ここで $\omega = |\mu_n|B$ とした。領域 III と IV の境界でエネルギーは変化しないので、領域 IV におけるスピン上下成分の波数 k_{IV}^\pm は

$$k_{IV}^+ = \sqrt{2m(\omega_0 - (\omega_z + \omega))} \simeq k_0 - \frac{\omega_z}{v} - \frac{\omega}{v} \quad (1.202)$$

$$k_{IV}^- = \sqrt{2m(\omega_0 - \omega_s + (\omega_z + \omega))} \simeq k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega}{v} \quad (1.203)$$

となる。反射波を無視し、領域 III と IV の境界 ($x = l_1$) で波動関数を接続すると

$$\psi_{IV} = \begin{pmatrix} \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} e^{-i \frac{\omega}{v}(x-l_1)} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d e^{i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i \frac{\omega}{v}(x-l_1)} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.204)$$

を得る。

■領域 V 領域 V における Shrödinger 方程式は領域 I, III と等しく、

$$i \frac{\partial \psi_V}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_z \sigma_z \right] \psi_V \quad (1.205)$$

である。領域 IV と同様にして、反射波を無視し、領域 IV と V の境界 ($x = l_2$) で波動関数を接続すると

$$\psi_V = \begin{pmatrix} \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} d} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d e^{i \frac{\epsilon}{v} d} e^{i \frac{\omega}{v} d'} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.206)$$

を得る。ここで $l_2 - l_1 = d'$ を用いた。

■領域 VI 領域 VI における磁場を、領域 II と同じ z 方向一様磁場と同位相の x 方向振動磁場

$$\mathbf{B}_{VI} = \hat{x}(2B_r) \cos \omega_s t + \hat{z}B_z \quad (1.207)$$

とすると、 $B_r \ll B_z$ のとき

$$B_{VI} \simeq \hat{x}B_r \cos \omega_s t + \hat{y}B_r \sin \omega_s t + \hat{z}B_z \quad (1.208)$$

と近似でき、前節と同じ議論により領域 VI における波動関数は次のように書ける:

$$\psi_{VI} = \begin{pmatrix} \left(D^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}x} - D^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \left(D^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}x} + D^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}x} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.209)$$

ここで入射エネルギーは十分大きいとして反射波を無視し、波数を

$$k_1^\pm = \sqrt{2m \left(\omega_0 - \frac{\omega_s}{2} \mp \omega_A \right)} \simeq k_0 - \frac{\omega_s}{2v} \mp \frac{\omega_A}{v} \quad (1.210)$$

と近似した。また、 $\cos \theta = -\epsilon/\omega_A$, $\sin \theta = \omega_r/\omega_A$ であり、 D^\pm は定数である。

■領域 V と VI の接続 簡単のため式 (1.206) で

$$\alpha^+ = \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i\frac{\epsilon}{v}d} e^{-i\frac{\omega}{v}d} \quad (1.211)$$

$$\alpha^- = -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d e^{i\frac{\epsilon}{v}d} e^{i\frac{\omega}{v}d} \quad (1.212)$$

とおき、領域 V での波動関数を

$$\psi_V = \begin{pmatrix} \alpha^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \alpha^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.213)$$

とかく。領域 V と VI の境界 ($x = l_3$) における接続を考えて、次の 2 式を得る:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \left(D^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}l_3} - D^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}l_3} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})l_3} = \alpha^+ e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})l_3} \\ \left(D^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}l_3} + D^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}l_3} \right) e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})l_3} = \alpha^- e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})l_3} \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} D^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}l_3} - D^- \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}l_3} = \alpha^+ e^{i\frac{\epsilon}{v}l_3} \\ D^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}l_3} + D^- \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}l_3} = \alpha^- e^{-i\frac{\epsilon}{v}l_3} \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} D^+ = (\alpha^+ \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\epsilon}{v}l_3} + \alpha^- \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\epsilon}{v}l_3}) e^{i\frac{\omega_A}{v}l_3} \\ D^- = (-\alpha^+ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\epsilon}{v}l_3} + \alpha^- \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\epsilon}{v}l_3}) e^{-i\frac{\omega_A}{v}l_3} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.214)$$

したがって

$$\psi_{VI} = \begin{pmatrix} \left[\alpha^+ \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} \right) e^{i\frac{\epsilon}{v}l_3} \right. \\ \left. + \alpha^- \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} - e^{i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} \right) e^{-i\frac{\epsilon}{v}l_3} \right] e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ \left[\alpha^+ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} - e^{i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} \right) e^{i\frac{\epsilon}{v}l_3} \right. \\ \left. + \alpha^- \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\omega_A}{v}(x-l_3)} \right) e^{-i\frac{\epsilon}{v}l_3} \right] e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.215)$$

となる。

■領域 VII 領域 V における Shrödinger 方程式は領域 I, III, V と同じく

$$i \frac{\partial \psi_{\text{VII}}}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_z \sigma_z \right] \psi_{\text{VII}} \quad (1.216)$$

であり、領域 VI と VII の境界 ($x = l_4$) で波動関数を接続すると次式を得る:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{VII}} &= \left(\begin{array}{l} \left[\alpha^+ \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right. \\ \quad \left. + \alpha^- \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} - e^{i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right] e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v}) l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})(x - l_4)} e^{-i\omega_0 t} \\ \left[\alpha^+ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} - e^{i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right. \\ \quad \left. + \alpha^- \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} (l_4 - l_3)} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right] e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{2v}) l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v} + \frac{\omega_s}{v})(x - l_4)} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{l} \left[\alpha^+ \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right. \\ \quad \left. + \alpha^- \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right] e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i\omega_0 t} \\ \left[\alpha^+ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right. \\ \quad \left. + \alpha^- \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_3} \right] e^{i \frac{\epsilon}{v} l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1.217)$$

ここで $l_4 - l_3 = d$ を用いた。さらに $\cos \theta = -\epsilon/\omega_A, \sin \theta = \omega_r/\omega_A$ より

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} = \cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.218)$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} = \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} + \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right)^+ = \cos \frac{\omega_A}{v} d - i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.219)$$

$$\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(e^{-i \frac{\omega_A}{v} d} - e^{i \frac{\omega_A}{v} d} \right) = -i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.220)$$

を用い、(1.211),(1.212) の α^\pm を代入して

$$\begin{aligned} \psi_{\text{VII}} &= \left(\begin{array}{l} \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} (l_3 - d)} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \quad \left. + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} (l_3 - d)} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{-i \frac{\epsilon}{v} l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i\omega_0 t} \\ \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} (l_3 - d)} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \quad \left. + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d - i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} (l_3 - d)} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{i \frac{\epsilon}{v} l_4} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{l} \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \quad \left. + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{-i \frac{\epsilon}{v} L} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i\omega_0 t} \\ \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \quad \left. + \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d - i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{i \frac{\epsilon}{v} L} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1.221)$$

となる。ここで $l_3 - d = L', l_4 = L$ とした。

■結末 以上のようにして、領域 I で

$$\psi_1(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v}) x} e^{-i\omega_0 t} \quad (1.222)$$

と表された入射中性子は領域 II~VI を通って領域 VII で

$$\psi_{\text{VII}}(x, t) = \begin{pmatrix} \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \left. + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{-i \frac{\epsilon}{v} L} e^{i(k_0 - \frac{\omega_z}{v})x} e^{-\omega_0 t} \\ \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right. \\ \left. + \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d - i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right) e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] e^{i \frac{\epsilon}{v} L} e^{i(k_0 - \frac{\omega_s}{v} + \frac{\omega_z}{v})x} e^{-i(\omega_0 - \omega_s)t} \end{pmatrix} \quad (1.223)$$

という状態をとることがわかった。したがって、領域 VII でスピン上向き中性子を観測する確率は

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{VII}}^+|^2 &= \left| \left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right|^2 \\ &= \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d + i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} + \left(-i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} \right] \\ &\quad \times \left[\left(\cos \frac{\omega_A}{v} d - i \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{-i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{i \frac{\omega}{v} d'} + \left(i \frac{\omega_r}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 e^{i \frac{\epsilon}{v} L'} e^{-i \frac{\omega}{v} d'} \right] \\ &= \left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^4 \sin^4 \frac{\omega_A}{v} d \\ &\quad - 2 \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \left[\left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d - \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right) \cos \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \cos \frac{\omega_A}{v} d \sin \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) \right] \quad (1.224) \end{aligned}$$

となる。

$$N_1 = \left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right)^2 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^4 \sin^4 \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.225)$$

$$N_2 = 2 \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d - \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right) \quad (1.226)$$

$$N_3 = 4 \frac{\epsilon}{\omega_A} \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^3 \frac{\omega_A}{v} d \cos \frac{\omega_A}{v} d \quad (1.227)$$

とおけばこれを

$$|\psi_{\text{VII}}^+|^2 = N_1 - N_2 \cos \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) - N_3 \sin \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) \quad (1.228)$$

と書くことができる。

いま $\omega_r d/v = \pi/4, \epsilon/|\omega_z| = 0, 0.3, 0.5, 1.0$ のときに $\omega d'/v$ と $|\psi_{\text{VII}}|^2$ の関係を図示すると図 1.4 のようになる。ただし $L'/d = 10$ とした。このように理論が予想するところによると、シフタコイルの磁場を変えながら領域 VII でスピン上向き中性子の数を計測すると波打つ干渉のパターンが見られるが、その振幅や位相、振動中心の位置は共鳴からのずれによって異なる。

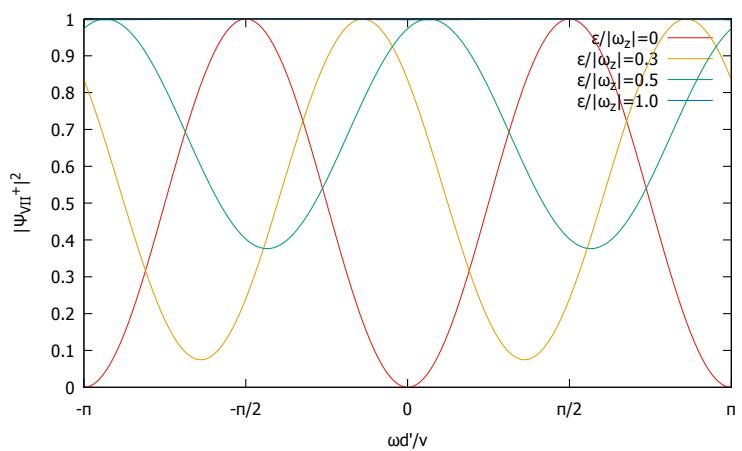


図 1.4: 干渉パターン ($\epsilon/|\omega_z| = 1.0$ は上に張り付いている)

第 2 章

実験装置の説明

2.1 加速器

本実験は京都大学小型中性子源 KUANS(Kyoto University Accelerator-driven Neutron Source)で行った。本節では KUANS について説明する。KUANS の性能は以下のようになっている。

加速器	陽子線形加速器
加速粒子	陽子
最大加速エネルギー	3.5MeV
最大電流	100 μ A
中性子発生ターゲット	Be
発生中性子エネルギー	keV 熱中性子 (約 2000m/s)
中性子減速材	ポリエチレン ($10 \times 10 \times 10$ cm 3)

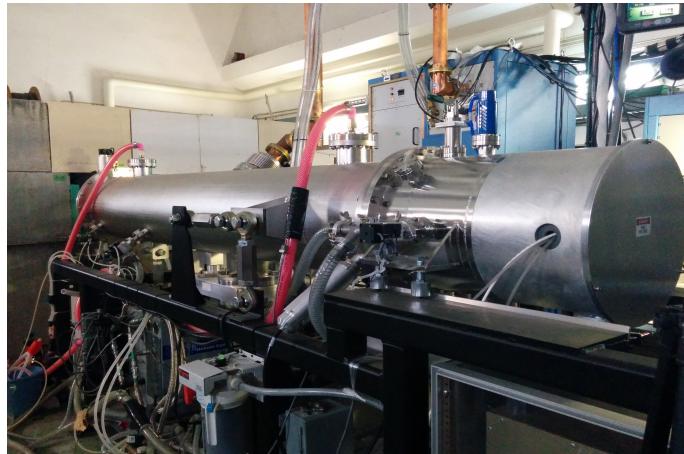
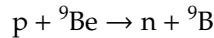


図 2.1: 陽子線形加速器

2.1.1 中性子発生方法

まず陽子線形加速器によって陽極で発生させた陽子を電圧で加速させ、シールド内に収められている Be ターゲットへと衝突させる。この際起こる以下の反応、



によって中性子を発生させている。しかしこのままの中性子は速すぎて実験に向かないので、KUANS では減速材を用いて減速させ熱中性子とした後に、陽子ビームの向きと 90° をなす方向から取り出し、実験用中性子ビームとして利用している。

2.1.2 TOF(Time Of Flight)

TOF とは一般的に粒子が加速されてから検出器に入るまでに要する時間のことである。以降、本実験における TOF とは陽子線形加速器に電圧が印加されてから、発生した中性子が検出器に入るまでに要する時間のことを指すこととする。この TOF は以下のように表せる。

$$\text{TOF} = T_f + T_o$$

T_f : 減速材を出た中性子が検出器に達するまでに要する時間

T_o : 補正する必要のあるオフセット

本加速器においては、 T_o は平均で約 $70\mu\text{s}$ であると報告されている。[3]

実際に測定された TOF から T_m の平均値 $70\mu\text{s}$ を引いたものを補正した TOF と呼び、 t とする。本実験では波長が重要な値となるので t から以下の式によって中性子の波長を算出した。

$$\lambda = \frac{ht}{md} \quad (2.1)$$

d : 減速材から検出器までの距離

本実験においては約 1100m/s 、波長にして約 3.5\AA の範囲にある中性子を用いた。

2.1.3 中性子の TOF 分布

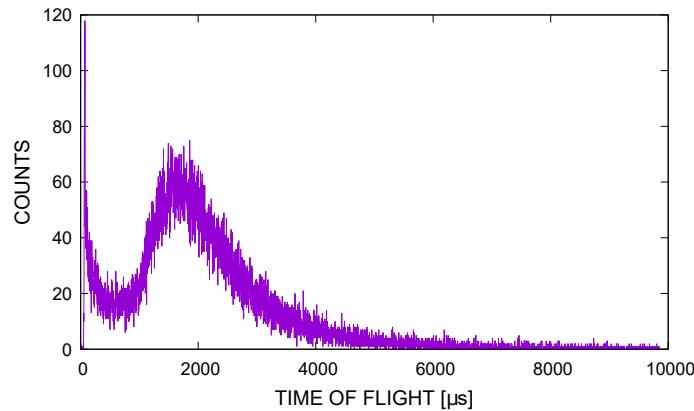


図 2.2: 実際に測定した TOF 分布

領域①は減速材で熱平衡に達しなかった高速中性子による寄与であり、領域②は熱平衡に達した熱中性子による寄与である。後者 TOF 分布 $F(t)$ は

$$F(t) \propto \frac{1}{t^3} \exp\left(-\frac{md^2}{2kTt^2}\right) \quad (2.2)$$

で与えられる。

■補足:中性子のフラックス 検出器に速度 v で入射する中性子の数を考える。検出器の表面の微小面積要素 dS に垂直に x 軸をとると、時間 dt の間に速度 $v=(v_x, v_y, v_z)$ で入射する中性子数 dN は n を中性子数密度として

$$dN = nv_x dt f(v_x, v_y, v_z) dS \quad (2.3)$$

で与えられる。

但し、 $f(v_x, v_y, v_z)$ は熱平衡にあり当方的な速度分布を持つ粒子が従う確率密度関数で以下の式で与えられる。

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left\{ -\frac{m}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right\} \quad (2.4)$$

後のため $f(v_x, v_y, v_z)$ を極座標に変換すると、

$$f(v_x, v_y, v_z) \rightarrow f(v, \theta, \phi) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \quad (2.5)$$

この微小面積要素 dS に入射する粒子には様々な角度を持つものがあるので、 dS に入射可能な角度範囲について積分すると、

$$\begin{aligned} \iint dN \sin \theta d\theta d\phi &= \iint nv dt f(v_x, v_y, v_z) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi dS \\ &= ndt dS \iint \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^3 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi dS \\ &= ndt dS \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^3 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \int \cos \theta \sin \theta d\theta \int d\phi dS \\ &= C v^3 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) dt dS \end{aligned}$$

ここで C は速度には依らないが、検出器表面の場所には依存する関数である。

これより検出器に入射する全粒子数 N は、

$$\begin{aligned} N &= \iint_{\text{検出器表面}} C v^3 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) dS dt \\ &\propto v^3 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \end{aligned}$$

この v を $t = d/v$ で書き換えたものが先に示した TOF 分布 $F(t)$ である。

2.1.4 LiM

LiM(Lithium Monitor) はシールド内の減速材の後に置かれていて、ビームの一部を取り出して中性子ビーム強度を計測する役割を持つ。この LiM の測定値と取り出した中性子ビーム強度は比例すると考えて本実験で規格化する際に用いた。グラフは 2/22 の LiM 測定値をある時間だけ抜き出したものである。但し、横軸は時刻である。

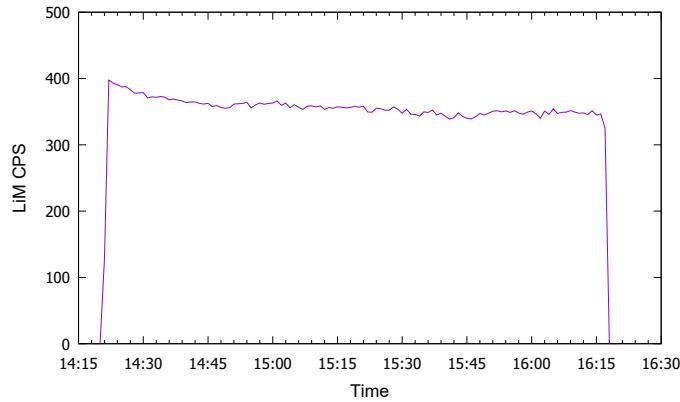


図 2.3: LiM の時間変化

グラフを見ると分かるように本加速器は一定強度ではなく次第にビーム強度が低下し、ある値の周辺で変動する特徴があることが分かる。

2.2 スーパーミラー

スーパーミラーは入射した中性子のうちスピン上向きのみを選択的に取り出す役割を持つ。膜厚を少しずつ変えた多層膜により全反射と Bragg 反射の両方を利用して幅広いエネルギーの中性子を反射することができる。以下では反射の原理について詳しく説明する。



図 2.4: スーパーミラー

2.2.1 中性子の光学的性質

■屈折率 中性子が物質中で感じるポテンシャルを $V > 0$ とすると、エネルギー保存から

$$k^2 - k'^2 = 2mV \quad (2.6)$$

となる。 k は入射中性子の波数、 k' は物質中での中性子の波数である。屈折率の定義

$$n = \frac{k'}{k} \quad (2.7)$$

から、中性子の物質中における屈折率は

$$n^2 = 1 - \frac{2mV}{k^2} \quad (2.8)$$

となる。

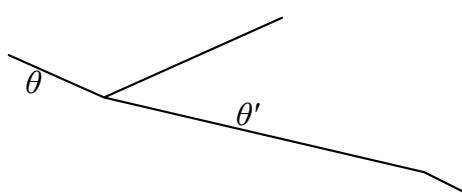


図 2.5: 中性子が物質中に入射した後、屈折、反射する様子。

■全反射が起きる条件 $n - 1$ が有限の値を持つことは、中性子が全反射しうることを意味する。全反射が起きるための角度の条件は、Snell の法則から導出される臨界角

$$\theta^* = \arccos n \quad (2.9)$$

を用いて

$$n \leq \cos \theta^* \quad (2.10)$$

となる。また、全反射が起きるための入射エネルギー E の条件は、(2.8), (2.10) より

$$n^2 = 1 - \frac{2mV}{k^2} \leq \cos^2 \theta^* \quad (2.11)$$

$$E \sin^2 \theta \leq E \sin^2 \theta^* = \frac{k^2}{2m} \sin^2 \theta^* \leq V \quad (2.12)$$

となる。すなわち、臨界角以下で入射する時、エネルギーの“ミラーに対し垂直な成分”が V よりも小さければ、全反射が起きることがわかる。

2.2.2 磁性体单層膜によるスピンの選択

磁性体の单層膜を利用することで、特定のスピンを持つ中性子を選択的に取り出すことができる。中性子が单層膜中で受けるポテンシャルは、核力によるポテンシャル V_n 、单層膜中の磁束密度 B を用いて

$$V^\pm = V_n \pm |\mu_n|B \quad (2.13)$$

となる。 $\mu_n|B|$ の符号とスピンの向きの対応は磁場の向きによって決まるが、ここでは上向きスピンのときに正になるものとする。すなわち、上向きスピンの中性子は V^+ 、下向きスピンの中性子は V^- を感じる。

2.2.1 節で述べたように、入射中性子のエネルギーを E とすると、

$$E \sin^2 \theta \leq V$$

のときに全反射が起きる。 $V^- < E \sin^2 \theta \leq V^+$ のエネルギーを持つ中性子をこの单層膜に入射させると、下向きスピンの中性子はほとんどが透過するが、上向きスpinの中性子は全反射される。 $V^+ < E \sin^2 \theta$ の中性子が入射した場合は、上向き、下向き両方の粒子が透過する確率を持つ。そのため、透過した中性子には上向きスpinと下向きスpinの両方が含まれる。 $E \sin^2 \theta \leq V^-$ となるような低エネルギーの中性子は今回の実験では無視できるほど少ないため、考えなくて良い。このようにして、单層膜は上向きスpinの粒子のみを選択的に反射する。

2.2.3 スーパーミラー

膜厚を少しづつ変えた多層膜を使うことで、全反射と Bragg 反射の両方を使い、单層膜よりも幅広いエネルギーの中性子を反射するミラーを作ることができる。これをスーパーミラーと呼ぶ。

■Bragg 反射による偏極 $E \sin^2 \theta \leq V^+$ の中性子は多層膜の表面で全反射されるが、 $V^+ < E \sin^2 \theta$ の中性子は多層膜の内部に侵入する。多層膜の膜間隔を d とすると、侵入した中性子は Bragg 条件

$$2d \sin \theta = \lambda \quad (2.14)$$

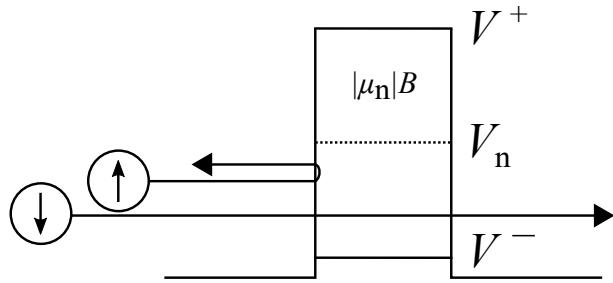


図 2.6: 単層膜によるスピンの選択の原理。実際には、ポテンシャルは紙面奥に向かって 2 次元に広がっており、中性子は臨界角以下で入射していることに注意。

を満たす場合に反射波が強め合う。 λ は中性子の物質波の波長で、 $\lambda = 2\pi/k$ の関係にある。

d を少しづつ変えることで、 $V^+ < E \sin^2 \theta$ の様々なエネルギーを持つ上向きスピンの中性子が Bragg 反射される。下向きスピンの中性子もわずかに反射されるが、その数は少なく、無視できる。こうすることで、単層膜に比べより広いエネルギーの中性子のスピンを偏極することができる。

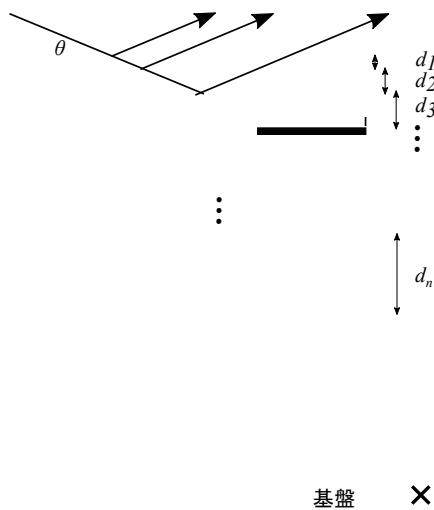


図 2.7: スーパーミラーの構造。(2.12) を満たす中性子は第一層で全反射される。より高エネルギーの中性子は一部は反射されるが、残りは透過し、Bragg 反射される。

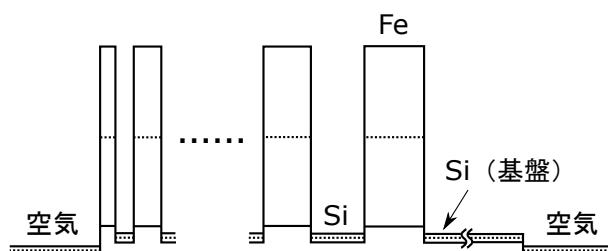


図 2.8: スーパーミラーのポテンシャル。破線は磁場によらない核力によるポテンシャル。実線（上）は上向きスピンの中性子が感じるポテンシャル。実線（下）は下向きスピンの中性子が感じるポテンシャル。空気やシリコンの透磁率は小さいため、全体に磁場をかけてもポテンシャルはほとんど影響を受けない。

2.3 ガイド磁場コイル

ガイド磁場コイルには二つの役割を持っている：

1. 実験装置全体に渡って中性子の量子化軸を定める
2. 垂直方向に地磁気を無視できる程の大きさの磁場を一様に印加する

特に二つ目の役割は重要であり、磁場の大きさが地磁気に比べて十分大きくないと地磁気によるスピンの反転が起きてしまうことになる。図 2.9 はガイド磁場コイルに 1A の電流を流したときの磁場分布シミュレーション結果である。このシミュレーションから得られた y, z 方向それぞれ $\pm 0.04\text{m}$ の範囲における磁場の不均一性は y 方向が 2.5% z 方向が 1.6% 程度に抑えられており、この磁場の一様性は中性子が通過する場所によって干渉条件が大きくずれないことを保証する。実験ではガイド磁場コイルに 5.5A の電流を流し、ビーム軸上で磁場の強さは約 12.8G となった。なお電流を 5.5A 流すとガイド磁場コイルの温度が 60°C 以上になる部分もあったため、3 台の扇風機で空冷しながら実験を行った。

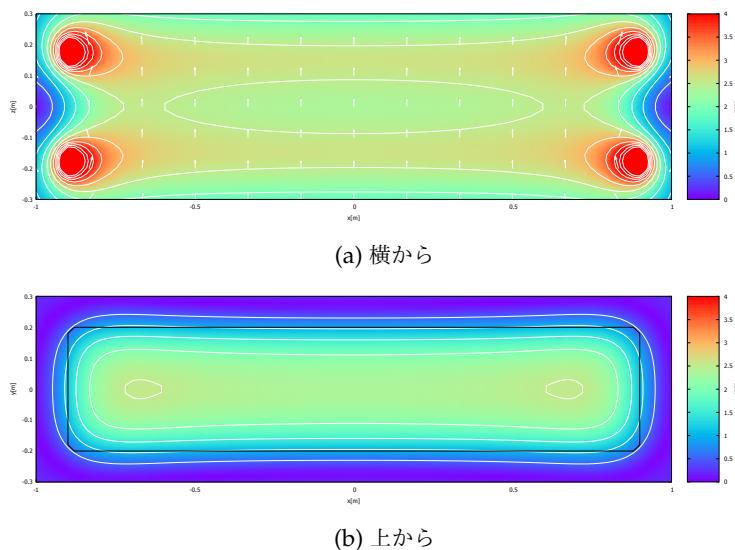


図 2.9: ガイド磁場コイルの磁場分布シミュレーション



図 2.10: ガイド磁場コイル

2.4 スピンフリッパー

スピンフリッパーは入射中性子をスピン上向きと下向きの状態の重ね合わせにする役割を持っている。装置としての構造は極めて単純で普通のソレノイドコイルである。コイルに高周波電流を流すことによって高周波磁場を作り出しスピンをフリップさせている。

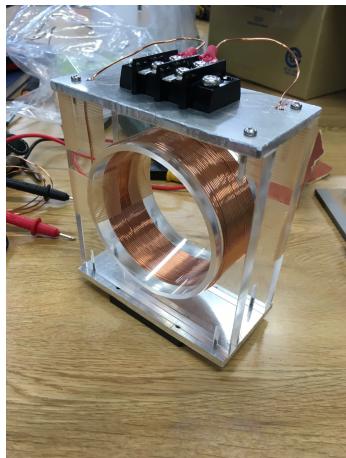


図 2.11: 上流側スピンフリッパー(自作)

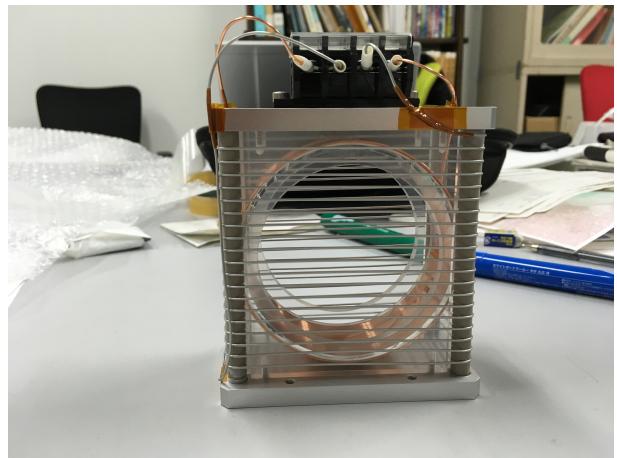


図 2.12: 下流側スピンフリッパー

2.5 位相シフタコイル

位相シフタコイルの役割は垂直方向に磁場を作り出し、上向きスピンの中性子と下向きスピンの中性子それぞれに位相差を付けることである。フリッパーと同様にソレノイドコイルに定電流を流すことによって定磁場を作り出している。



図 2.13: 位相シフタコイル

2.6 中性子検出器

実験では中性子を検出する必要があるが、中性子は電荷をもたないためそれを直接検出することは困難である。そこで、強い相互作用による反応で生じた荷電粒子を検出することで、間接的に中性子を検出する方法をとる。この節では実験で用いた中性子検出器の原理と仕組みを説明する。

検出に利用する反応は検出する中性子のエネルギーによって様々であるが、今回の実験で用いた熱中性子($\sim 25 \text{ meV}$)の場合、次のような中性子捕獲反応が主に利用される:



2.6.1 ${}^3\text{He}$ ガスを充填した比例計数管

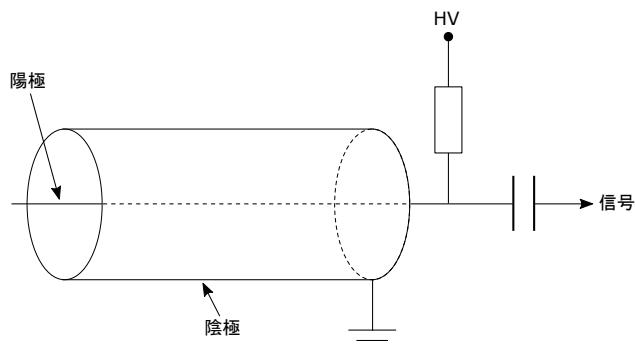
今回の実験では入射する中性子の時間情報と個数を知る必要がある。そこで入射粒子の数を1つずつ数える微分型の検出器として、 ${}^3\text{He}$ ガスを充填した比例計数管を用いた。

■検出原理 検出には(2.15)の反応が利用される。反応で生じた荷電粒子が気体中を進むと、軌道上の気体分子が電離してイオン・電子対が生じる。電場をかけてそれらを集めることで、信号として読み取ることができる。エネルギー 25 meV の中性子に対する ${}^3\text{He}$ 原子核の断面積は 5333 barn である [1]。これは気体の中では非常に大きく、効率よく中性子の数を数えることができる。

■検出の仕組み 円筒形の容器の中に ${}^3\text{He}$ ガスが封入されており、高電圧がかけられた中心のワイヤと接地された容器の内壁がそれぞれ陽極と陰極として機能する。 ${}^3\text{He}$ ガスは(2.15)の反応によって荷電粒子を発生させる中性子有感物質であると共に、この荷電粒子によって電離して信号を増幅させる被電離気体の役割を果たす。



(a) 写真



(b) 模式図

図 2.14: 比例計数管

2.6.2 RPMT 検出器

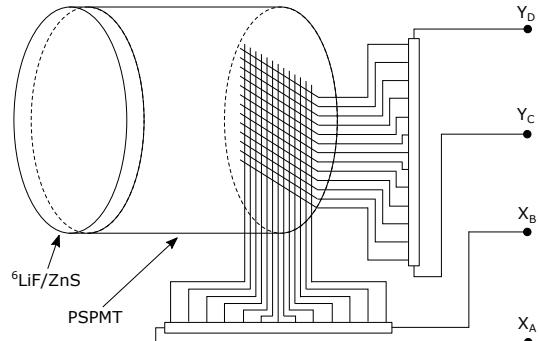
予備実験では入射する中性子の 2 次元的な位置情報を知る必要がある。そこで 2 次元位置感度型検出器として、RPMT 検出器を用いた。

■検出原理 検出には (2.16) の反応が利用される。反応で生じた荷電粒子によってシンチレータ中の原子や分子が励起され、下の準位に戻る際に光が放出される(シンチレーション光)。生じた光は光電子増倍管で增幅され信号として取り出される。使用する RPMT ではシンチレータに ${}^6\text{LiF}/\text{ZnS}$ を用いる。 ${}^6\text{LiF}/\text{ZnS}$ は発光量が大きくガンマ線感度が低いことから、中性子の検出に適している。

■検出の仕組み RPMT は ${}^6\text{LiF}/\text{ZnS}$ シンチレータに PSPMT(Position Sensitive PMT, 位置分解能をもつ光電子増倍管)を取り付けた構造をしている。PSPMT は内部に X 軸 Y 軸のメッシュ状の読み取り用電極をもち、電荷分割法により中性子の検出位置を $x/L = Q_2/(Q_1 + Q_2)$ で求めることができる。ここで L は電極の全長、 x は検出位置、 Q_1, Q_2 は 2 本のケーブルからの出力電荷である。検出位置は X 軸 Y 軸について 1024 ch×1024 ch の分解能で計測され、チャンネル幅は 1 chあたり $0.119 \pm 0.002 \text{ mm}$ と報告されている [3]。



(a) 写真



(b) 模式図

図 2.15: RPMT 検出器

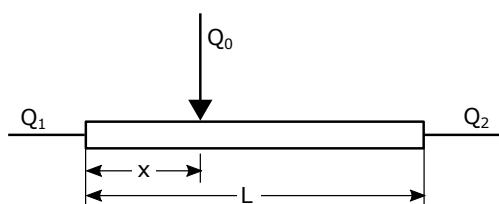


図 2.16: 電荷分割法

第3章

実験

3.1 ビーム角度・ミラー角度の最適化

中性子磁気スーパーミラーは角度1度未満、波長3Å以上で入射した中性子しか反射できない。したがって、目的のスピン上向きの中性子を得るためにミラーで反射した中性子と反射していない中性子を分離する必要がある。以下ではその方法について説明する。

3.1.1 最適化の方法

今回最適化の方法として粒子軌道のシミュレーションを行った。

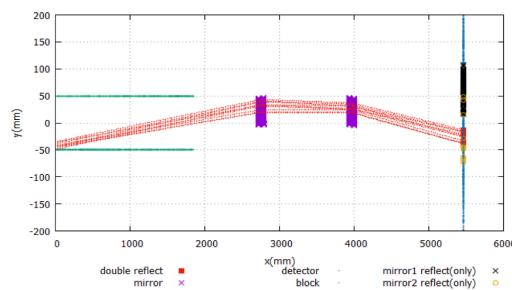


図 3.1: シミュレーション例

これは装置を上から見た図であり、横軸 x は粒子の進行方向、縦軸 y は粒子の進行方向と垂直な方向を示す。粒子は $x = 0$ 、 $y = -50 \sim y = 50$ の間から角度は一様、エネルギーは予備実験で測定した KUANS のエネルギー分布に従って射出され、検出器のある場所に到達する。ただし、途中で遮蔽ブロック、あるいはアナライザに塗ってあるガドリニウムに衝突した場合はその時点で粒子は止まるものとしている。色は、紫はミラーのある位置を意味し、緑はブロックで止まった粒子を表している。また、赤が今回欲しい2回反射した粒子を表しており、他の色の粒子(水色はミラーに反射されなかった中性子、黒はポラライザーでしか反射されなかった中性子、黄色はアナライザでしか反射されなかった中性子)と区別せねばならない。今回の図は2回反射された中性子を分かりやすくし、どの軌道を主に通るか分かるように軌道を赤色で示してある。

3.1.2 コリメータによるビーム角度の最適化

まず、ポラライザーのみを置いたシミュレーション結果が以下の通りである。(今回はポラライザーで反射した中性子を黒の軌道で表している。)

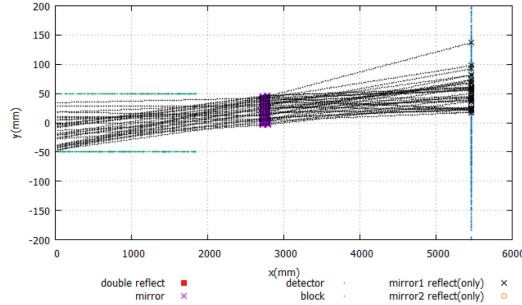


図 3.2: コリメーションをしていない場合

今回分離しなければならないのはポラライザーで反射していない水色と、反射した黒を分離することである。しかし、この図でわかるように今の場合分離できておらず重なってしまっている。従って、この 2 つを分離する操作をする必要がある。今回分離できていない原因の 1 つとして、ビームが広がり過ぎてしまっていることが挙げられる。そのため、まずコリメーター部分でビーム幅を制限する事を考える。

まず、どの程度ビームを制限するかについてであるが、本実験で使用する ${}^3\text{He}$ 検出器は大きさが約 20 mm であり、それ以上のビーム幅を持たせてもあまり意味がない。従って、今回はビーム幅を 20mm で制限する。また、この 20mm の幅のビームを $y = -50 \sim y = 50$ のどこから取り出すかであるが、予備実験の結果からビームは右側から多く射出されることが分かっているので、右側からビームを取り出す。そのため、ビームに 1.46 度の角度をつける。

以上の考察をもとにビームのコリメートをする。今回はビームを制限するためにビームの通過しない箇所をポリエチレンブロックで遮蔽する。その結果が以下の通りである。

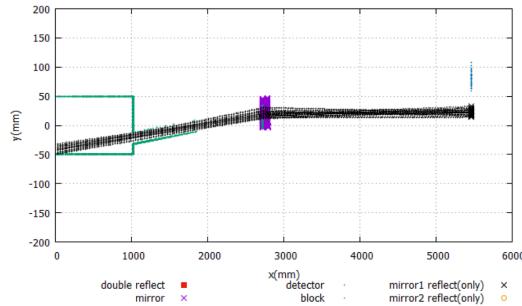


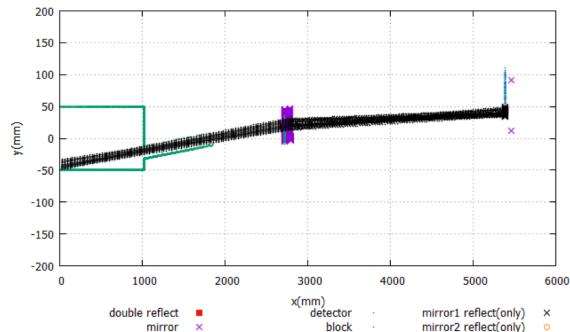
図 3.3: コリメーションをした場合

図から分かるようにビーム幅を制限することによりポラライザーで反射した成分(黒)、反射しなかった成分(水色)を分離する事が出来た。

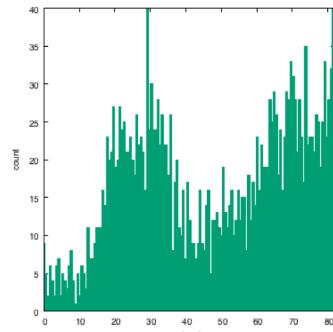
3.1.3 ポラライザー角度の最適化

次にミラー角度について考察をする。ミラーで反射した中性子と反射していない中性子を分けるにはミラーをビームに対して傾ければ良い。なぜなら、反射せず透過した中性子の軌道はミラーを傾けても変化しない一方、反射した中性子はより大きな角度をつけられて反射するからである。しかし、ミラーをビームに対して傾けすぎると相対角度が 1 度を超えててしまうため反射しなくなる。したがって、最も適切なミラーの角度を決め

る必要がある。また、中性子がガイド磁場の中心を通る必要があるため、中性子ビームとガイド磁場コイルとの平行度が高くなるよう考慮した。さらにその中で、反射される中性子が最も多くなるようにした。今回、ポラライザーの角度として 0.87 度、0.67 度、0.62 度で実験を行い結果を比較した。シミュレーション結果、PRMT による実験結果は以下の通りである。ただし、RPMT による結果はミラーによる反射成分を見やすいように波長 3 Å 以上の中性子のみに制限している。

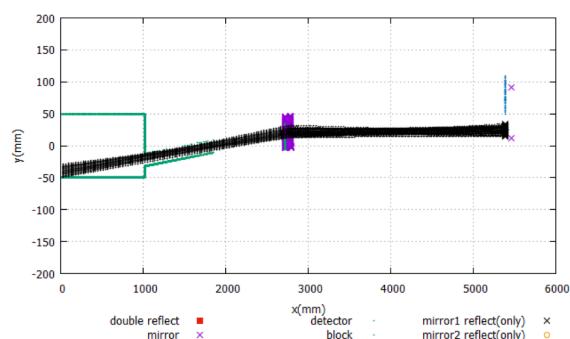


(a) 0.87 度のシミュレーション

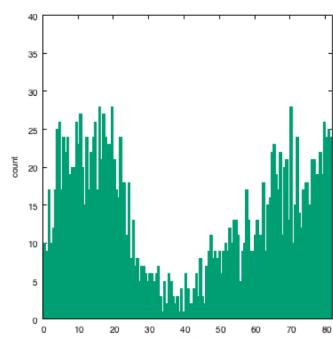


(b) 0.87 度の実験結果

図 3.4: 0.87 度



(a) 0.67 度のシミュレーション



(b) 0.67 度の実験結果

図 3.5: 0.67 度

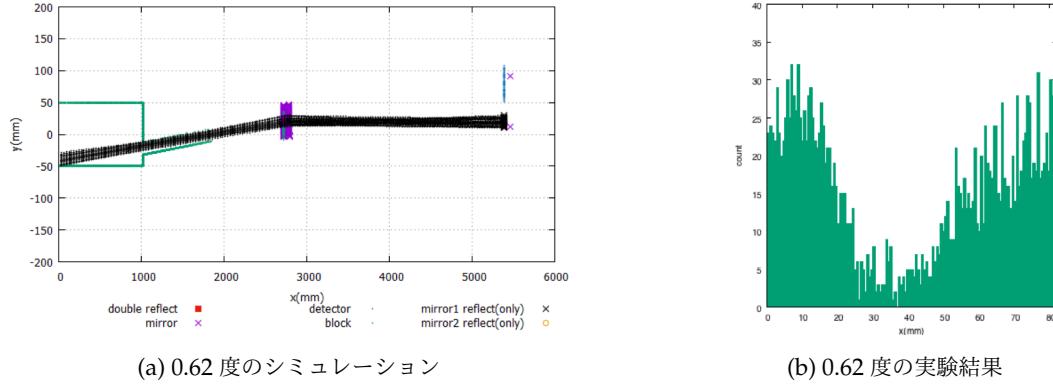


図 3.6: 0.62 度

以上の結果を見ると、ミラーを平行にするほどビームは分離し、どの角度においてもビームが分離できている事がわかる。しかし、0.87度では重なってしまっている部分が存在する。また、0.62度ではビームがガイド磁場コイルに対して少し傾いてしまっている。したがって、今回はビームが綺麗に分離できており、かつビームがガイド磁場コイルに平行であるという理由からポラライザーの角度を0.67度に設定した。

3.1.4 アナライザー角度の最適化

アナライザー角度の設定については、ガイド磁場コイルとの平行度はすでに達成されているので、ミラーに一回反射した中性子と二回反射した中性子の分離、反射される中性子の数の増加の二点を満たすようにアナライザーの角度を設定した。アナライザー角度の設定についてもポラライザー角度の設定と同様に行い、ミラーの角度を1.03度に設定した。その結果が以下の通りである。

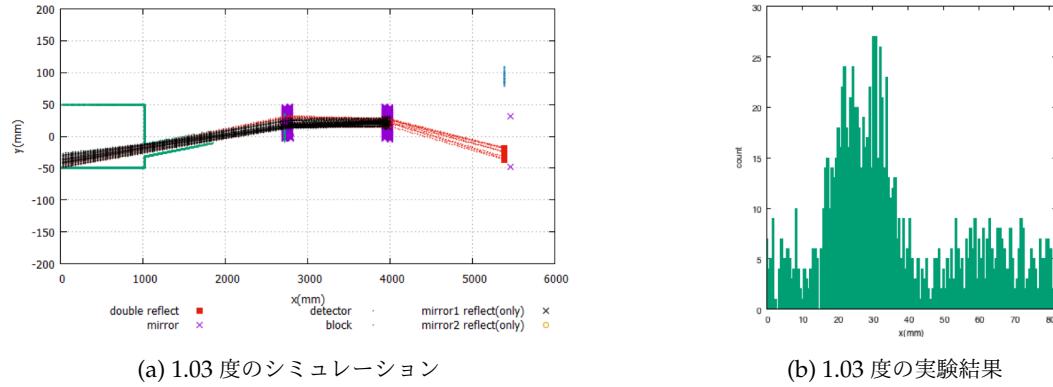


図 3.7: 1.03 度

以上の結果より、ミラーで2回反射された中性子と、その他の中性子を分離する事ができた。

3.2 スピンフリッパーの共鳴

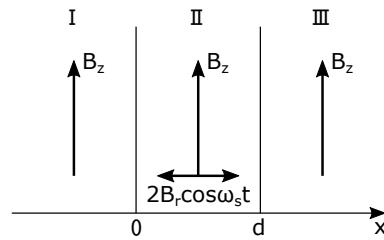
「共鳴」は物理の様々な場所で登場する。例えば音叉の共鳴。固有振動数の等しいふたつの音叉を用意し片方だけを鳴らす。するともう一方もひとりでに鳴り始める。固有振動数の異なる音叉ではこのような現象は起こらない。このように、系がある特定の振動数に対してのみ特異なふるまいをみせる現象を、物理では広く「共鳴」と呼ぶ。

ではスピンフリッパーの共鳴とはいいったい何だろうか。何のために共鳴させるのだろう。その実現方法は。この章ではそれらについて説明した後、実際の実験で用いた装置と従った手順、得られたデータを示し、最後にデータの分析を行う。

3.2.1 What? ~ スピンフリッパーの共鳴とは何か ~

共鳴条件(1.15)が満たされるとき、スピンフリッパーは共鳴しているという。その背後にどんな物理的意味が潜んでいるのだろうか。

一様磁場中に理想化された RF スピンフリッパーがひとつ置かれた状況を考える。系は 3 つの領域 I, II, III からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z が、領域 II に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ がかけられている。



1.3 章で述べたように、領域 I からスピン上向きの中性子を入射したとき領域 III でスピン上向きの中性子を観測する確率は

$$|\psi_{\text{III}}^+|^2 = \cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \quad (3.1)$$

となる。ここで $\epsilon = \omega_s/2 - \omega_z$, $\omega_A = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_r^2}$ であり、 $\omega_z = |\mu_n|B_z$, $\omega_r = |\mu_n|B_r$, μ_n は中性子の磁気モーメント、 d は領域 II の幅である。

いま $\epsilon/|\omega_z| = 0, 0.3, 0.5, 1.0$ の各場合についてスピンフリッパーを通過した中性子のスピン反転率($= 1 - |\psi_{\text{III}}^+|^2$)と $\omega_r d/v$ の関係を図 3.8 に表す。図 3.8 より

$$\epsilon = \frac{\omega_s}{2} - \omega_z = 0 \quad (3.2)$$

がなりたてば、

$$\frac{\omega_r}{v} d = \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.3)$$

を満たす速度の中性子に対して、領域 III におけるスピン上向き粒子の存在確率が 0、すなわちスピン反転率が 1 になることがわかる。逆に $\epsilon \neq 0$ のときはどのような速度の中性子に対しても反転率は 1 となり得ない。このように、式(3.2)を満たす周波数の振動磁場をかけたときに限りスピンフリッパーを通り抜けた中性子のスピンが完全に反転し得る。これをスピンフリッパーの共鳴と呼び、式(3.2)を共鳴条件と呼ぶ。また速度に対する条件(3.3)を π フリップ条件と呼ぶ。

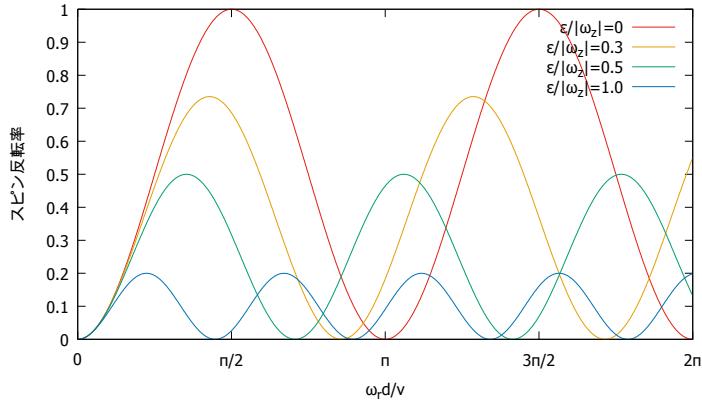
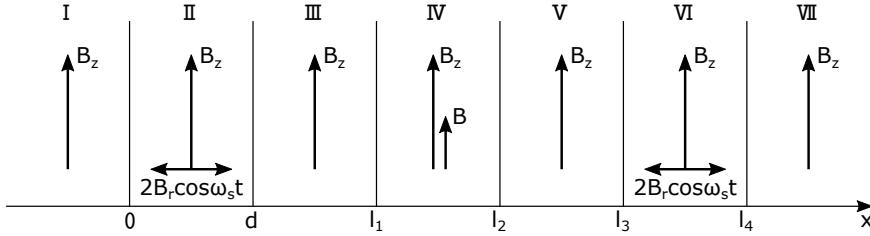


図 3.8: スピン反転率

3.2.2 Why? ~ スピンフリッパーの共鳴はなぜ必要か ~

スピンフリッパーの共鳴は本実験での干渉がはっきり見えるかどうかの鍵を握っている。ここではスピンフリッパー共鳴の重要性が明らかとなる。

一様磁場中に、理想化された RF スpinフリッパーふたつとシフタコイルひとつが置かれた状況を考える。系は 7 つの領域 I,II,III,IV,V,VI,VII からなり、全体に z 方向一様磁場 B_z がかけられ、それに加えて領域 II,VI に x 方向振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ が、領域 IV に z 方向一様磁場 B がかけられている。



1.3 章で述べたように、スピン上向きの中性子が領域 I から入射し、領域 I~VI を通って領域 VII に抜けるとき、領域 VII においてスピン上向き中性子を観測する確率は、共鳴からのずれを表すパラメータ ϵ と中性子の速度 v に依存した係数 N_1, N_2, N_3 を用いて

$$I = N_1 - N_2 \cos \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) - N_3 \sin \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') \right) \quad (3.4)$$

と表せる。ここで ω は位相シフタコイルの磁場 B を用いて $\omega = |\mu_n|B$ と表される量であり、 d', L' はそれぞれ位相シフタコイルの幅、2 つのスピンフリッパー間距離である。さらに $N_4 = \sqrt{N_2^2 + N_3^2}$ として

$$\cos \phi = \frac{N_2}{N_4}, \quad \sin \phi = \frac{N_3}{N_4} \quad (3.5)$$

で ϕ を定義すれば、干渉パターンは

$$I = N_1 - N_4 \cos \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') - \phi \right) \quad (3.6)$$

と書き直される。

いま、ある ϵ に対して、シフタコイルの磁場を変えながら領域 VII でのスピン上向き中性子の数を計測すると式 (3.6) の干渉パターンが得られるが、その見えやすさ(ビジビリティ)は ϵ によって異なる。例えば $N_4/N_1 = 1$ のときは振幅の大きなはっきりとした(ビジビリティの高い)干渉パターンが得られるが、 $N_4/N_1 \ll 1$ のときは干渉パターンはほとんど観測できない(ビジビリティが低い)。そこでビジビリティを表す指標 V を

$$V = \frac{N_4}{N_1} \quad (3.7)$$

で定義すると、 $0 \leq V \leq 1$ であり、 V が大きい程ビジビリティが高い。

いま $\epsilon/|\omega_z| = 0, 0.3, 0.5, 1.0$ の各場合について干渉パターンのビジビリティ V と $\omega_r d/v$ の関係を図 3.9 に表す。図 3.9 より共鳴条件 (3.2) がなりたてば、

$$\frac{\omega_r}{v} d = \frac{(2n+1)\pi}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.8)$$

を満たす速度の中性子に対して、干渉パターンのビジビリティ $V = 1$ になることがわかる。逆に $\epsilon \neq 0$ のときはどのような速度の中性子に対してもビジビリティは 1 となり得ない。この速度に対する条件 (3.8) を $\pi/2$ フリップ条件と呼ぶ。実際、 $\omega_r d/v = \pi/4, \epsilon/|\omega_z| = 0, 0.3, 0.5, 1.0$ のときの干渉パターンは図 3.10 のようになる。すなわちスピンフリッパーを共鳴させる目的は、本実験で得られる干渉パターンのビジビリティを高めるためである。

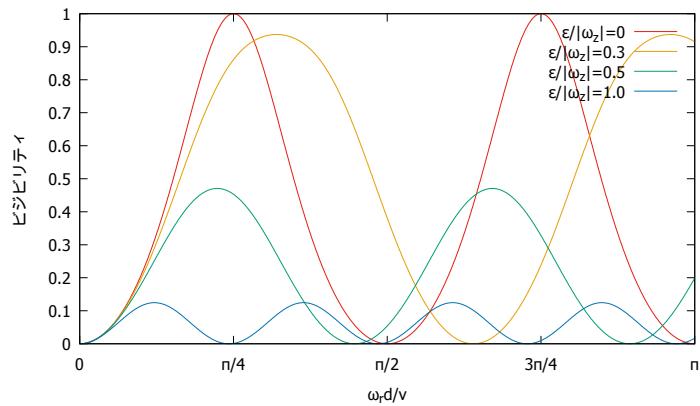


図 3.9: ビジビリティ

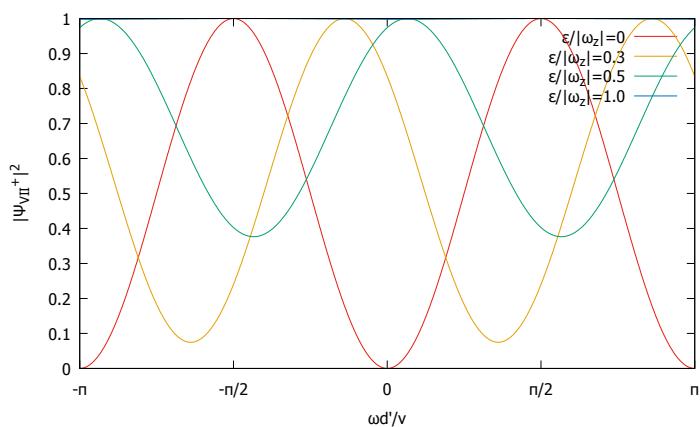


図 3.10: 干渉パターン

3.2.3 How? ~ スピンフリッパーを共鳴させるには ~

実際にスピンフリッパーを共鳴させるにはどうしたらよいだろう。ここではその実現方法を考え、実際に実験で用いた装置と従った手順を紹介する。

■実現方法 3.2.1 節と同じく、一様磁場中にスピンフリッパーがひとつ置かれており、スピン上向き中性子を領域 I から入射させる場合を考える。このとき領域 III でスピン上向き中性子を観測する確率は式 (3.1) より

$$|\psi_{\text{III}}^+|^2 = \cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \quad (3.9)$$

であらわされる。これを $\omega_r/|\omega_z| = 0.5$ のときに、 $\epsilon/|\omega_z| = 0, 0.3, 0.5, 1.0$ の各場合について $\omega_r d/v$ に対して図示すると図 3.11 のようになる。図 3.11 より、領域 III でスピン上向き中性子を観測する確率の、速度に対する最小値は共鳴条件 (3.2) を満たすとき最も小さくなり、理想的にはゼロとなることがわかる。共鳴条件を満たすときにスピンフリッパーを通り抜けた中性子のスピン反転率が $1/2$ となるための中性子の速度に対する条件をそれぞれ π フリップ条件 (3.10)、 $\pi/2$ フリップ条件 (3.11) と呼んだが、今回の実験で用いた中性子の速度範囲ではそれぞれ $n = 0$ の場合のみが満たされ得るので、以後

$$\frac{\omega_r}{v} d = \frac{\pi}{2} \quad (3.10)$$

を π フリップ条件

$$\frac{\omega_r}{v} d = \frac{\pi}{4} \quad (3.11)$$

を $\pi/2$ フリップ条件と呼ぶことにする。

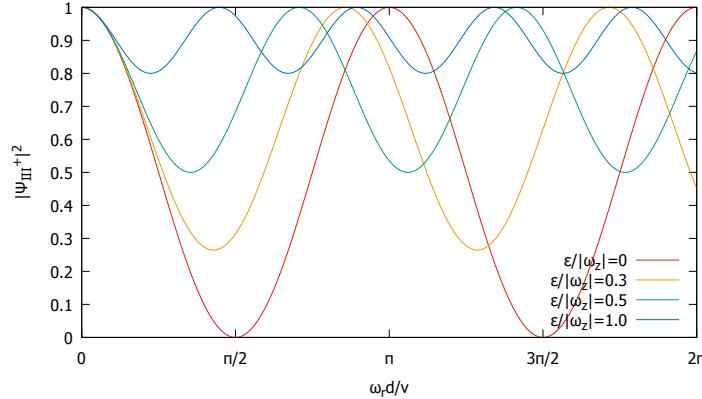


図 3.11: 1 – 反転率

すなわち次のようにして、実験的にスピンフリッパーの共鳴を実現することができる。

1. スpinフリッパーにスpin上向き中性子を入射し、フリッパーの後ろでスpin上向き成分のみを観測する。
2. 共鳴条件 (3.2) が満たされていないと、ある速度の中性子についてはカウントをより減らすことができる。

3. 共鳴条件(3.2)が満たされると、 π フリップ条件(3.10)を満たす速度の中性子についてはスピンが完全に反転するため、その速度の中性子のカウントは最小となる。
4. カウント分布を見ながら共鳴条件(3.2)に関するパラメータを調節し、カウントが最小となるところを探す。

■実験装置 上流側、下流側それぞれのスピニフリッパーに対して共鳴実験を行った。用いた装置は

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. 上流側スピニフリッパー共鳴実験 <ul style="list-style-type: none"> (a) ガイド磁場コイル (b) 上流側中性子磁気スーパーミラー (c1) 上流側スピニフリッパー (d) 下流側中性子磁気スーパーミラー (e) ^3He ガスを充填した比例計数管 | <ol style="list-style-type: none"> 2. 下流側スピニフリッパー共鳴実験 <ul style="list-style-type: none"> (a) ガイド磁場コイル (b) 上流側中性子磁気スーパーミラー (c2) 下流側スピニフリッパー (d) 下流側中性子磁気スーパーミラー (e) ^3He ガスを充填した比例計数管 |
|--|--|

また、回路系には次の機器を用い、図のように接続した。

- (i) 直流安定化電源 PWX750MLF(KIKUSUI) ×3 (以後、直流電源 1,2,3)
- (ii) マルチファンクションジェネレータ WF1974(エヌエフ回路設計ブロック) (以後、FG)
- (iii) 1MHz バイポーラ電源 HSA4014(エヌエフ回路設計ブロック) ×2 (以後、アンプ 1,2)

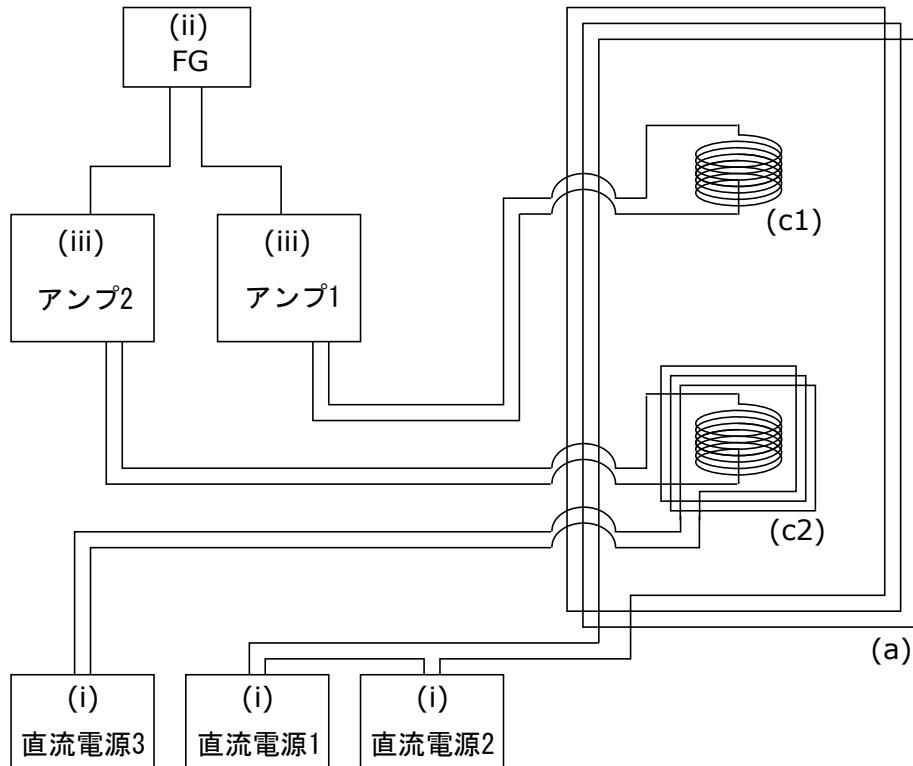
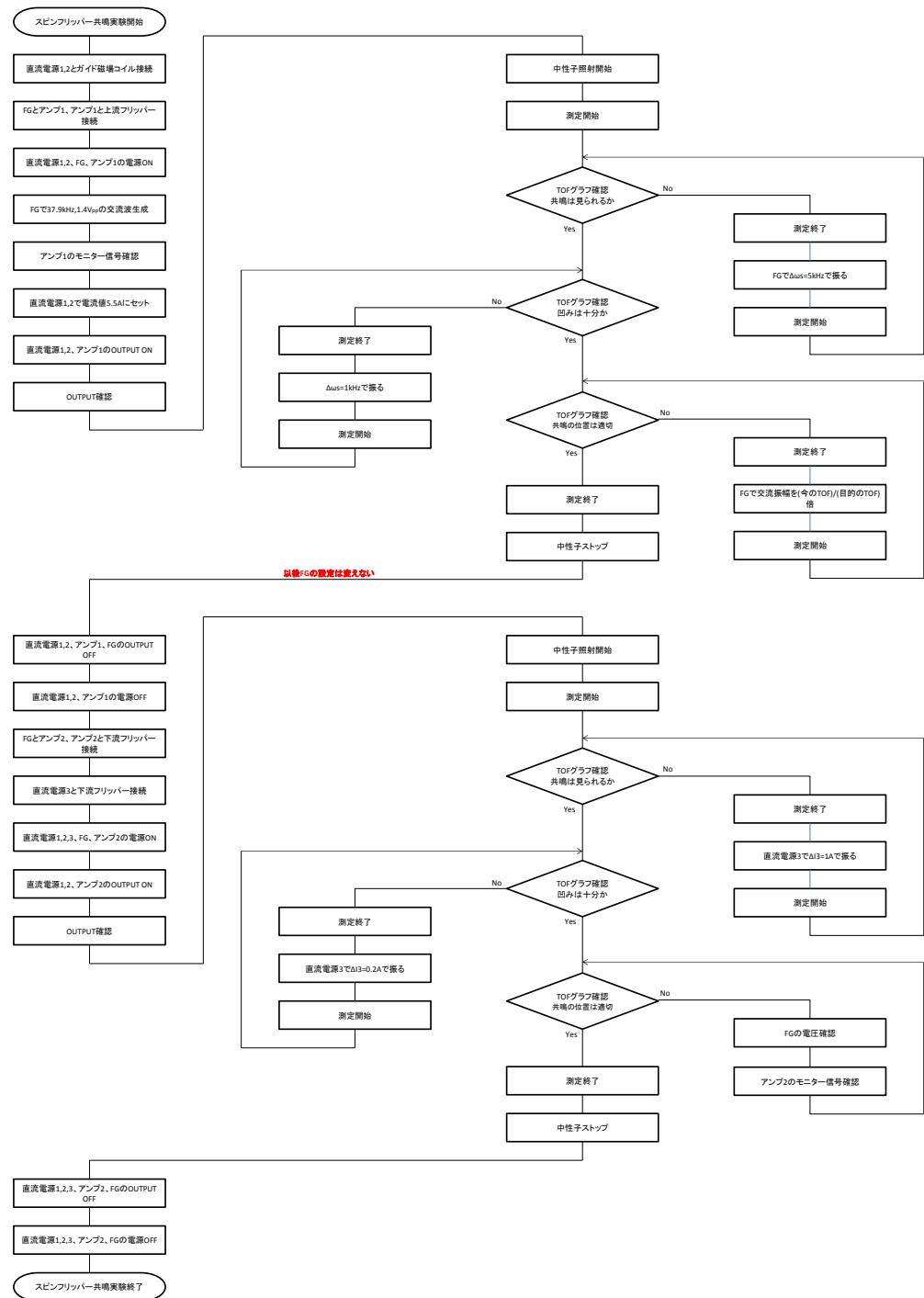


図 3.12: 配線図

■実験手順 実験は次のフローチャートに沿って行った。



次は実際の実験手順である。

1. (2017.2.22) 装置、機器を図のとおりに配置、接続し、上流フリッパー共鳴実験を開始した。
2. 直流電源 1,2 でガイド磁場コイルに 5.5A の電流を流した。
3. FG で周波数 37.9 kHz, 振幅 14.0 V_{pp} の交流波を生成し、アンプ 1 で増幅して上流フリッパーに交流電流を流した。
4. 中性子の照射を開始した。
5. 測定を開始した。
6. 10 分程度データを取り、TOF 分布に凹みを確認した。
7. FG で交流波の周波数を 37.0, 38.8, 36.0, 34.0, 41.0, 40.0 kHz と変えながら、それぞれ 10 分程度データを収集した。
8. データ収集と平行して解析を行い、交流波の周波数を 37.5 kHz, 振幅を 14.0 V_{pp} に決定した。
9. 中性子照射をストップし、機器の電源を落として上流フリッパー共鳴実験を終了した。
10. (2017.2.23) 装置、機器を図のとおりに配置、接続し、下流フリッパー共鳴実験を開始した。
11. 直流電源 1,2 でガイド磁場コイルに 5.5A の電流を流した。
12. FG で周波数 37.5 kHz, 振幅 14.0 V_{pp} の交流波を生成し、アンプ 2 で増幅して下流フリッパーに交流電流を流した。
13. 中性子の照射を開始した。
14. 測定を開始した。
15. 10 分程度データを取り、TOF 分布に凹みを確認した。
16. 直流電源 3 でガイド磁場補正用コイルに流す電流を 0.1, 0.5, 0.3, 0.7 A と変えながら、それぞれ 10 分程度データを収集した。
17. 一旦中性子照射をストップし直流電源 3 をガイド磁場補正用コイルに逆向きにつなぎ替え、再び中性子照射を開始した。
18. 直流電源 3 でガイド磁場補正用コイルに流す電流を -1.0, -0.5, -2.0 A と変えながら、それぞれ 10 分程度データを収集した。
19. 一旦中性子照射をストップし直流電源 3 をガイド磁場補正用コイルに逆向きにつなぎ替え、再び中性子照射を開始した。
20. 直流電源 3 でガイド磁場補正用コイルに流す電流を 1.0, 2.0 A と変えて、それぞれ 10 分程度データを収集した。
21. データ収集と平行して解析を行い、ガイド磁場補正用コイルの電流値を 0.185 A に決定した。
22. 中性子照射をストップし、機器の電源を落として下流フリッパー共鳴実験を終了した。

(注1) ガイド磁場コイル、ガイド磁場補正用コイルに流す電流は、電流を流したときに鉛直下向きの磁場が発生する向きを正とした。

(注2) 下流フリッパー共鳴実験中、ガイド磁場コイルが接触不良のためうまく機能せず正しいデータが取れない事態が発生したが、それについては省略した。

■パラメータ初期設定 スピンフリッパー共鳴実験で実際に制御できるパラメータは FG で生成する交流電圧の周波数 f_s , 振幅 V_r と直流電源 3 で下流フリッパーのガイド磁場補正用コイルに流す電流 I_c の 3 つである。実験は共鳴条件 (3.2) と π フリップ条件 (3.10) を満たすようにこれらを適当に変えながら進めたが、初期設定

としてこれらの値をある程度正確に決めておく必要がある。なぜなら、もし最初に全く共鳴が見えないと、どのパラメータをどの程度動かしてよいか全く見当がつかないから。

スピンフリッパーにかける振動磁場の角振動数 ω_s と振幅 $2B_r$ の 2 つのは、それぞれフリッパーが置かれた場所におけるガイド磁場コイルの磁場 B_z とターゲットとする中性子の速度 v から定まる。すなわち ω_s は共鳴条件 (3.2) より

$$\omega_s = 2\omega_z = 2|\mu_n|B_z \quad (3.12)$$

B_r は π フリップ条件 (3.10) より

$$2B_r = \frac{2\omega_r}{|\mu_n|} = \frac{\pi v}{|\mu_n|d} \quad (3.13)$$

で定まる。

B_z としてはシミュレーションと実測より $B_z = -13\text{G}$ を、 v としてはフリッパー無しのときの速度分布である程度カウントの多かった $v = 1000\text{m/s}$ を入れてそれぞれ計算すると

$$|\omega_s|/2\pi \simeq 37.9\text{kHz}, \quad B_r \simeq 5.7\text{G} \quad (3.14)$$

を得る。従って FG で生成する交流電圧の周波数 f_s の初期値は 37.9 kHz と決めた。

また、フリッパーを直径 90mm 幅 30mm の 30 巻きソレノイドコイルとして、1A の電流を流したときの中心での磁場の大きさ $b_f[\text{G}]$ と、37.9kHz の交流電圧をかけたときのインピーダンス $Z[\Omega]$ を計算するとそれぞれ

$$b_f \simeq 3.9\text{G} \quad Z \simeq 24.5\Omega \quad (3.15)$$

となる。ゆえにフリッパーにかける交流電圧の振幅 (peak to peak) は

$$2 \times \frac{2B_r}{b_f} \times Z \simeq 140\text{V}_{\text{pp}}$$

となる。アンプで振幅を約 100 倍にすることを考えて、FG で生成する交流電圧の振幅 V_r の初期値は 1.4V_{pp} と決めた。

また、シミュレーションと実測よりガイド磁場の大きさは上流フリッパーの位置と下流フリッパーの位置でほぼ等しいことがわかつっていたため、フリッパーのガイド磁場補正用コイルに流す電流の I_c の初期値は 0 A と決めた。

まとめると

表 3.1: パラメータ初期値

f_s の初期値	V_r の初期値	I_c の初期値
37.9 kHz	1.4 V _{pp}	0 A

3.2.4 測定データ

実際に共鳴実験で得られたデータを以下に示す。上流フリッパー共鳴実験で周波数を $|\omega_s|/2\pi = 34.0, 36.0, 37.0, 37.9, 38.8, 40.0, 41.0\text{kHz}$ と変えたとき、それぞれの場合に得られた粒子数の波長分布を図 3.13 に、下流フリッパー共鳴実験でガイド磁場補正用コイル電流を $I_c = -2.0, -1.0, -0.5, 0, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0\text{A}$ と変えたとき、それぞれの場合に得られた粒子数の波長分布を図 3.14 に表す。

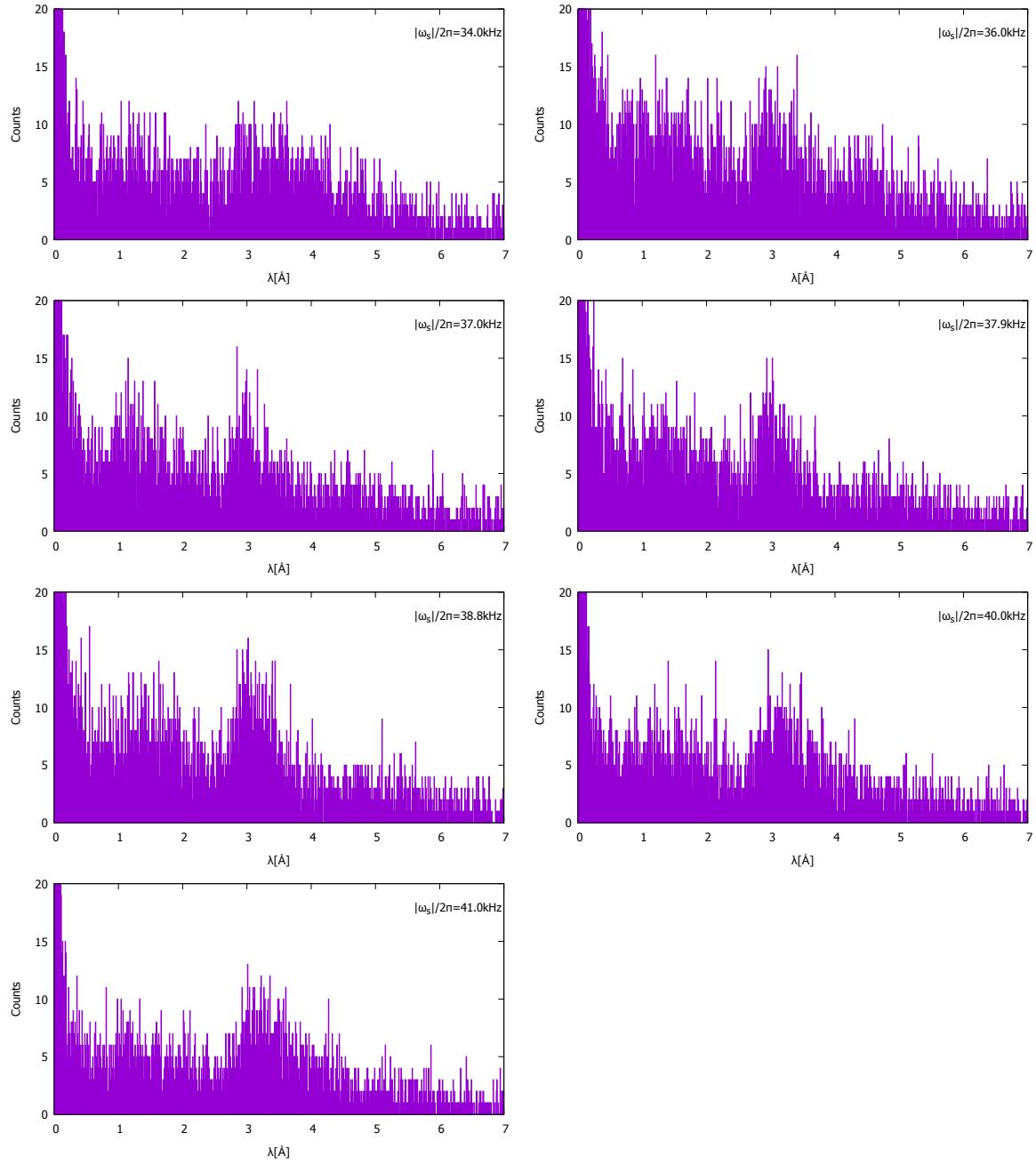


図 3.13: 上流フリッパー共鳴実験で得られた粒子数の波長分布

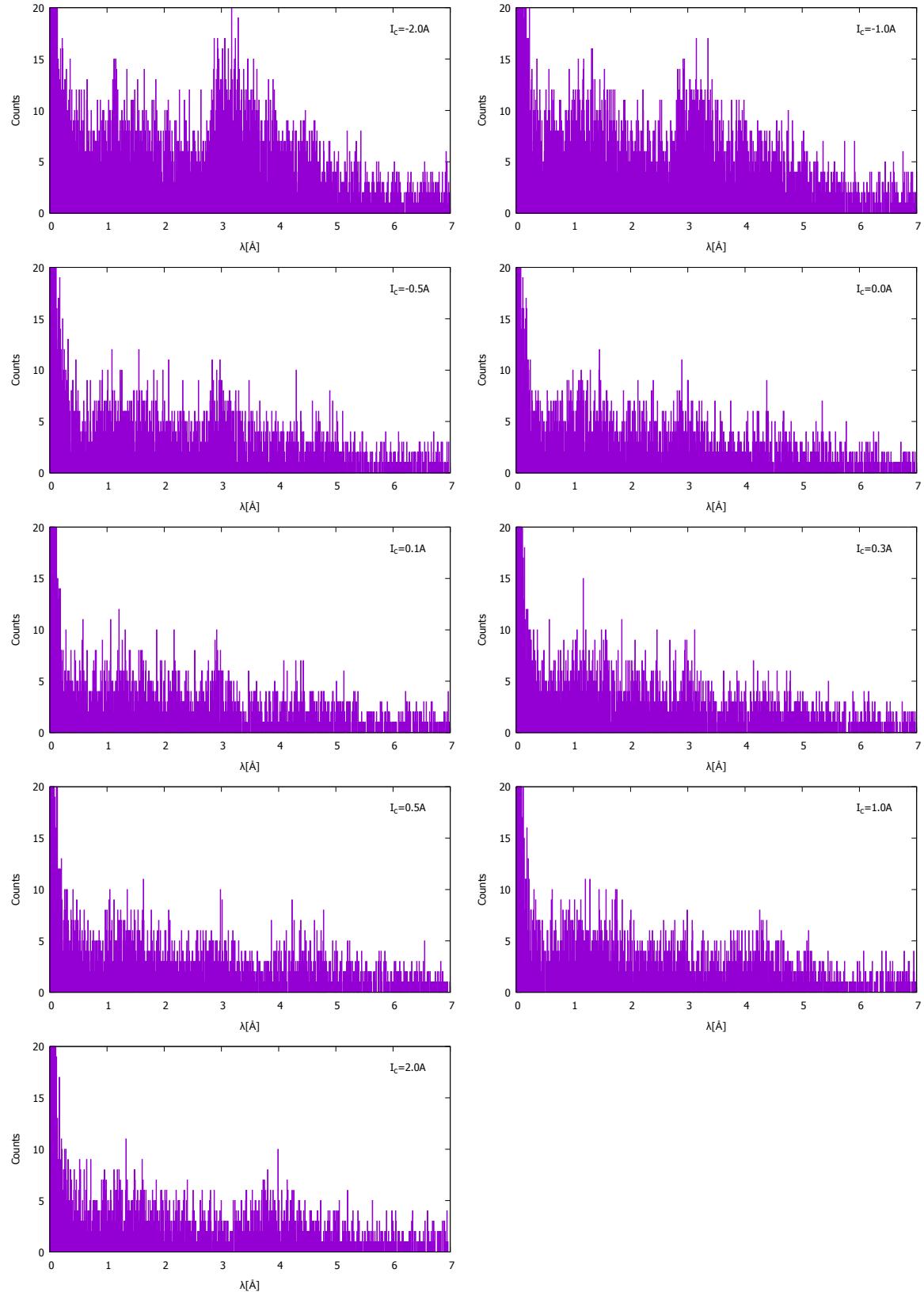


図 3.14: 下流フリッパー共鳴実験で得られた粒子数の波長分布

3.2.5 分析

以下では

1. 上流フリッパーについてデータから共鳴条件 (3.2) を満たす ω_s を決め、グラフから共鳴時に最もよくスピン反転する中性子の波長を推定し、 π フリップ条件 (3.10) から ω_r を計算する。
2. 上流フリッパーについてデータから共鳴条件 (3.2) を満たす I_c を決め、グラフから共鳴時に最もよくスピン反転する中性子の波長を推定し、 π フリップ条件 (3.10) から ω_r を計算する。

という流れでデータの分析を行う。

■上流フリッパーに関する分析 共鳴しているかを知るにはパラメータを変えたときの検出粒子数を比較すればよく、ある波長でカウントが最小となるとき共鳴していると考えてよい。しかし前節で示したデータは測定時間や加速器の出力がそれぞれ異なるので、そのままでは互いに比較することができない。そこで測定データのカウントをそのデータの測定開始時刻から測定終了時刻までにおける LiM のカウントで割って規格化することで、データを互いに比較できるようにする。このようにして規格化した上流フリッパー共鳴実験における粒子数の波長分布を、フリッパーを OFF にしたときの規格化粒子数と共に、図 3.15 に表す。

さらに、図 3.16 にフリッパー ON のときの規格化粒子数をフリッパー OFF のときの規格化粒子数で割ったもの、すなわち上流フリッパーでスピン反転しなかった割合の波長分布を表す。図 3.16 を見ると、波長 $\lambda = 3.0\text{\AA}$ から 4.5\AA あたりで大きく凹んでいることがわかる。

そこで、図 3.15 の波長領域 $\lambda = 3.0\text{\AA}$ から 4.5\AA における規格化粒子数の和を $|\omega_s|/2\pi$ を横軸に取って図示すると図 3.17 のようになる。2 次関数でフィッティングした結果、最もカウントが少なくなる、すなわち共鳴条件 (3.2) を満たす ω_s として $|\omega_s|/2\pi = 37.17 \pm 0.03\text{kHz}$ と決まった。

次に、決まった ω_s と最も近い $|\omega_s|/2\pi = 37.0\text{kHz}$ のときのスピン反転しなかった割合の波長分布 (図 3.18) から、最も反転しない割合が低い、すなわち最も反転する波長を推定すると、2 次関数フィットの結果、 $\lambda = 3.66 \pm 0.05\text{\AA}$ と求まった。これを速度に直すと $v = 1080 \pm 15\text{m/s}$ となり、この速度が π フリップ条件 (3.10) を満たすことから $\omega_{r1}/2\pi = 9.0 \pm 0.1\text{kHz}$ と計算される。

■下流フリッパーに関する分析 上流フリッパー同様に下流フリッパーの測定データについても互いに比較するために、測定時間の LiM カウントで規格化を行う。その結果を図 3.19 に表す。

さらに、図 3.20 にフリッパー ON のときの規格化粒子数をフリッパー OFF のときの規格化粒子数で割ったもの、すなわち上流フリッパーでスピン反転しなかった割合の波長分布を表す。図 3.20 を見ると、波長 $\lambda = 3.0\text{\AA}$ から 4.0\AA あたりで大きく凹んでいることがわかる。

そこで、図 3.19 の波長領域 $\lambda = 2.7\text{\AA}$ から 4.2\AA における規格化粒子数を数え、 I_c を横軸として図示すると図 3.21 のようになる。2 次関数でフィッティングした結果、最もカウントが少なくなる、すなわち共鳴条件 (3.2) を満たす I_c として $I_c = 0.7 \pm 0.1\text{A}$ と決まった。

次に、決まった I_c の中心値と最も近い $I_c = 0.7\text{A}$ のときのスpin反転しなかった割合の波長分布 (図 3.22) から、最も反転しない割合が低い、すなわち最も反転する波長を推定すると、2 次関数フィットの結果、 $\lambda = 3.40 \pm 0.03\text{\AA}$ と求まった。これを速度に直すと $v = 1163 \pm 10\text{m/s}$ となり、この速度が π フリップ条件 (3.10) を満たすことから $\omega_{r2}/2\pi = 9.6 \pm 0.1\text{kHz}$ と計算される。

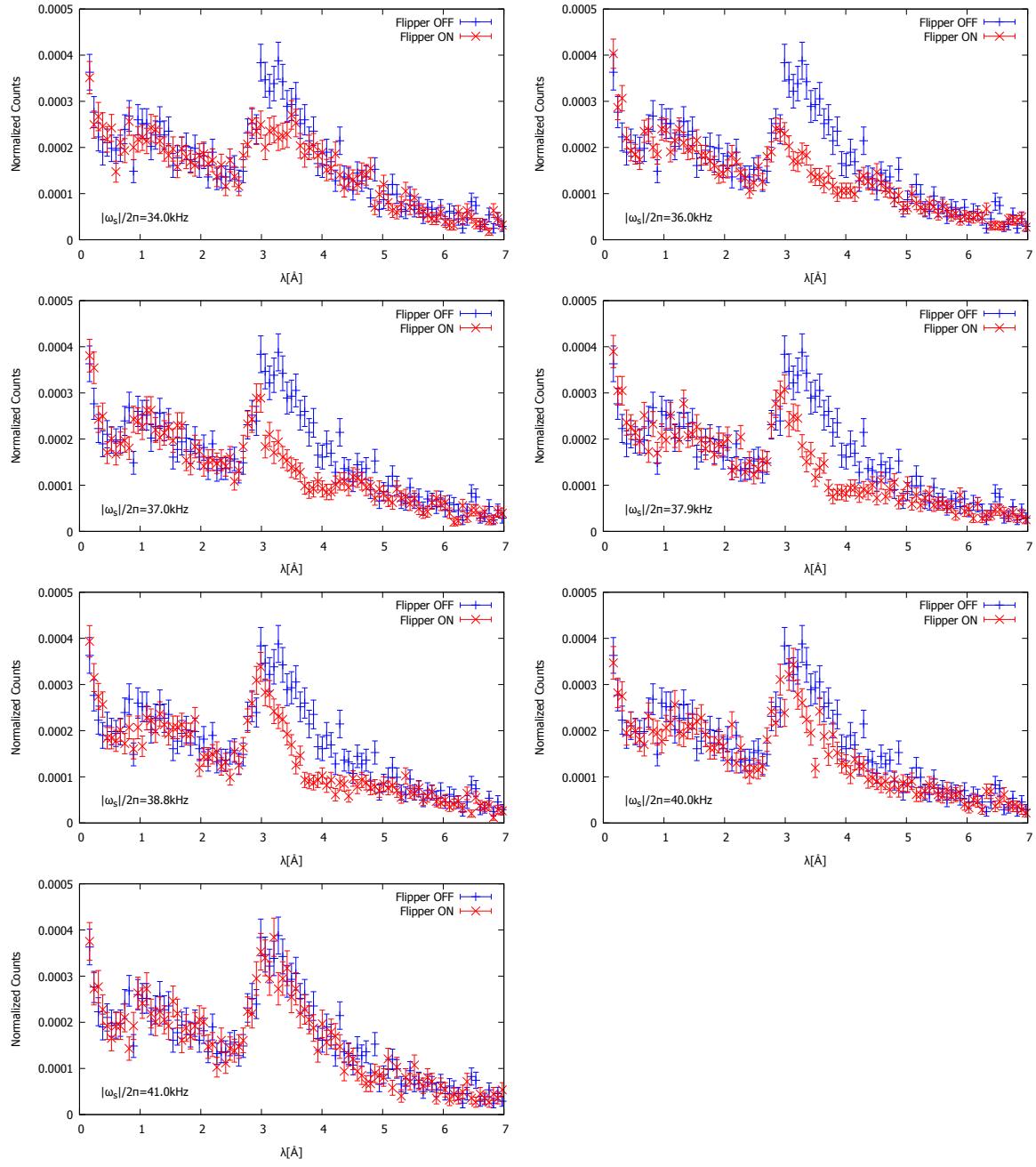


図 3.15: 上流フリッパー共鳴実験における規格化粒子数の波長分布

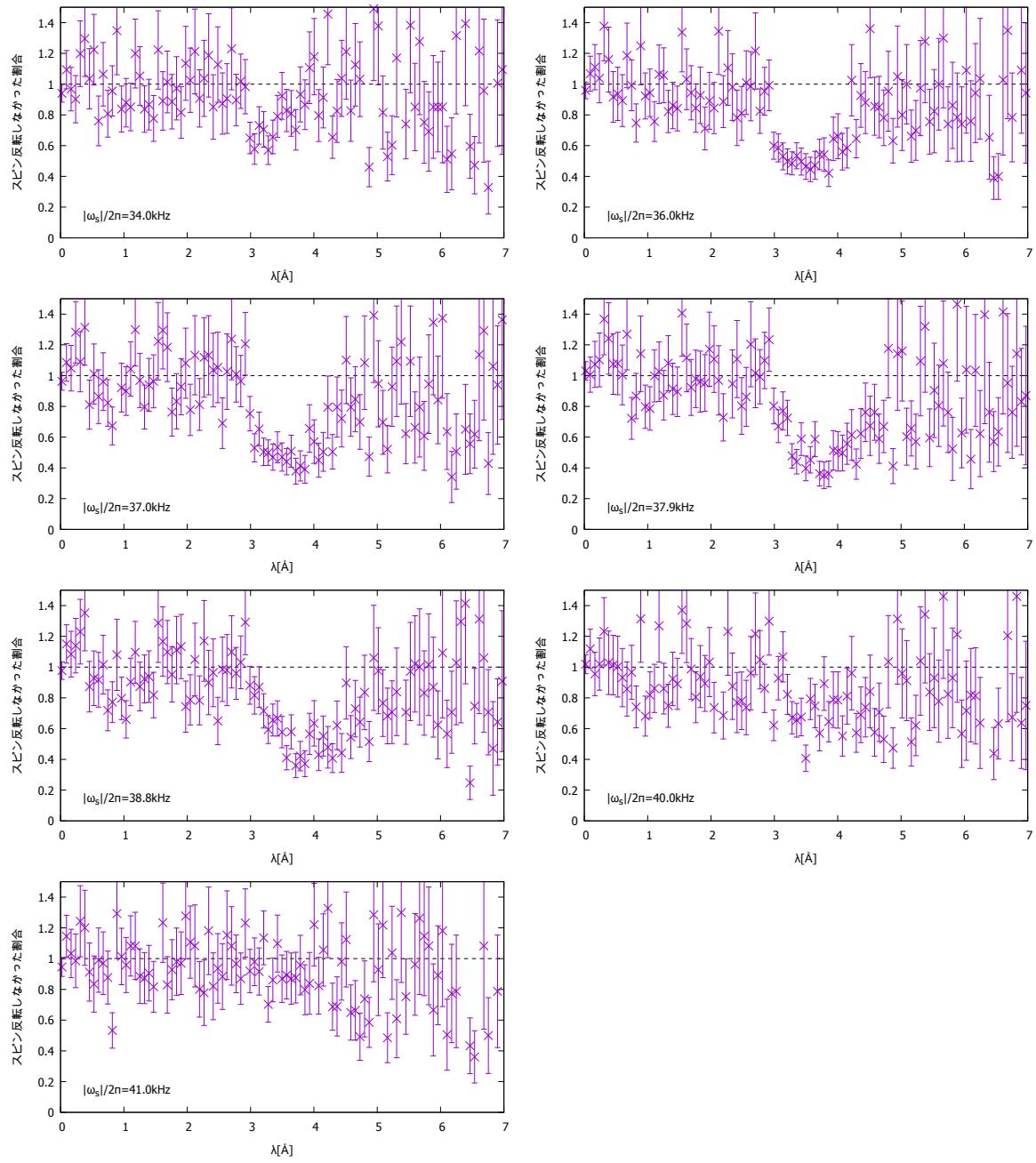


図 3.16: 上流フリッパーにおいてスピン反転しなかった割合

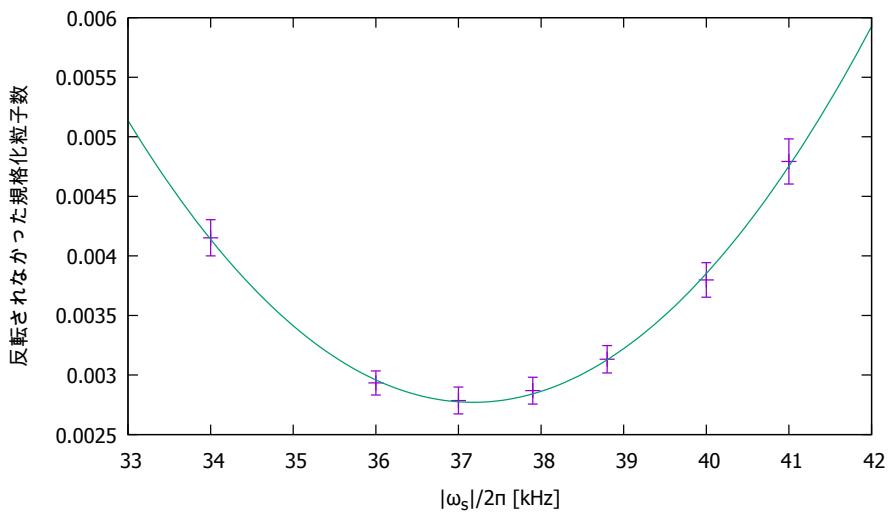


図 3.17: $|\omega_s|/2\pi$ に対する波長 $\lambda = 3.0\text{\AA}$ から 4.5\AA における規格化粒子数

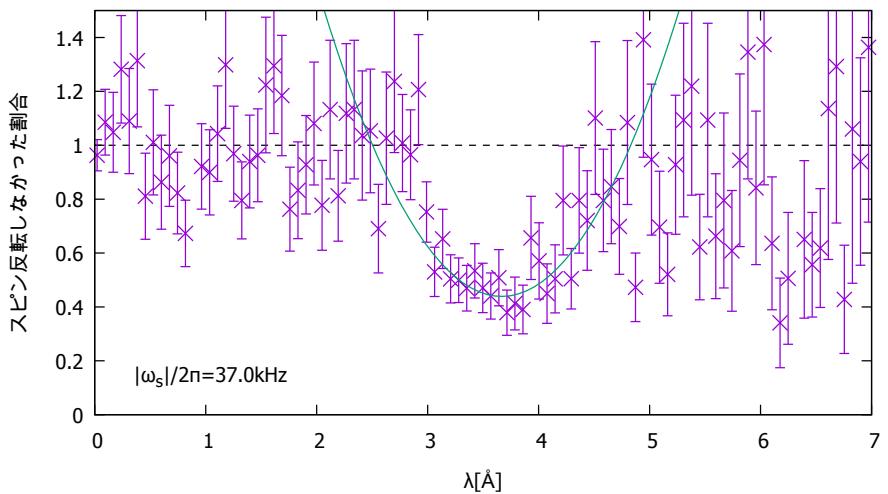


図 3.18: $|\omega_s|/2\pi=37.0\text{kHz}$ のときのスピン反転しなかった割合の波長分布

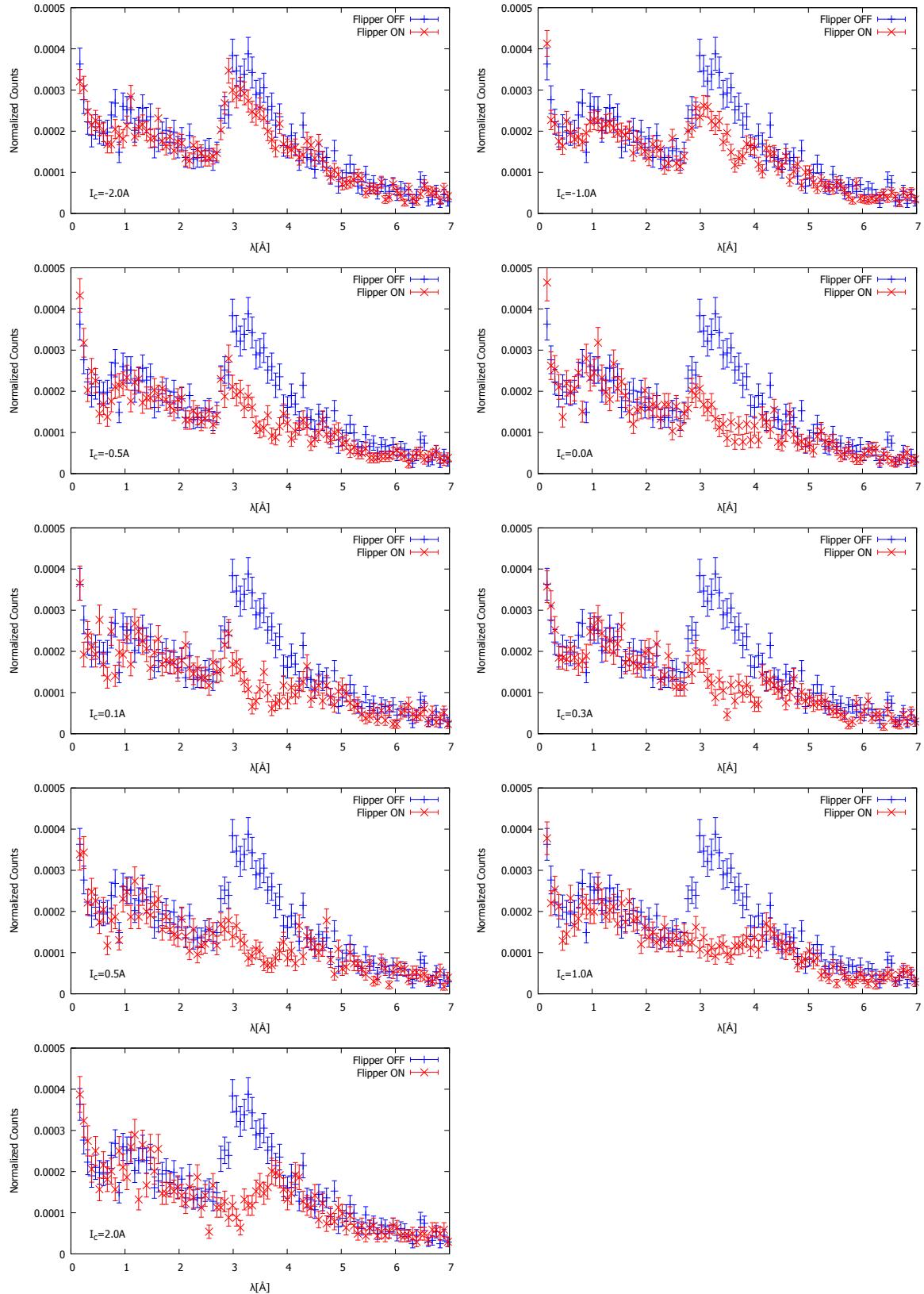


図 3.19: 下流フリッパー共鳴実験における規格化粒子数の波長分布

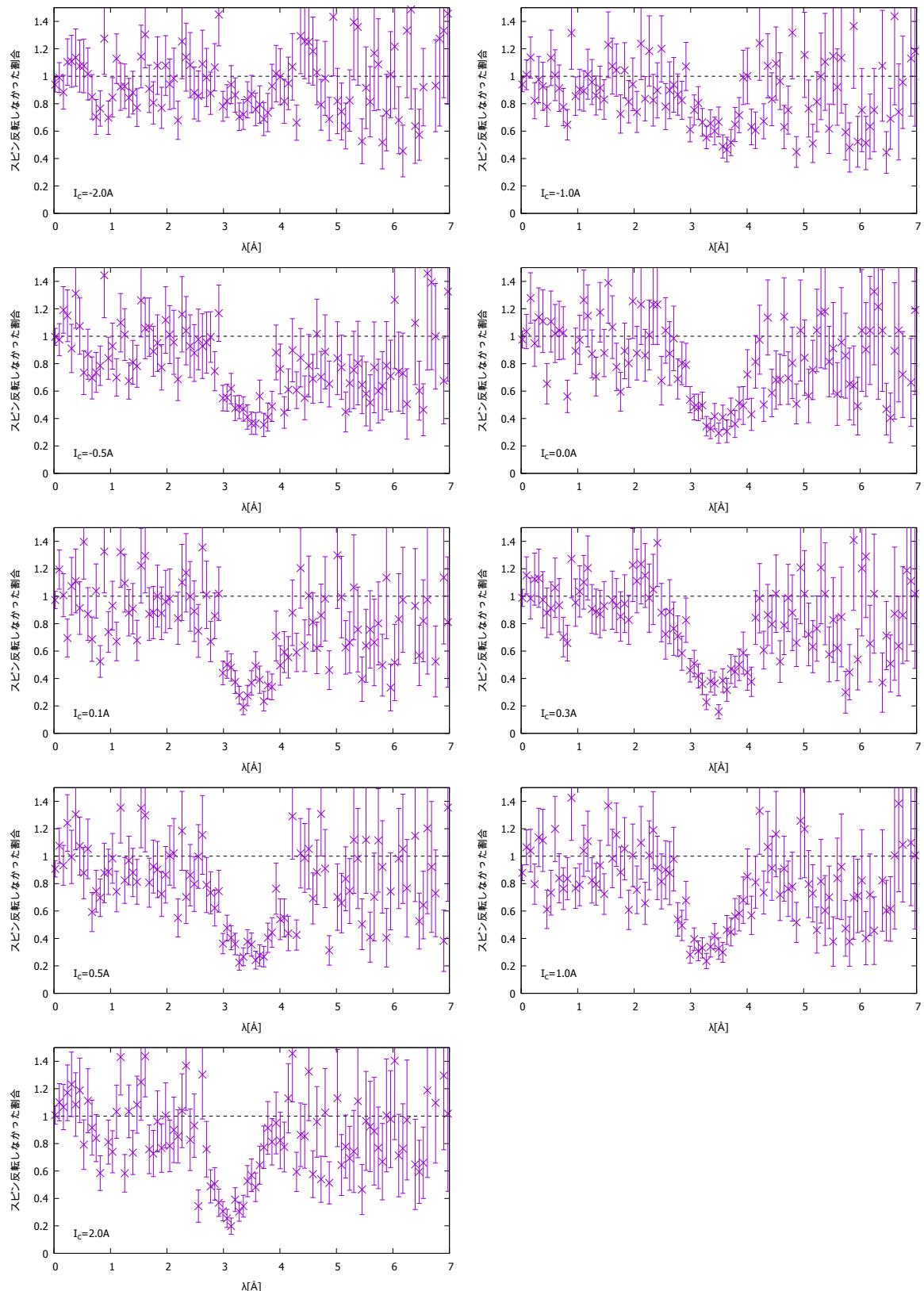


図 3.20: 下流フリッパーにおいてスピン反転しなかった割合

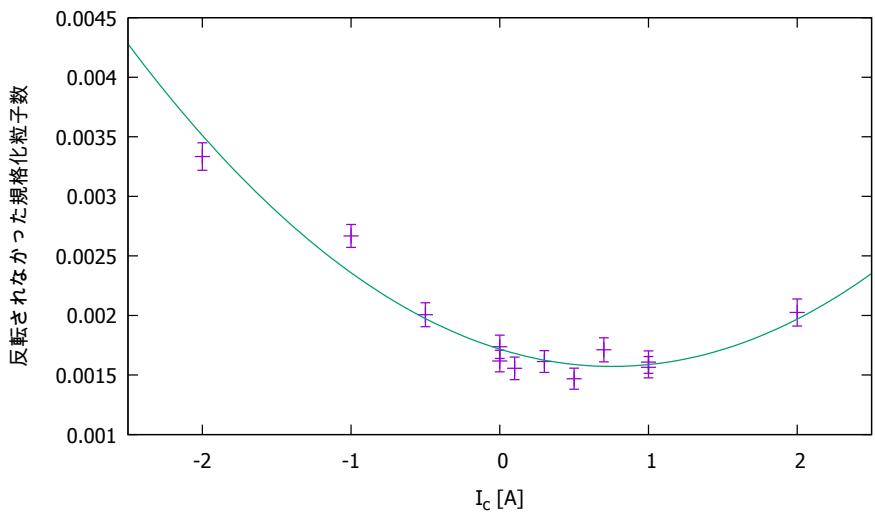


図 3.21: I_c に対する波長 $\lambda = 3.0\text{\AA}$ から 4.0\AA における規格化粒子数

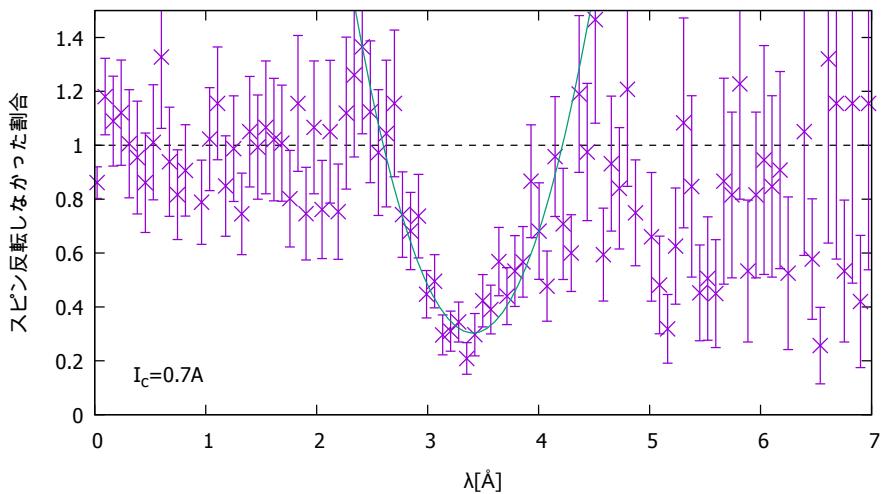


図 3.22: $I_c = 0.7\text{A}$ のときのスピン反転しなかった割合の波長分布

■分析まとめ 以上の分析から各パラメータは次のように決まった。

$ \omega_s /2\pi$	$37.17 \pm 0.03\text{kHz}$
I_c	$0.7 \pm 0.1\text{A}$
$\omega_{r1}/2\pi$	$9.0 \pm 0.1\text{kHz}$
$\omega_{r2}/2\pi$	$9.6 \pm 0.1\text{kHz}$

しかし、実験中の粗い解析では $|\omega_s|/2\pi = 37.5 \pm 0.1\text{kHz}, I_c = 0.185 \pm 0.11\text{A}$ と求まったため、実際には以後、

$ \omega_s /2\pi$	37.5kHz
I_c	0.185A

として実験を進めた。このことによる共鳴条件からのずれは最大で $\epsilon/|\omega_z| = 0.1$ 程度であり、十分小さいといえる(図 3.9,3.10 参照)。

3.3 位相シフタコイルによる干渉

本実験である位相シフタコイルによる干渉について、実験手順、結果、解析の順に説明する。

3.3.1 実験手順

位相シフタコイルに流す電流を、0.0A から 3.3A, -0.3 から-1.5 までそれぞれ 0.3A 刻みで変え、各点 10 分程度測定した。

3.3.2 実験結果

干渉を見るためには、中性子の TOF（波長）を制限する必要がある。どの波長を選ぶべきか判断するために、様々な波長での実験結果をフィットして、最もビジビリティが高かった波長を採用することにする。

■ビジビリティが最高となる波長 上流フリッパーと下流フリッパーの反転率が 1/2 となるのは、予備実験からそれぞれ 3.75 \AA , 3.56 \AA である。その付近のいくつかの波長領域について、横軸を位相シフタに流した電流、縦軸をカウント数／LiM のカウント数で割ったものとしてプロットする。実線は $-A \cos(Bx + C) + D$ でフィットした結果を示している。

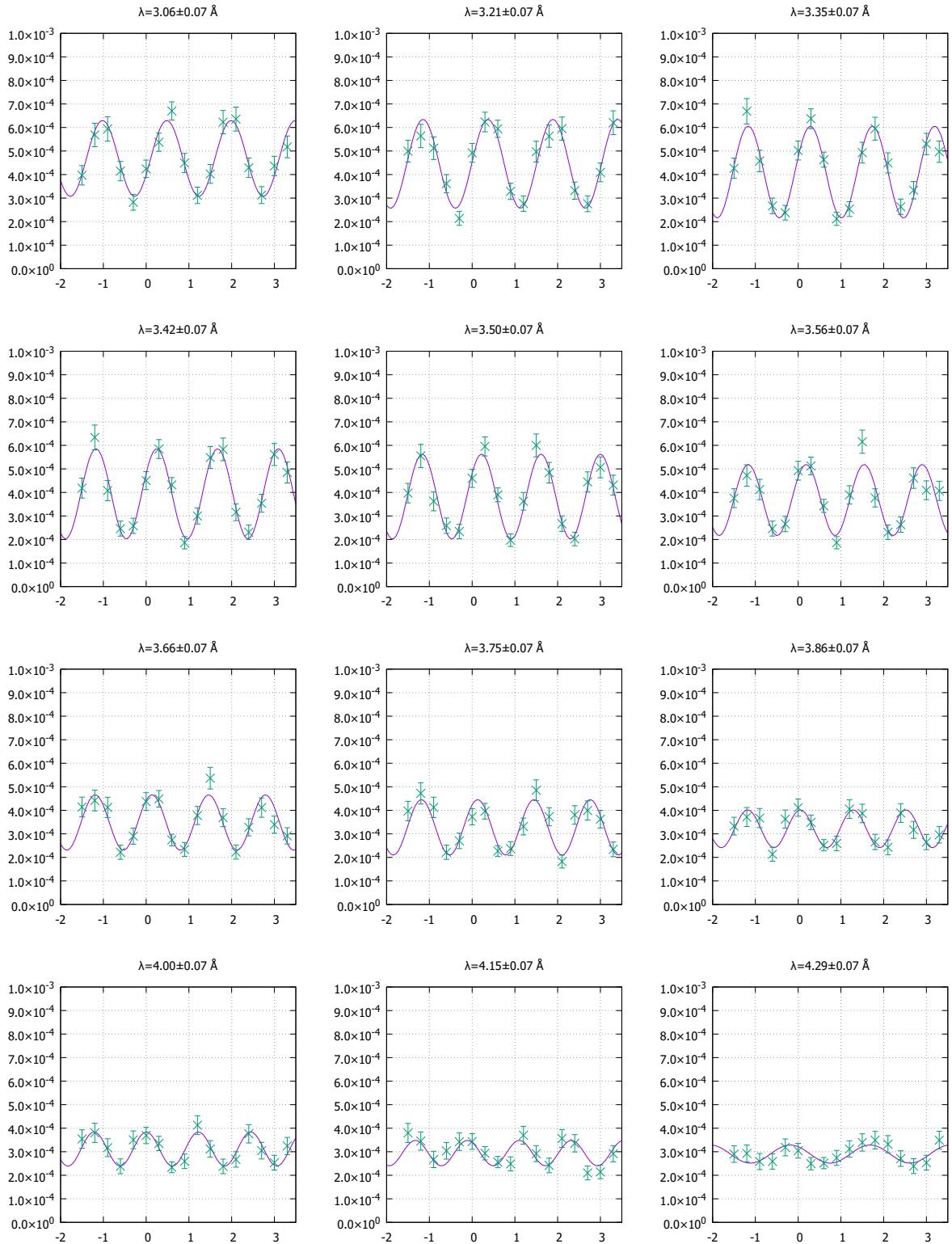


図 3.23: 各波長領域におけるカウント数／LiM カウント数。横軸は位相シフタコイルに流した電流。

フィット結果からビジビリティ $V \equiv A/D$ を算出し、プロットすると以下のようなになる：

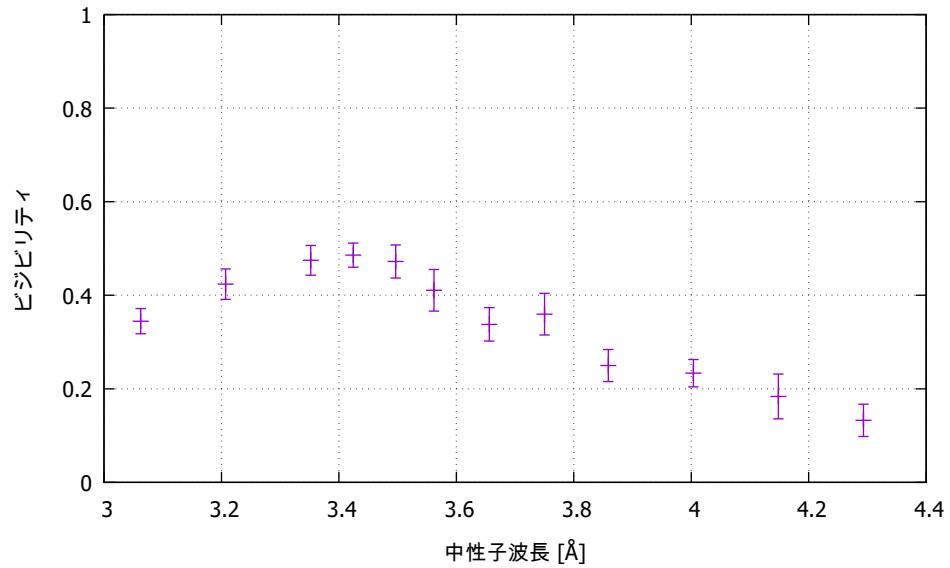


図 3.24: 波長ごとのビジビリティ。誤差はフィッティング誤差に由来する。

$\lambda = 3.42 \pm 0.07 \text{ Å}$ で最もビジビリティが高くなっていることがわかる。

■最高ビジビリティとなる波長における結果 $\lambda = 3.42 \pm 0.07 \text{ Å}$ における実験結果を以下に示す。今後の解析はこの波長で行うこととする。

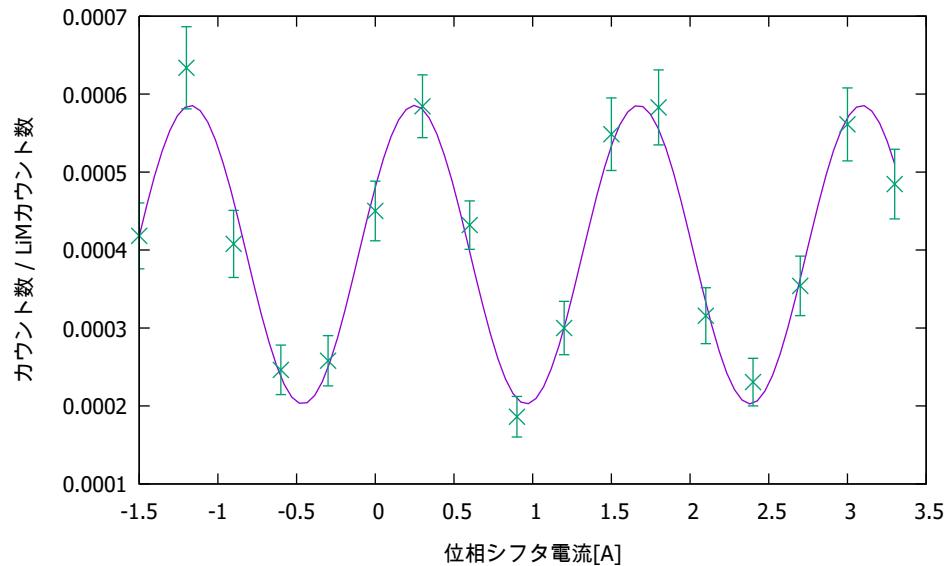
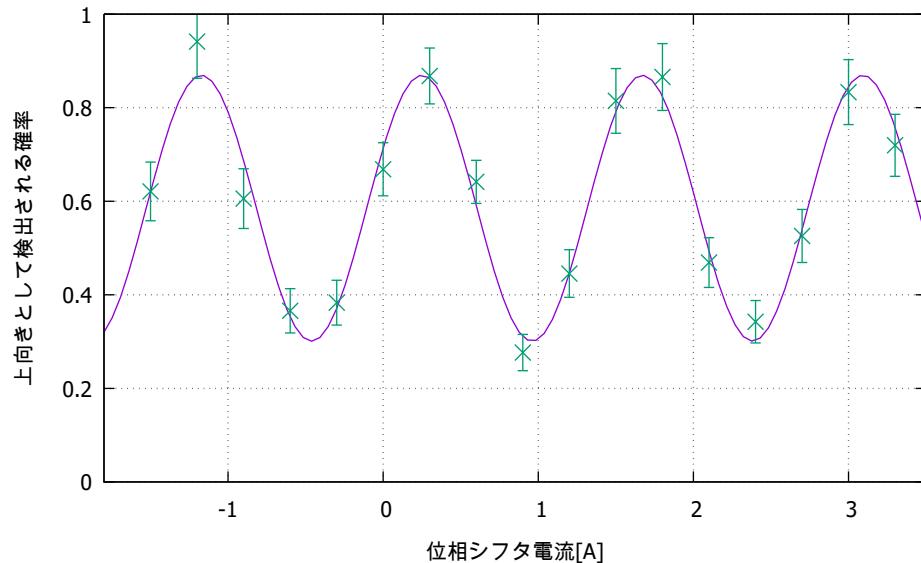


図 3.25: $\lambda = 3.42 \pm 0.07 \text{ Å}$ における実験結果とフィット。

3.3.3 解析

■理論値との対応 図3.25の縦軸はカウント数／LiM カウント数であり、これは理論値と直接対応する値ではない。これを理論値と対応付けるために、 $|\langle \uparrow | \uparrow \rangle|^2$ に対応する、フリッパーをオフにしてスピンをフリップさせずに検出した時のカウント数／LiM カウント数で割る必要がある。

$\lambda = 3.42 \pm 0.07 \text{ \AA}$ における $|\langle \uparrow | \uparrow \rangle|^2$ に対応するカウント数／LiM カウント数は、 $(6.73 \pm 0.53) \times 10^{-4}$ であった。この値で規格化した実験結果とフィット結果は以下の通りである：



A	0.28 ± 0.03
B	4.42 ± 0.04
C	2.04 ± 0.06
D	0.585 ± 0.04

表3.2: フィット結果。フィット関数は $-A \cos(Bx + C) + D$

■理論値との比較 理論式 (1.111) との比較を行う。理論式

$$|(\psi_{\text{VII}}(x, t))_+|^2 = 1 - \cos^2(\omega d'/v) \sin^2\left(\frac{2\omega_r}{v}d\right) \quad (1.111)$$

のうち、 $\sin^2(2\omega_r/vd)$ については、今 $\pi/2$ フリップ条件を満たしていることを仮定すれば 1 である。従って、以下のように簡略化することができる：

$$|(\psi_{\text{VII}}(x, t))_+|^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\omega d'}{v}\right) \quad (3.16)$$

ω を電流に対応させることで、理論式の B は 4.34 となる。以上より、理論式のパラメーターをまとめると以下のようになる：

A	0.5
B	4.34
C	0
D	0.5

表 3.3: フィット結果。フィット関数は $-A \cos(Bx + C) + D$

角振動数 B については 2σ の精度で一致していることがわかる。振幅 A 、位相 C 、オフセット D にはずれが見られる。それの原因については、後により深く考察する。

第 4 章

解析 · 考察

4.1 解析

実験で得られたデータからははっきりと波うつパターンが見て取れる。この章ではその波模様をいくつかの要素に分解し、それぞれについて解析を行う。私たちは望んだ干渉の結果を見ることができたのか。

4.1.1 波の分解

1.3 章で述べたように、干渉パターンは最も一般的には、共鳴からのずれを表すパラメータ ϵ と中性子の速度 v に依存した係数 N_1, N_2, N_3 を用いて

$$I = N_1 - N_2 \cos\left(\frac{2}{v}(\omega d' - \epsilon L')\right) - N_3 \sin\left(\frac{2}{v}(\omega d' - \epsilon L')\right) \quad (4.1)$$

と表せる。ここで ω は位相シフタコイルの磁場 B_p を用いて $\omega = |\mu_n|B_p$ と表される量であり、 d', L' はそれぞれ位相シフタコイルの幅、2つのスピンドリッパー間距離である。さらに $N_4 = \sqrt{N_2^2 + N_3^2}$ として

(4.2)

で ϕ を定義すれば、干渉パターンは

$$I = N_1 - N_4 \cos\left(\frac{2}{v}(\omega d' - \epsilon L') - \phi\right) \quad (4.3)$$

と書き直される。このように書くと実験データをフィッティングして得られる4つのパラメータと理論式を対応づけることができる。すなわち、実験で得られた波模様を位相シフタコイルに流した電流 I_p に対して

$$I = D - A \cos(B \cdot I_p + C) \quad (4.4)$$

という関数でフィッティングしたときの4つのパラメータ A, B, C, D は理論と

$$A \leftrightarrow N_4 \quad B \leftrightarrow \frac{2\omega d'}{v(-I_p)} \quad C \leftrightarrow \frac{2\epsilon L'}{v} + \phi \quad D \leftrightarrow N_1 \quad (4.5)$$

と対応づくことがわかる。なお、 I_p は鉛直下向きに磁場が発生する向きを正としたため、 B, C については理論式(4.1)のコサインの中身にマイナスをかけて対応づけておく。

なお、実験で得られたデータはある波長領域について積分したものであるため、ひとつの波長に対して定められた理論式(4.1)とは厳密には対応づかない。しかし十分狭い波長領域で見れば、近似的に領域の中心の波長に対する理論式とその波長領域での実験値を対応づけることができる。このことの詳しい議論は後で行う。

ここで行ったことの要は、単に実験と理論を対応づけたということではなく、波模様というあいまいな概念を輪郭の明確な4つの要素に分解したことにある。これによって私たちは奇妙にゆれる波に惑わされることなく、個々の要素について着実に考えてゆくことができる。

4.1.2 B

■パラメータ B の意味 B には干渉という現象のエッセンスが凝縮されている。上では干渉パターンの最も一般的な形を見たが、逆に最も特殊な場合を見てみよう。それは共鳴条件(3.2)が満たされている中で、 $\pi/2$

フリップ条件 (3.11) を満たす速度の中性子を対象とした場合である。そのときは $N_1 = 1/2, N_2 = 1/2, N_3 = 0, \epsilon = 0$ であるから、干渉パターンは

$$I = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\omega d'}{v} \right) \quad (4.6)$$

となる。このように、非常にシンプルな場合を考えてもスピン上下の位相差を表す B の部分の形は変わらない。そのような意味で B は干渉の本質を担っている。

■理論からのアプローチ 理論的には B は $2\omega d'/v(-I_p)$ と書かれるが、 $\omega \propto -I_p$ であって、具体的に書けば

$$\omega d' = \frac{|\mu_n| B_p d'}{\hbar} = \frac{(-I_p)|\mu_n| b_p d'}{\hbar} \quad (4.7)$$

となる。ここで b_p は位相シフタコイルに 1A の電流を流したときに発生する磁束密度。なおこの章では実験値と理論値を比較する必要から SI 単位系を用い、 \hbar も明記する。さらに位相シフタコイルによる磁場は空間的に一様ではないため、実際は粒子の軌道に沿った積分で表す必要がある：

$$b_p d' \rightarrow \int b_p(x) dx \quad (4.8)$$

次の図 4.2 は位相シフタコイルに 1A の電流を流したときの磁場分布シミュレーション結果である。このシミュレーションを用いて $\int b_p(x) dx$ を計算すると、シフタコイルの中心 ($y = z = 0$) を通ったときの積分値は

$$\int b_p(x) dx = 2.75 \times 10^{-5} \text{T} \cdot \text{m/A} \quad (4.9)$$

となった。なお積分範囲は実際の配置と図 4.2c より、-20cm から 20cm とした。また粒子の経路が y 方向や z 方向にずれたときの積分値は図 4.1 のようになった。ビームの幅は 20mm 程度であるから、中性子の経路による積分値のずれは 1% 程度に抑えられると考えられる。そこで今後の解析には中心での値を用いることにする。

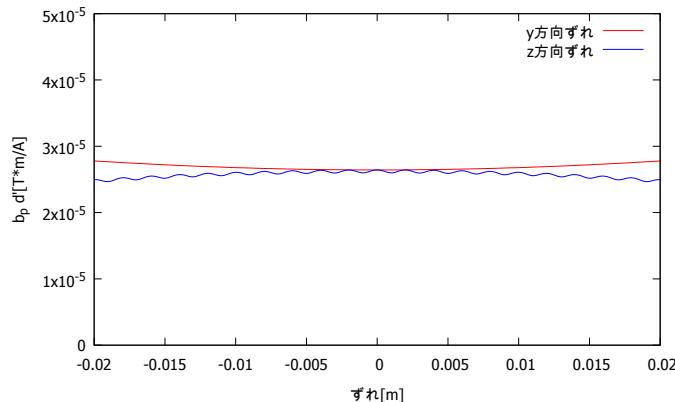


図 4.1: y, z 方向のずれによる影響

ゆえに B の理論値は

$$\frac{2\omega d'}{v(-I_p)} = 2 \frac{|\mu_n| \int b_p dx}{\hbar v} = 2 \frac{|\mu_n| \int b_p dx}{\hbar} \frac{m}{h} \lambda = 1.27 \cdot \lambda [1/A] \quad (4.10)$$

となる。ただし $\lambda [\text{\AA}]$ は中性子の波長。

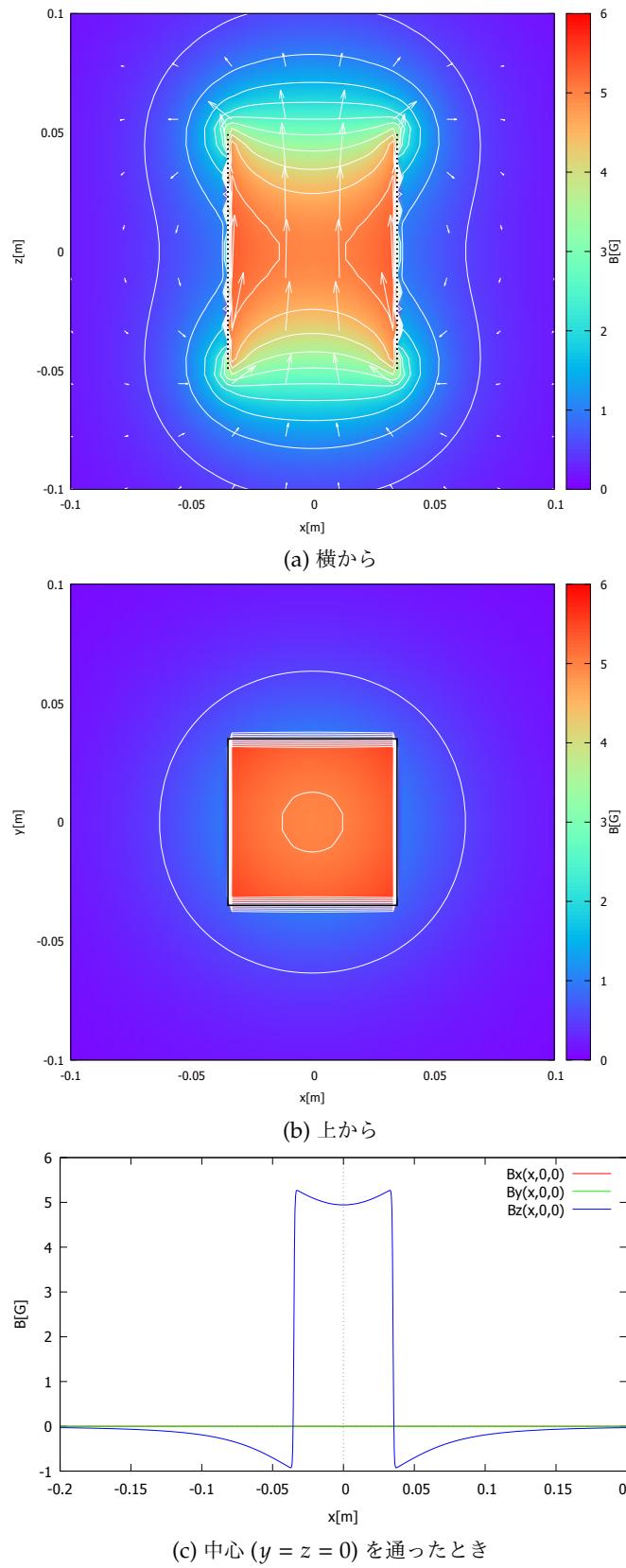


図 4.2: 位相シフタコイル磁場分布シミュレーション

■実験結果・解析 以下の表 4.1 に波長領域 $\lambda \pm 0.07\text{\AA}$ における実験データから得られた B の値と式 (4.10) から得られる理論値を示す。なお理論値には中性子の経路による誤差 1% が含まれるとした。また表 4.1 の結果を図 4.3 に表す。図、表からわかるように全ての波長領域でパラメータ B の実験値と理論値はよく一致しており、多くの波長において誤差の範囲で一致している。

表 4.1: 各波長領域におけるパラメータ B の実験値と理論値

$\lambda[\text{\AA}]$	$B(\text{実験})$	理論値
3.06	4.18 ± 0.05	3.90 ± 0.04
3.21	4.14 ± 0.05	4.08 ± 0.04
3.35	4.32 ± 0.05	4.27 ± 0.04
3.42	4.42 ± 0.04	4.36 ± 0.04
3.50	4.52 ± 0.05	4.45 ± 0.04
3.56	4.63 ± 0.07	4.54 ± 0.05
3.66	4.74 ± 0.07	4.66 ± 0.05
3.75	4.77 ± 0.09	4.78 ± 0.05
3.86	5.09 ± 0.09	4.91 ± 0.05
4.00	5.15 ± 0.08	5.10 ± 0.05
4.15	5.16 ± 0.18	5.28 ± 0.05
4.29	3.36 ± 0.17	5.47 ± 0.05

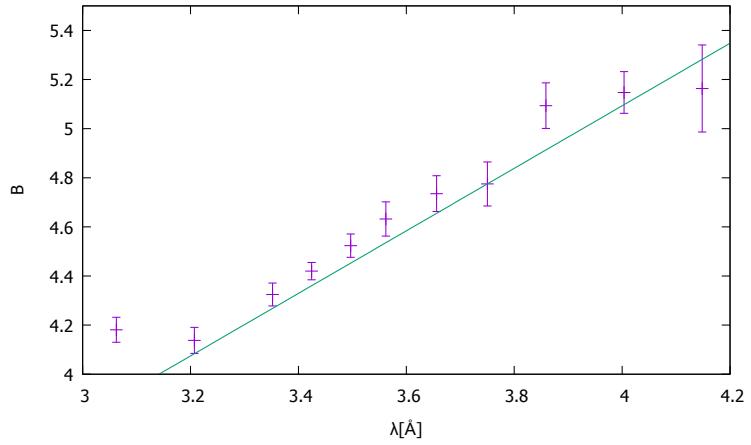


図 4.3: 各波長領域に対する B

■結論 パラメータ B こそスピン干渉の本質であり、それが干渉のみられた全ての波長領域で理論値とよく一致したということは、私たちが望みのものを手に入れたということを示唆している。目的は果たされた。

4.1.3 C

■パラメータ C の意味 干渉においてパラメータ B の次に重要な意味をもつパラメータは C であろう。最もシンプルな場合 (4.6) を考えると、理論的にはパラメータ C に対応する位相のシフトは入ってこなかった:

$$I = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\omega d'}{v} \right) \quad (4.11)$$

C の対応物 $2\epsilon L'/v + \phi$ は、どちらの項も $\epsilon = 0$ のときゼロとなるためである。すなわちパラメータ C は共鳴からのずれに依存する。パラメータ C を分析することで、共鳴からのずれを知ることができる。

■理論からのアプローチ 理論的には C は $2\epsilon L'/v + \phi$ に対応し、 $\cos \phi = N_2/N_4, \sin \phi = N_3/N_4$ であった。
1.3 章より

$$N_2 = 2 \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d - \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right) \quad (4.12)$$

$$N_3 = 4 \frac{\epsilon}{\omega_A} \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^3 \frac{\omega_A}{v} d \cos \frac{\omega_A}{v} d \quad (4.13)$$

であるから N_4 は

$$N_4 = \sqrt{N_2^2 + N_3^2} = 2 \left(\frac{\omega_r}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \left(\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d \right) \quad (4.14)$$

と書ける。ここで $\omega_A = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_r^2}$ であり、 d はフリッパーの幅である。よって

$$\cos \phi = \frac{\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d - \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d}{\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d} \quad (4.15)$$

$$\sin \phi = \frac{2 \frac{\epsilon}{\omega_A} \sin \frac{\omega_A}{v} d \cos \frac{\omega_A}{v} d}{\cos^2 \frac{\omega_A}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_A} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_A}{v} d} \quad (4.16)$$

であり、確かに $\epsilon = 0$ のとき $\phi = 0$ となる。次の図 4.4 に $\epsilon/|\omega_z| = 0, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0$ のときの中性子の波長 λ に対する ϕ の理論値を表す。ただし $\omega_r/\omega_z = 0.25, B_z = 12.8\text{G}$ とした。これを実験値と比べるためにも

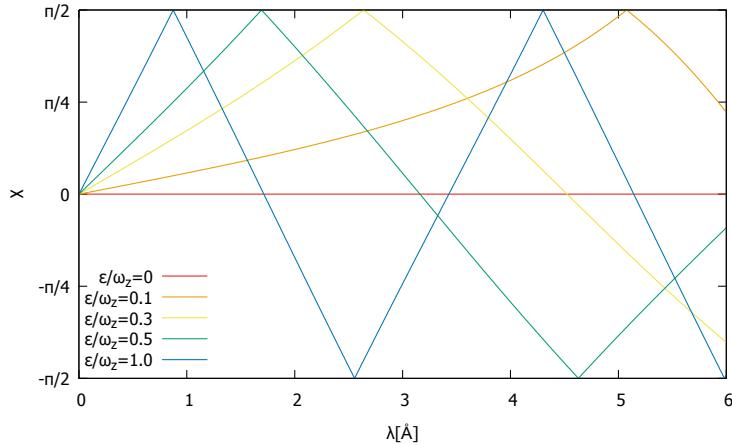


図 4.4: 中性子の波長 λ に対する ϕ

う一工夫必要となる。理論では上流と下流のスピンフリッパーで ω_r の値は等しいとしていた。しかし、実際に測定データから得られた ω_r は上流と下流で異なっていた(3.2 章参照)。そこで上流、下流フリッパーの ω_r をそれぞれ ω_{r1}, ω_{r2} として、2 つのフリッパーで ω_r が異なる場合も含めた干渉パターンの式を求めるとき、式

の形は ω_r が等しい場合 (4.1) 同じで、係数

$$N_1 = \left(\cos^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A1}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d \right) \left(\cos^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d \right) \\ + \left(\frac{\omega_{r1}}{\omega_{A1}} \right)^2 \left(\frac{\omega_{r2}}{\omega_{A2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d \quad (4.17)$$

$$N_2 = 2 \frac{\omega_{r1}}{\omega_{A1}} \frac{\omega_{r2}}{\omega_{A2}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin \frac{\omega_{A2}}{v} d \left(\cos \frac{\omega_{A1}}{v} d \cos \frac{\omega_{A2}}{v} d - \frac{\epsilon}{\omega_{A1}} \frac{\epsilon}{\omega_{A2}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin \frac{\omega_{A2}}{v} d \right) \quad (4.18)$$

$$N_3 = 2 \frac{\omega_{r1}}{\omega_{A1}} \frac{\omega_{r2}}{\omega_{A2}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin \frac{\omega_{A2}}{v} d \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A1}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \cos \frac{\omega_{A2}}{v} d + \frac{\epsilon}{\omega_{A2}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \cos \frac{\omega_{A2}}{v} d \right) \quad (4.19)$$

となる。ここで $\omega_{Ai} = \sqrt{\epsilon^2 + \omega_{ri}^2}$ ($i = 1, 2$) である。これでパラメータ C について実験値と理論値を比較する準備が整った。

■実験結果 以下の表 4.2 に波長領域 $\lambda \pm 0.07\text{\AA}$ における実験データから得られた C の値を示し、中心波長 λ と C の関係を図 4.5 に表す。

表 4.2: 各波長領域におけるパラメータ C の実験値

$\lambda[\text{\AA}]$	$C(\text{実験})$
3.06	1.12 ± 0.09
3.21	1.61 ± 0.09
3.35	1.90 ± 0.07
3.42	2.04 ± 0.06
3.50	2.14 ± 0.08
3.56	2.27 ± 0.12
3.66	2.50 ± 0.12
3.75	2.52 ± 0.14
3.86	2.87 ± 0.16
4.00	3.12 ± 0.15
4.15	3.72 ± 0.31
4.29	3.76 ± 0.28

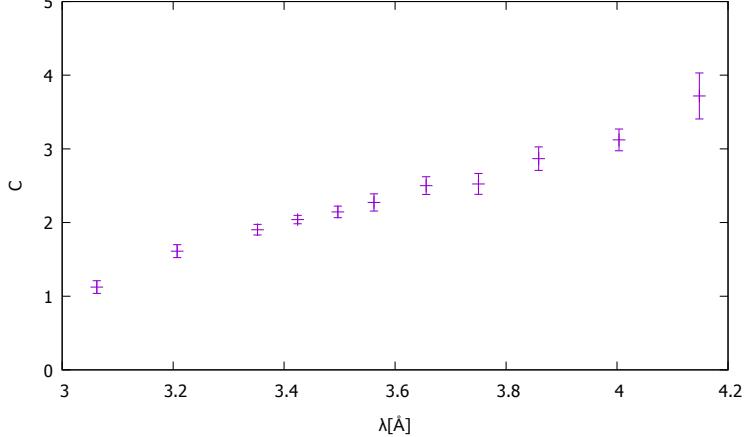


図 4.5: 中心波長 λ と C の関係

■解析 $\epsilon/|\omega_z|$ をフィッティングパラメータとして実験値をフィッティングすることを考える。このときフィッティング関数は $2\epsilon L'/v + \phi$ であるが、正確には $2n\pi(n:\text{整数})$ の不定性が存在する。そこでフィッティング関数として次の形を用い、 $n = -3, -2, -1, 0, 1, 2$ の各場合についてフィッティングを行った。

$$2\epsilon L'/v + \phi + 2n\pi \quad (4.20)$$

なお、各種パラメータには実測と測定データから求めた次の値を用いた。

次の表 4.4 に各 n におけるフィッティングの結果を示す。カイ二乗が最も小さくなった $n = -1$ のときについてフィッティング結果を図 4.6 に表す。

表 4.3: 各種パラメータ

$\omega_{r1}/2\pi[\text{kHz}]$	$\omega_{r2}/2\pi[\text{kHz}]$	$\omega_z/2\pi[\text{kHz}]$	$d[\text{mm}]$	$L'[\text{mm}]$
4.5	4.8	-18.7	30	273

■結論 パラメータ C は共鳴からのずれと関係づく。 $\epsilon/|\omega_z| = 0.131 \pm 0.001$ とすると、干渉のみられた全ての波長領域でパラメータ C の実験値は理論値とよく一致した。すなわち今回の実験における共鳴からのずれは $\epsilon/|\omega_z| = 0.131 \pm 0.001$ 程度であったと推測される。

表 4.4: $n = -3, -2, -1, 0, 1, 2$ に対するフィッティング結果

n	$\epsilon/ \omega_z $	reduced χ^2
-3	0.364 ± 0.004	56.8
-2	0.237 ± 0.002	9.43
-1	0.131 ± 0.001	2.16
0	0.033 ± 0.002	14.1
1	-0.066 ± 0.004	76.1
2	-0.165 ± 0.006	182

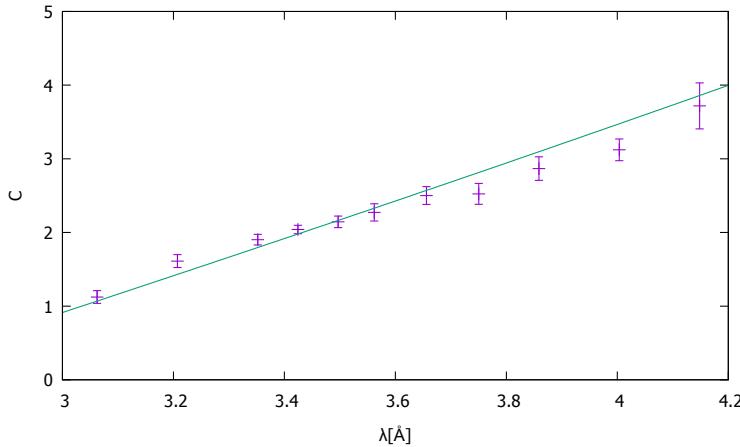


図 4.6: $n = -1$ のときのフィッティング結果

4.1.4 D

■パラメータ D の意味 パラメータ D は干渉の波模様がどこを中心で振動しているかを表す。パラメータ D は波の位相ではなく波の高さに関係した量であるという点で、前述のパラメータ B や C と異なる。波の位相については粒子数の相対的な差から情報を得ることができるが、波の高さについては粒子数の絶対値が影響する。したがってパラメータ D からはパラメータ B, C からは知り得なかった粒子数の絶対値に関係した情報を得ることができる。

■理論からのアプローチ 理論的には D は N_1 に対応する。2つのフリッパーで ω_r が異なる場合も含めた最も一般的な N_1 の表式は次の通りであった(式(4.17)):

$$N_1 = \left(\cos^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A1}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d \right) \left(\cos^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d \right) + \left(\frac{\omega_{r1}}{\omega_{A1}} \right)^2 \left(\frac{\omega_{r2}}{\omega_{A2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d \quad (4.21)$$

これを種々の $\epsilon/|\omega_z|$ に対して波長を横軸として図示すると図4.7のようになる。各種パラメータには表4.3の値を用いた。

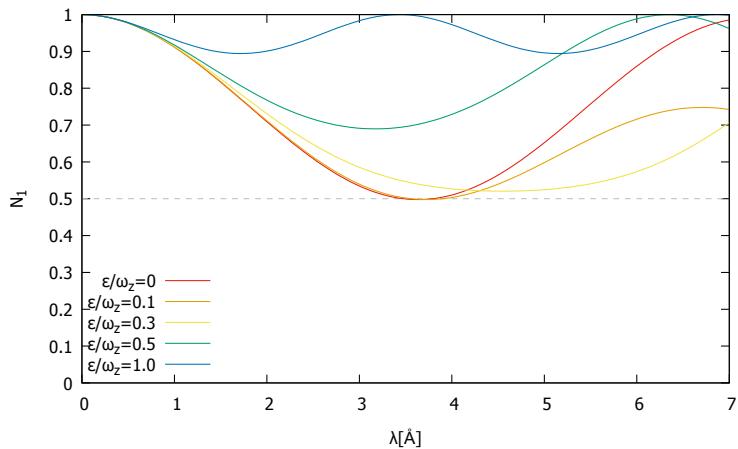


図4.7: 中性子の波長 λ に対する N_1

■実験結果 以下の表4.5に波長領域 $\lambda \pm 0.07\text{\AA}$ における実験データから得られた D の値を示し、中心波長 λ と D の関係を図4.8に表す。

表 4.5: 各波長領域におけるパラメータ D の実験値

$\lambda[\text{\AA}]$	$D(\text{実験})$
3.06	0.61 ± 0.05
3.21	0.63 ± 0.05
3.35	0.53 ± 0.04
3.42	0.59 ± 0.05
3.50	0.63 ± 0.05
3.56	0.59 ± 0.05
3.66	0.58 ± 0.05
3.75	0.66 ± 0.06
3.86	0.69 ± 0.07
4.00	0.91 ± 0.10
4.15	0.79 ± 0.09
4.29	0.81 ± 0.09

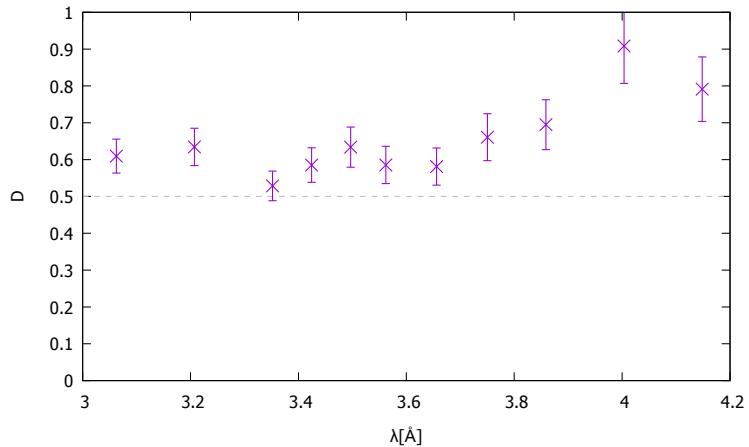


図 4.8: 中心波長 λ と D の関係

■解析 パラメータ C に対する考察の結果から $\epsilon/|\omega_z| = 0.131$ としたときの D の理論値を実験値と共に図 4.9 に表す。このとき $\text{reduced}\chi^2 = 74/12 = 6.2$ となり、理論値と実験値の一致はあまりよくない。全ての波長において実験値は理論値よりも上にずれている。これは粒子数の変動の中心が数の方へシフトしていることを意味しており、バックグラウンドの存在が示唆される。

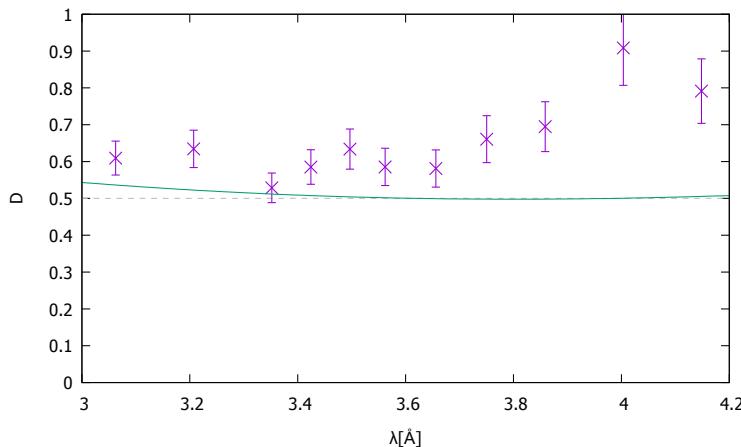


図 4.9: 波長に対する D の実験値と $\epsilon/|\omega_z| = 0.131$ のときの理論値

■結論 パラメータ D は干渉波が振動する中心の高さを表し、パラメータ B や C からは知り得なかった粒子数の絶対値に関する情報を教えてくれる。 D の実験値が理論値と比べて大きくなっていることはバックグラウンドの存在を示唆している。バックグラウンドに関する詳しい議論は後にまわす。

4.1.5 A

■パラメータ A の意味 パラメータ A は干渉の波模様の振幅を表す。パラメータ A は D と同様に波の高さに関係した量であり、絶対的な粒子数に関する情報を持つ。一方で位相のずれた波が重なるとうなりが生じて振幅は変化する。その意味でパラメータ A は位相に関する情報も持っているといえる。

■理論からのアプローチ 理論的には A は N_4 に対応する。その具体的な表式は式 (4.18), (4.19) より

$$N_4 = \sqrt{N_2^2 + N_3^2}$$

$$= 2 \frac{\omega_{r1} \omega_{r2}}{\omega_{A1} \omega_{A2}} \sin \frac{\omega_{A1}}{v} d \sin \frac{\omega_{A2}}{v} d \sqrt{\left(\cos^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A1}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A1}}{v} d \right) \left(\cos^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d + \left(\frac{\epsilon}{\omega_{A2}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{A2}}{v} d \right)} \quad (4.22)$$

である。これを種々の $\epsilon/|\omega_z|$ に対して波長を横軸として図示すると図 4.10 のようになる。各種パラメータには表 4.3 の値を用いた。図 4.10 は波長に対する N_1 を描いた図 4.7 を 0.5 を境に反転したように見える。実際、 $\omega_{r1} = \omega_{r2}$ のときは $N_1 + N_4 = 1$ が厳密になりたつ。つまり上流下流のスピンドリッパーで ω_r が等しいときは共鳴のいかんに関わらず常に干渉の波の頂上は 1 に達する(図 3.10 参照)。

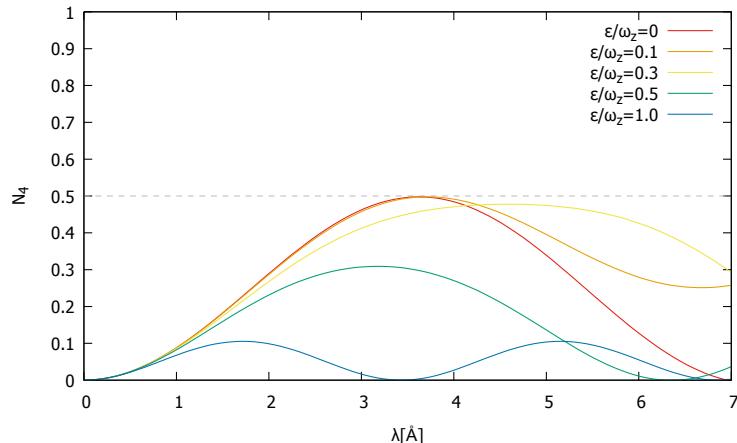


図 4.10: 中性子の波長 λ に対する N_4

■実験結果 以下の表 4.6 に波長領域 $\lambda \pm 0.07\text{\AA}$ における実験データから得られた A の値を示し、中心波長 λ と A の関係を図 4.11 に表す。

表 4.6: 各波長領域におけるパラメータ A の実験値

$\lambda[\text{\AA}]$	$A(\text{実験})$
3.06	0.21 ± 0.02
3.21	0.27 ± 0.03
3.35	0.25 ± 0.02
3.42	0.28 ± 0.03
3.50	0.30 ± 0.03
3.56	0.24 ± 0.03
3.66	0.20 ± 0.03
3.75	0.24 ± 0.04
3.86	0.17 ± 0.03
4.00	0.21 ± 0.04
4.15	0.15 ± 0.04
4.29	0.11 ± 0.03

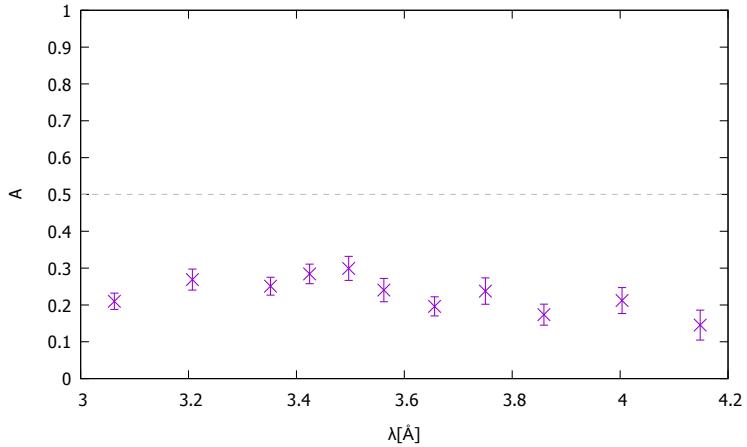


図 4.11: 中心波長 λ と A の関係

■解析 パラメータ C に対する考察の結果から $\epsilon/|\omega_z| = 0.131$ としたときの A の理論値を実験値と共に図 4.12 に表す。このとき $\text{reduced}\chi^2 = 1041/12 = 87$ となり、理論値と実験値の一致は悪い。全ての波長において実験値は理論値よりも大きく下にずれている。これは干渉波の振幅が理論の予想より小さいことを意味する。この原因として、バックグラウンドによって波の高さの振動中心が上へずれたことと、位相のずれた波が重ね合わさり振幅が減衰したことの 2 つが考えられる。

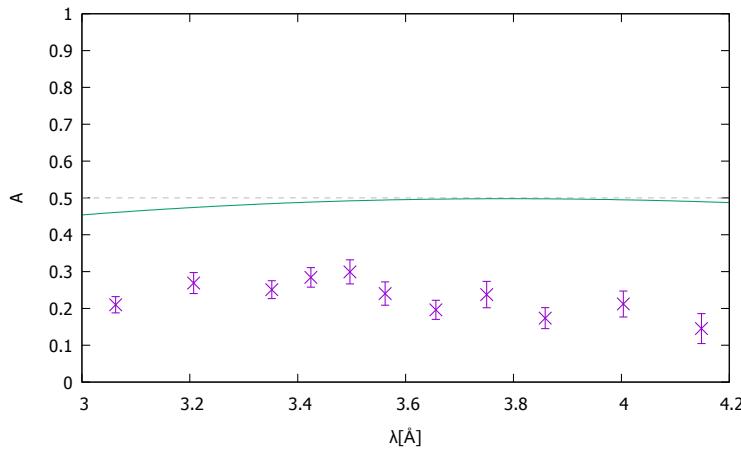


図 4.12: 波長に対する D の実験値と $\epsilon/|\omega_z| = 0.131$ のときの理論値

■結論 パラメータ A は干渉波の振幅を表し、波の高さと位相の両方に依存する。干渉をみる波長領域の中心波長に対する理論値と実験値は一致せず、実験値は理論値の半分程度となった。観測粒子数にあるバックグ

ラウンドが含まれており、粒子数の変動の中心が数の方へずれたこと、実験で得られたデータはある波長領域について観測粒子数を積分したものであり、位相のずれた波が重ね合わさることで振幅が減衰したことが原因として考えられる。

4.1.6 中心波長で考えてよい理由

実験で得られたデータはある波長領域について積分したものであるため、ひとつの波長に対して定められた理論式(4.1)とは厳密には対応づかない。しかし十分狭い波長領域で見れば、近似的に領域の中心の波長に対する理論式とその波長領域での実験値を対応づけることができる。

例えば中心波長 $\lambda = 3.42\text{\AA}$ に対して $\pm 0.4\text{\AA}$ の波長領域を考えると、中心波長における干渉パターンと波長領域で積分したときの干渉パターンは次の図 4.13 のようになる。位相シフタコイルに流す電流が増えるにつれ、2つの波が位相についても振幅についてもずれていくのがわかる。

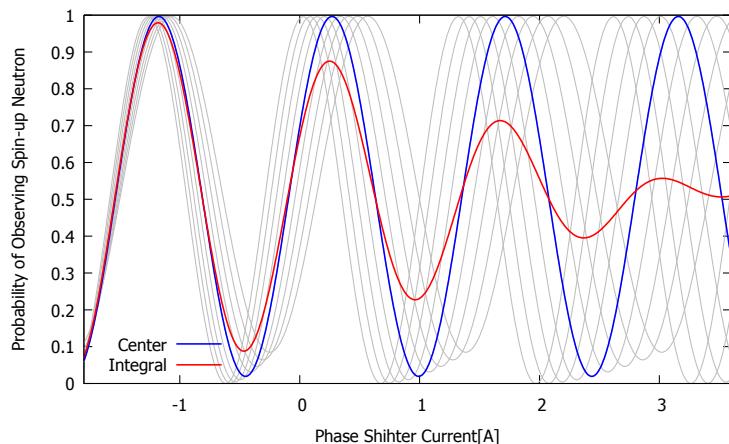


図 4.13: $\lambda = 3.42 \pm 0.4\text{\AA}$ のときの中心波長での干渉パターンと干渉パターンの波長領域での積分

次に十分狭い波長領域 $\lambda = 3.42 \pm 0.07\text{\AA}$ を考え、同様に中心波長における干渉パターンと波長領域で積分したときの干渉パターンを図 4.14 に表す。このように、実験を行った電流範囲で見る限り、2つの波の位相はほぼずれず、振幅についてもずれは最大で 4% 程度である。

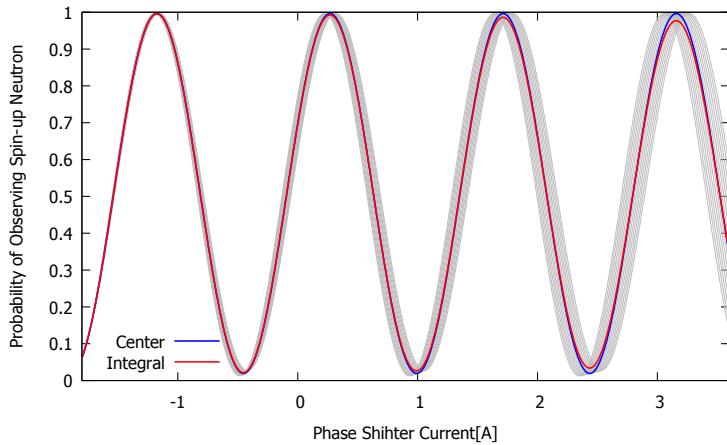


図 4.14: $\lambda = 3.42 \pm 0.07\text{\AA}$ のときの中心波長での干渉パターンと干渉パターンの波長領域での積分

従って、 $\pm 0.07\text{\AA}$ 程度の十分狭い波長領域で見る限り、領域の中心波長に対する理論式とその波長領域での実験値を対応づけることができる。

4.1.7 波の合成

この章のはじめに実験で得た干渉の波を 4 つのパラメータに分解した。それ以降干渉波を波としては扱わず、意味のはっきりした要素毎に取り扱った。そうすることで複合的な問題が分割されてシンプルなものとなり、容易に解析を進めることができた。しかし小さなことばかりに集中していると視野が狭くなり、全体像が見えづらくなる。ここでは分解した波を再び合成することで、広い視野で全体を見通してゆく。

この章での解析結果を波として図 4.15 に表す。図から実験値と理論値で周期と横ずれを含めた波の位相がよく一致していることがわかる。また振幅と振動中心に関しては、両者がただずれているというだけではなく、振動中心が上に上がることで振幅が押し込められるように縮んでいることがわかる。このように解析結果を波として眺めると、それぞれのパラメータを複合的に見て情報を得ることができる。

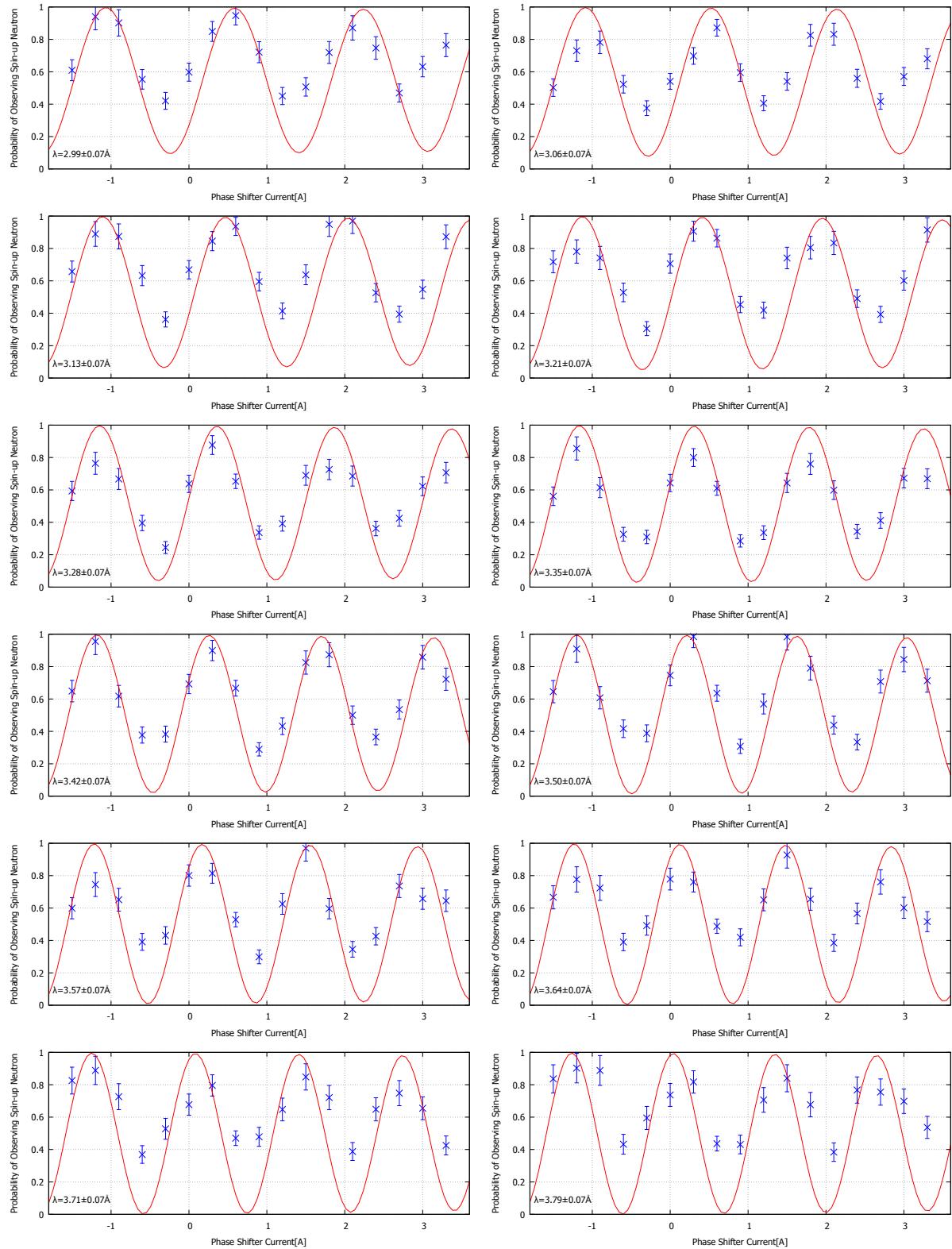


図 4.15: 干渉パターンの実験値と理論値

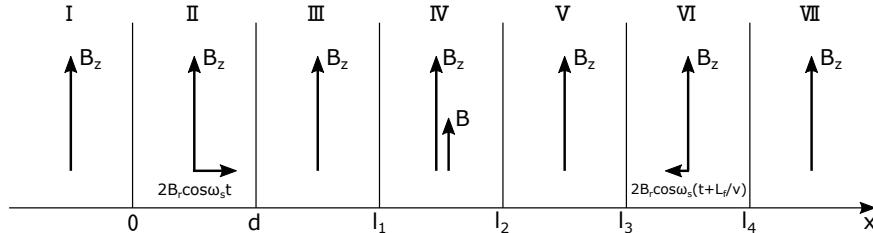
4.2 考察

前章では干渉パターンを4つの要素に分解し、位相に関係した2つのパラメータ B, C については実験結果を理論がよく説明することを見た。しかし波の水深に関係した2つのパラメータ A, D については実験結果と理論との間に相違が見られた。この章ではこの相違を説明するために2つの異なる仮説を立て、それぞれ仮説の下で実験結果がうまく説明できるかを考察する。

4.2.1 スピンフリッパー間の距離による効果

位相の異なる波が重ね合わさるうなりが生じ振幅は変動する。これまでの議論では波長によって変化する位相、すなわち分散性位相は小さく、十分小さい波長領域でみる限りは振幅への影響はほとんどなかった。しかもしも考慮していない効果によって大きな分散性位相が生じるとすれば、振幅への影響は大きなものとなり、パラメータ A の実験結果をうまく説明できるかもしれない。

■効果の取り入れ 2つのスピンフリッパーが距離 L だけ離れているとする。時刻 t に上流側のフリッパーを通過した速度 v の中性子は時刻 $t + L/v$ に下流側のフリッパーを通過する。中性子がスピンフリッパー間を飛行するのにかかる時間 L/v の間にスピンフリッパーの振動磁場 $2B_r \cos \omega_s t$ の位相は $\omega_s L/v$ だけまわってしまう。この効果を取り入れるために下流側のスピンフリッパーの振動磁場の位相を $\omega_s L/v$ だけずらし、 $2B_r \cos \omega_s(t + L/v)$ としてみる。



簡単のため共鳴条件が満たされており、また2つのフリッパーで ω_r が等しい場合を考えると、領域Iで

$$\psi_I(x, t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_r}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \quad (4.23)$$

と表された入射中性子は領域VIIで

$$\begin{aligned} & \psi_{VII}(x, t) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} & -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-i\omega_s(t + \frac{L}{v})} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-i\omega_s(t + \frac{L}{v})} & \cos \frac{\omega_r d}{v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\omega d'}{v}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\omega d'}{v}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega_r d}{v} & -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-i\omega_s t} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} e^{-i\omega_s t} & \cos \frac{\omega_r d}{v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_r}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{-i\frac{\omega d'}{v}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{i\frac{\omega d'}{v} - i\frac{\omega_s L}{v}} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v} \cos \frac{\omega_r d}{v} \left(e^{-i\frac{\omega d'}{v} + i\frac{\omega_s L}{v}} + e^{i\frac{\omega d'}{v}} \right) e^{i\omega_s t} \end{pmatrix} e^{i(k_0 - \frac{\omega_r}{v})x} e^{-i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (4.24)$$

という状態をとる。従って領域 VII でスピン上向き中性子を観測する確率は

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{VII}}^+|^2 &= \left| \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{-i \frac{\omega d'}{v}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} e^{i \frac{\omega d'}{v} - i \frac{\omega_s L}{v}} \right|^2 \\ &= \cos^4 \frac{\omega_r d}{v} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v} \cos \left(\frac{2\omega d'}{v} - \frac{\omega_s L}{v} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

となって大きな分散性位相 $-\omega_s L/v$ が現れる。

必ずしも共鳴条件を満たさず、必ずしも 2 つのフリッパーで ω_r が等しくない場合についても同様に、干渉パターンは式 (4.17), (4.18), (4.19) の N_1, N_2, N_3 を用いて

$$I = N_1 - N_4 \cos \left(\frac{2}{v} (\omega d' - \epsilon L') - \phi - \frac{\omega_s L}{v} \right) \quad (4.26)$$

と書ける。ここで $N_4 = \sqrt{N_2^2 + N_3^2}$, $\cos \phi = N_2/N_4$, $\sin \phi = N_3/N_4$ である。

■結果 次の図 4.16 は波長領域 $\lambda = 3.35 \pm 0.07 \text{Å}$ における干渉パターンを式 4.26 を用いてフィッティングした結果である。フィッティングパラメータは $\epsilon/|\omega_z|$ であり、図 4.16 のとき $\epsilon/|\omega_z| = 0.112 \pm 0.001$, reduced $\chi^2 = 41.2/16 = 2.57$ となった。振幅からのはずれは十分小さく、振幅、位相共に実験値と理論値はよく一致している。しかし図 4.17 に表す他の波長領域で見ると位相がずれていることがわかる。なお各種パラメータには実測と測定データから求めた表 4.3, 4.7 の値を用いた。

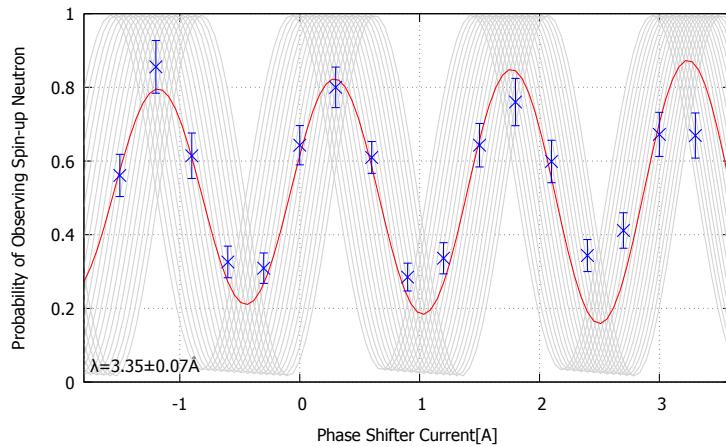


図 4.16: 波長領域 $\lambda = 3.35 \pm 0.07 \text{Å}$ における干渉パターンのフィッティング結果

青が実験結果、灰色が波長領域内での 0.01Å 毎の理論値、赤が波長領域内での理論値の積分を表す

表 4.7: 各種パラメータ 2

$\omega_s/2\pi[\text{kHz}]$	$L[\text{mm}]$
-37.5	403

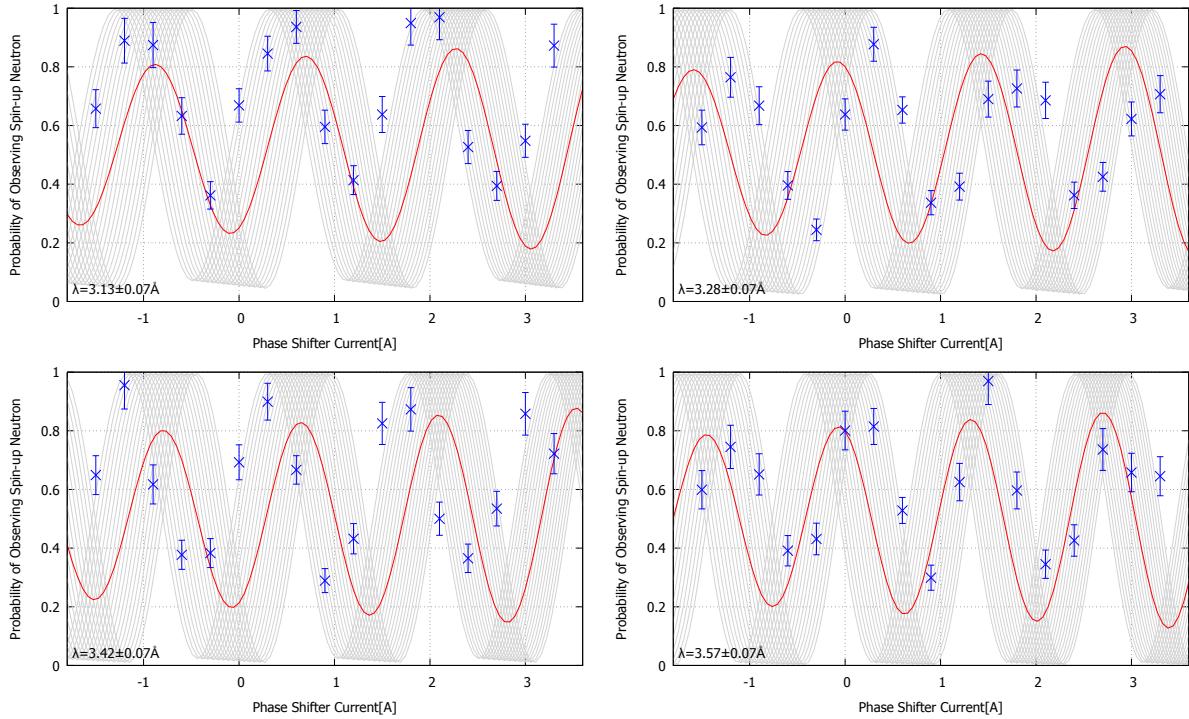


図 4.17: 様々な波長領域における干渉パターン

■解析 前節で見たように、スピンフリッパー間の距離の効果を考慮すると、ある波長については振幅、位相共に実験値を理論値で説明することができたが、他の波長では位相にずれが生じた。そこで波を分解して、位相に関するパラメータ C について解析する。

いまパラメータ C と理論的に対応する量は、式(4.26)より

$$\frac{2\epsilon L'}{v} + \phi + \frac{\omega_s L}{v} + 2n\pi \quad (n: \text{整数}) \quad (4.27)$$

である。そこでパラメータ C の実験値と $\epsilon/|\omega_z| = 0.112$ のときの $n = 10, 11, 12, 13, 14$ における理論値を図 4.18 に表す。

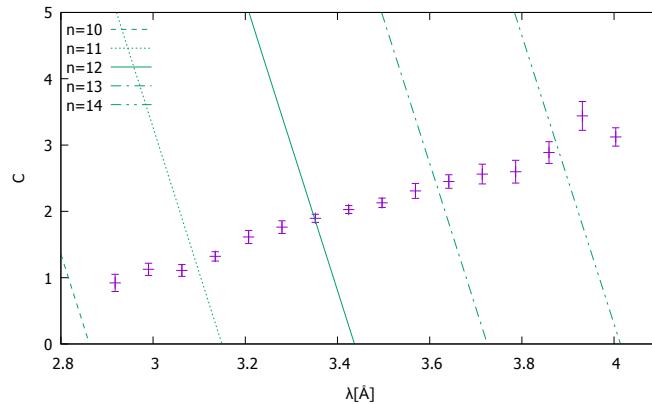


図 4.18: パラメータ C の実験値と理論値

このようにあるひとつの波長領域に対しては ϵ を調節することでパラメータ C の実験値と理論値を合わせることができるが、大きな分散性位相 $\omega_s L/v$ のために他の波長領域ではどうしてもずれが生じる。すなわち、スピニフリッパー間の距離のために生じた大きな分散性位相によって、十分小さな波長領域においても大きく位相のずれた波が重なり合い、うなりが生じて振幅が小さくなるという仮説は、パラメータ C の実験結果によって否定される。

■考察 中性子の波束としての取り扱いについて考え、なぜスピニフリッパー間の距離が実験結果に影響を与えるかを考察する。いま入射波束として次の形のものをとる:

$$\Psi_I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk' g(k') \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik'x - i\omega'(k')t} \quad (4.28)$$

ここで $g(k)$ は中心 $k = k_0$ をもち、 $k = k_0$ から離れると速やかに減衰するある波数分布とする。また、 $\omega'(k') = k'^2/2m + \omega_z$ である。このとき群速度 $v_g = d\omega'(k')/dk'|_{k'=k_0} = k_0/m$ となる。領域 I において波束を形成する平面波

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik'x - i\omega'(k')t} \quad (4.29)$$

はそれが Shrödinger 方程式に従って時間発展し、領域 VII では

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{-i \frac{\omega d'}{v'}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{i \frac{\omega d'}{v'}} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v'} \cos \frac{\omega_r d}{v'} \left(e^{-i \frac{\omega d'}{v'}} + e^{i \frac{\omega d'}{v'}} \right) e^{i \omega_s t} \end{pmatrix} e^{ik'x - i\omega'(k')t} \quad (4.30)$$

となる。ここで $v' = \sqrt{(k'/m)^2 + 2\omega_z/m}$ 。ただし簡単のため共鳴条件が満たされており、2つのフリッパーで ω_r は等しいとした。従って領域 VII における波束は次のように書ける:

$$\Psi_{VII} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk' g(k') \begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{-i \frac{\omega d'}{v'}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{i \frac{\omega d'}{v'}} \\ -i \sin \frac{\omega_r d}{v'} \cos \frac{\omega_r d}{v'} \left(e^{-i \frac{\omega d'}{v'}} + e^{i \frac{\omega d'}{v'}} \right) e^{i \omega_s t} \end{pmatrix} e^{ik'x - i\omega'(k')t} \quad (4.31)$$

つまり、スピニフリッパーによる位相は、波束そのものではなく波束を形成する平面波が受け取るものであり、波束中心の位置には依らない。よってスピニフリッパー間の距離は実験結果に影響を与えない。

いま $g(k)$ として次の形:

$$g(k) = \frac{1}{\sqrt{\Delta} \pi^{\frac{1}{4}}} \exp \left[-\frac{1}{2\Delta^2} (k - k_0)^2 \right] \quad (4.32)$$

を考えると、領域 VII においてスピニ上向き中性子を観測する確率は

$$|\Psi_{VII}^+|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk' \frac{1}{\sqrt{\Delta} \pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{1}{2\Delta^2}(k'-k_0)^2} \left(\cos^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{-i \frac{\omega d'}{v'}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v'} e^{i \frac{\omega d'}{v'}} \right) e^{ik'x - i\omega'(k')t} \right|^2 \quad (4.33)$$

となるが、幅 Δ が k_0 に比べて十分狭ければ

$$\begin{aligned} |\Psi_{VII}^+|^2 &\simeq \left| \cos^2 \frac{\omega_r d}{v_0} e^{-i \frac{\omega d'}{v_0}} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v_0} e^{i \frac{\omega d'}{v_0}} \right|^2 \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk' \frac{1}{\sqrt{\Delta} \pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{1}{2\Delta^2}(k'-k_0)^2} e^{ik'x - i\omega'(k')t} \right|^2 \\ &= \left(\cos^4 \frac{\omega_r d}{v_0} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v_0} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos \frac{2\omega d'}{v_0} \right) \frac{1}{\sqrt{\left(\left(\frac{\Delta t}{m} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta} \right)^2 \right) \pi}} \exp \left[-\frac{(x - v_0 t)^2}{\left(\frac{\Delta t}{m} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta} \right)^2} \right] \end{aligned} \quad (4.34)$$

とできる。ここで $k_0^2/m \gg |\omega_z|$ より $v_0 = \sqrt{(k_0/m)^2 + 2\omega_z/m} \simeq k_0/m = v_g$ を用いた。速度中心 v_0 をもつスピン上向き中性子波束を 1 個入射し、位置 $x = X_d$ に置いた検出器で検出することを考えると、十分早い時刻 $t \ll m/\Delta^2$ では波束の幅は一定と見なしてよいから、十分早い時刻 t から $t + dt$ の間にスピン上向き中性子を観測する確率は

$$P = \left(\cos^4 \frac{\omega_r d}{v_0} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v_0} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos \frac{2\omega d'}{v_0} \right) \frac{\Delta v_0 dt}{\sqrt{\pi}} \exp [-\Delta^2 (X_d - v_0 t)^2] \quad (4.35)$$

となり、 $t = X_d/v_0$ を中心に幅 $1/(\sqrt{2}v_0\Delta)$ で分布する。この幅が検出時間幅に対して小さければ、時刻 $t = X_d/v_0$ を含む検出時間幅でスピン上向き中性子を観測する確率は

$$\begin{aligned} I &= \left(\cos^4 \frac{\omega_r d}{v_0} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v_0} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos \frac{2\omega d'}{v_0} \right) \int dt \frac{\Delta v_0}{\sqrt{\pi}} \exp [-\Delta^2 (X_d - v_0 t)^2] \\ &= \cos^4 \frac{\omega_r d}{v_0} + \sin^4 \frac{\omega_r d}{v_0} - \sin^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos^2 \frac{\omega_r d}{v_0} \cos \frac{2\omega d'}{v_0} \end{aligned} \quad (4.36)$$

となり、波束で考えたときの干渉パターンと平面波で考えたときの干渉パターンは一致する。

4.2.2 バックグラウンド

干渉を見る波長領域の中にミラーで反射されていない中性子が混ざっていたとすると、その分干渉波の振動中心は粒子数の多い方にずれ、観測確率として見たときの干渉波の振幅は小さくなることが予想される。

■形 バックグラウンドの分布としてどのような形を仮定するべきか検討を行う。次の図 4.19 はスピンフリッパーを OFF にしたときの規格化粒子数の波長分布である。0 Å 付近に高速中性子の立ち上がりが、3.2 Å 付近に反射中性子のピークが見える。そしてその間 1 Å 付近にもピークが確認できる。図 4.20 はミラーを置かずに測定を行ったときの検出粒子数の波長分布であり、1 Å 付近のピークは KUANS からの熱中性子のピークである。すなわち図 4.19 の 1 Å 付近のピークはミラーで反射されずに検出された熱中性子の一部であると考えられる。

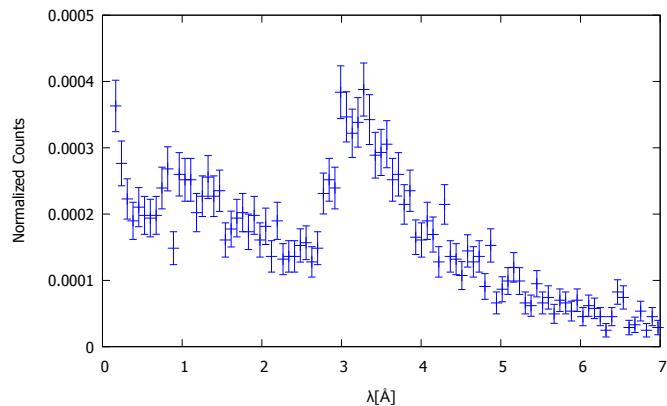


図 4.19: フリッパー OFF 時の規格化粒子数波長分布 (${}^3\text{He}$ 比例計数管による測定)

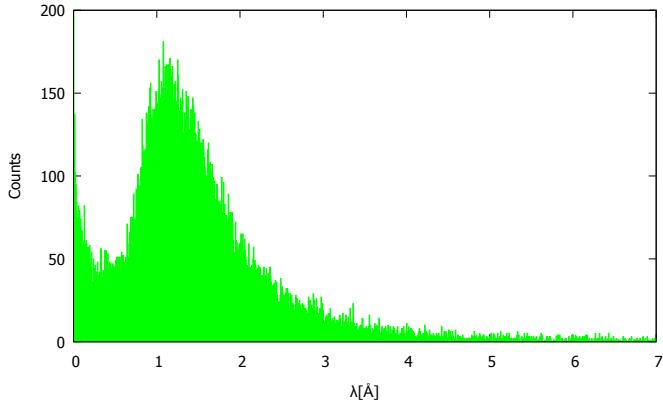


図 4.20: ミラーを置かずに測定した粒子数波長分布 (RPMT 検出器による測定)

次の図 4.21 はスピンフリッパー OFF 時に検出器の y 座標を、図 4.19 の測定位置を $y = 0$ として、 $y = -18, -9, 0, +9, +18\text{mm}$ と動かしたときの規格化粒子数波長分布である。図 4.21 から $y = 0$ に近づくにつれ反射中性子のピークが大きくなっていることがわかるが、 5.5\AA 以上の長波長における分布は検出器の位置を動かしてもほとんど一定である。すなわち 5.5\AA 以上の長波長においても消えない一定数のバックグラウンドが存在する。

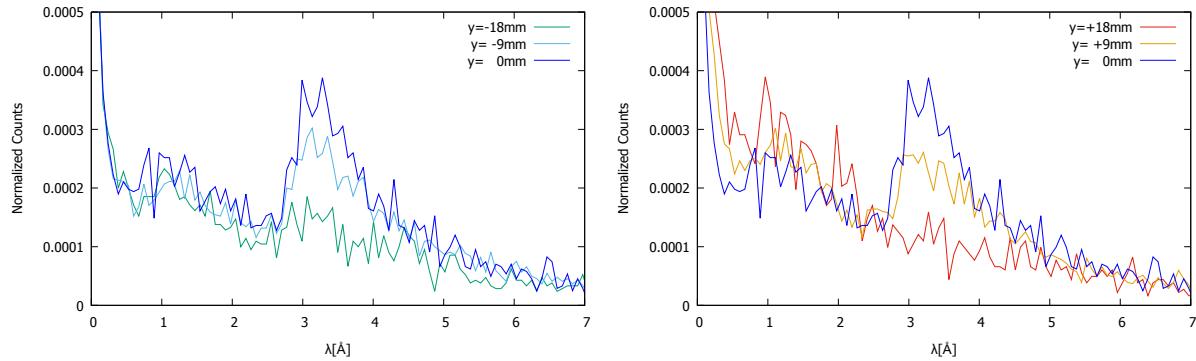


図 4.21: 検出器の位置を動かしたときの規格化粒子数

以上からバックグラウンドとしてあるピークを持ち長波長で消えないものを取りたい。そこで最もシンプルにガウシアンに定数項のついた $a \exp(-(x - b)^2/2c^2) + d$ の形を採用する。なおもともとの熱中性子は Maxwell 分布に従うが、バックグラウンドとして検出されたものは壁などで反射された成分などを含み元の分布とは異なると考えられるため、シンプルな形を採用した。図 4.19 を反射成分を除く $0.5\text{-}2.5$ と $5.5\text{-}7\text{\AA}$ の範囲でフィッティングした結果を図 4.22 に表し、各パラメータの値を表 4.8 に示す。

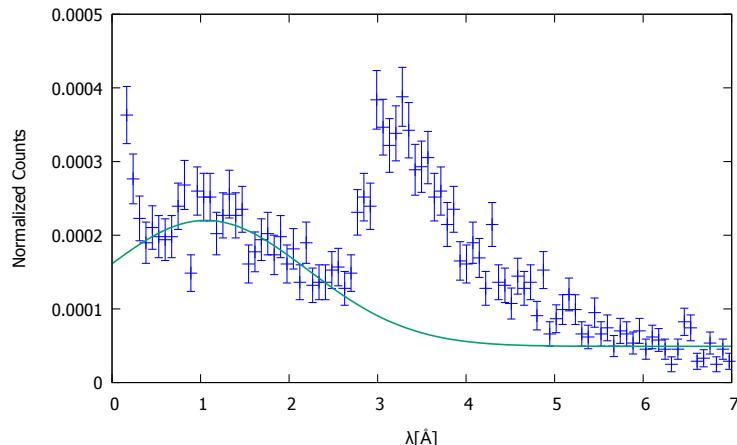


図 4.22: バックグラウンド

表 4.8: 各パラメータ

<i>a</i>	$1.7 \times 10^{-4} \pm 1 \times 10^{-5}$
<i>b</i>	1.1 ± 0.2
<i>c</i>	1.1 ± 0.2
<i>d</i>	$4.9 \times 10^{-5} \pm 4 \times 10^{-6}$

■結果 3.3 章と同様に次の手順でバックグラウンドを考慮した場合のスピン上向き中性子観測確率の干渉パターンとフィッティングパラメータ A, B, C, D を得た。

1. シフタコイル電流を変えていったときの規格化粒子数の波長分布(図 4.23)からバックグラウンドを取り除いた分布(図 4.24)を得た
2. 図 4.24 の分布において種々の中心波長 $\pm 0.07\text{Å}$ の波長領域に含まれる規格化粒子数を数え、シフタコイル電流を横軸とした干渉パターン(図 4.25)を得た
3. 干渉パターンを $-A' \cos(Bx + C) + D'$ でフィットした
4. フリッパー OFF 時の規格化粒子数からバックグラウンドを除いた分布から、それぞれの波長領域における干渉パターンの縦軸(規格化粒子数)をスピン上向き中性子の観測確率とするためのファクターを求めた
5. 図 4.25 を上で求めたファクターで割り、スピン上向き中性子の観測確率の干渉パターン(図 4.26)を得た
6. フィッティングパラメータ A', D' をファクターで割り、理論と比較可能なパラメータ A, B, C, D を得た(表 4.9)

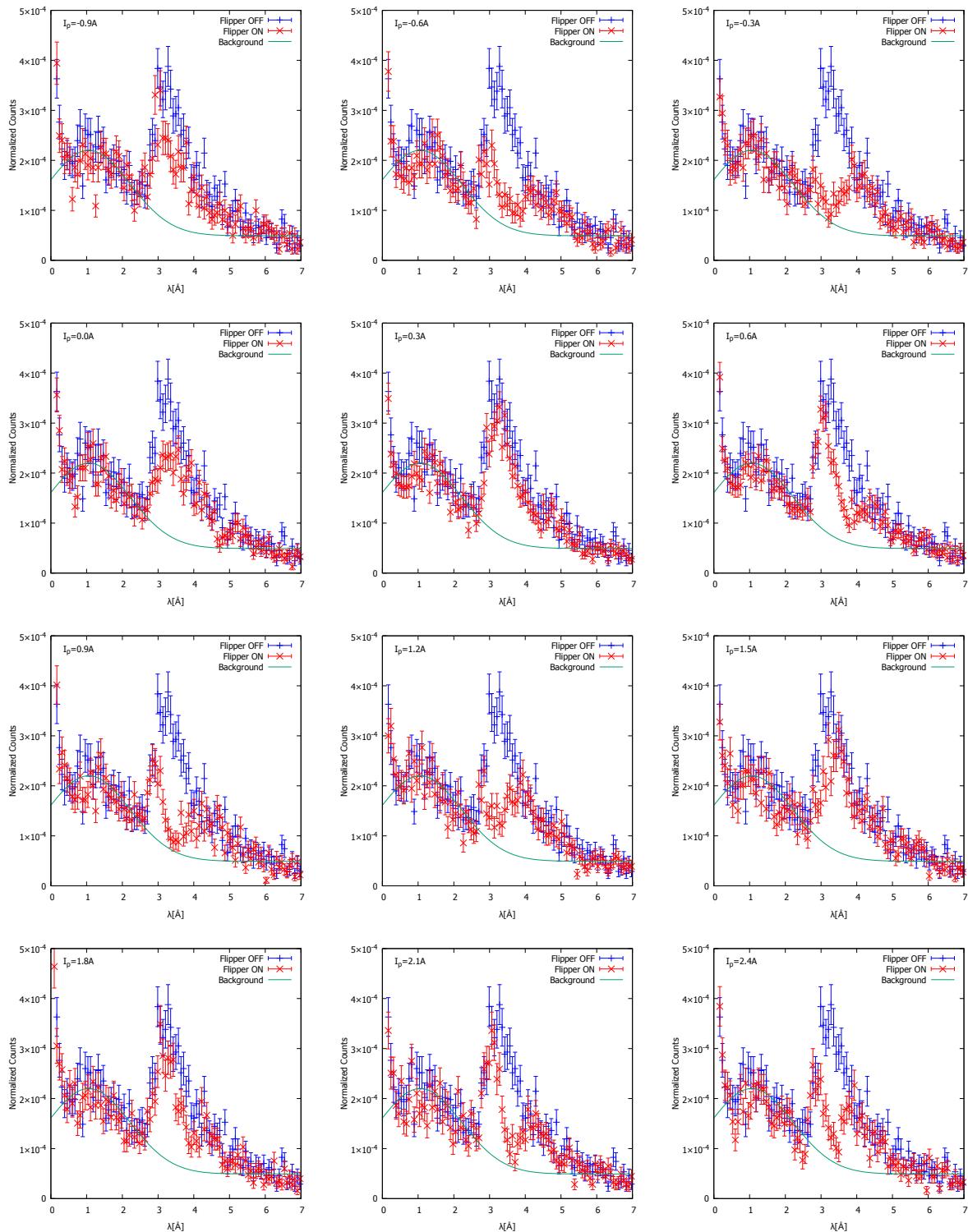


図 4.23: 規格化粒子数の波長分布 (バックグラウンドを引く前)

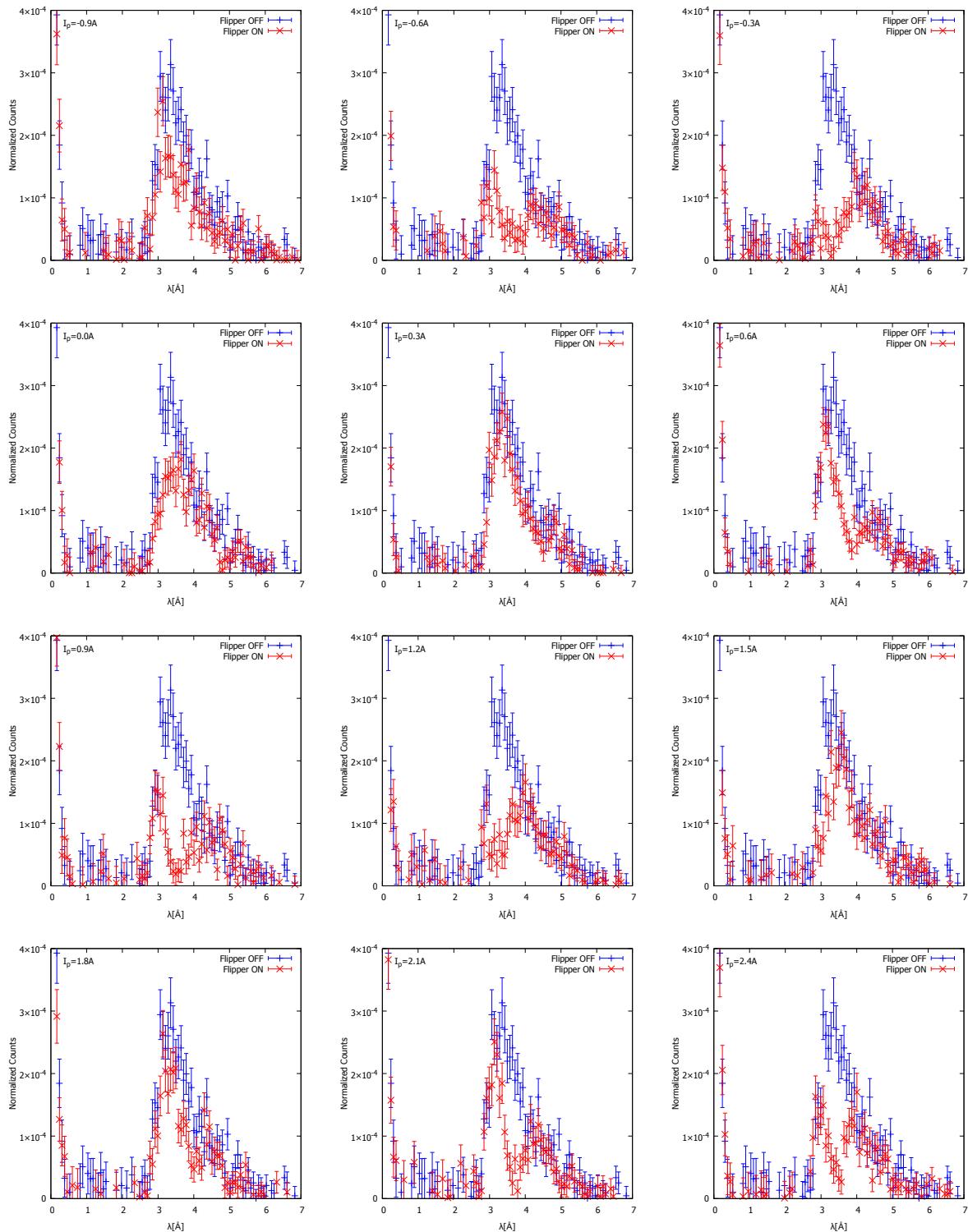


図 4.24: 規格化粒子数の波長分布(バックグラウンドを引いた後)

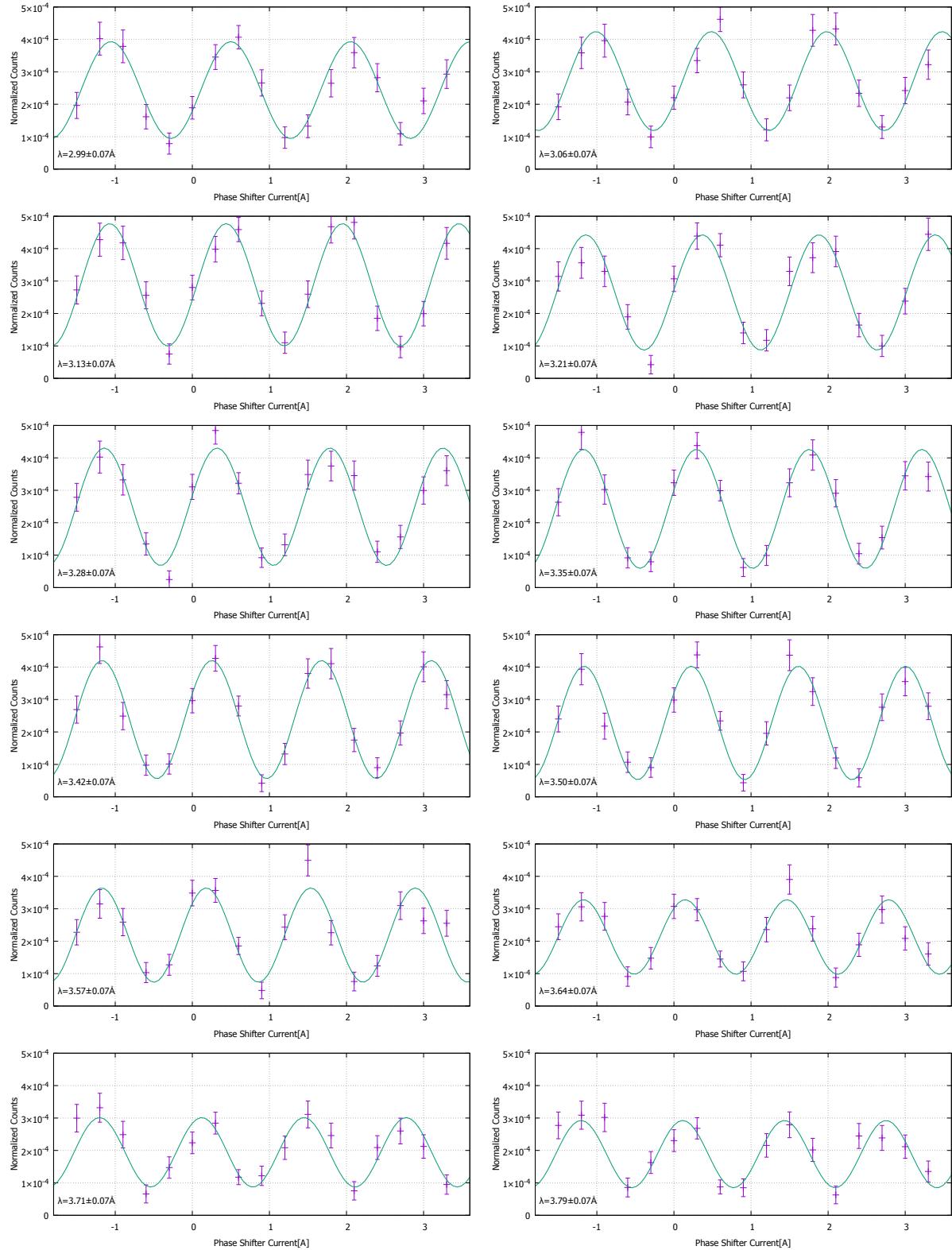


図 4.25: 規格化粒子数の干渉パターン

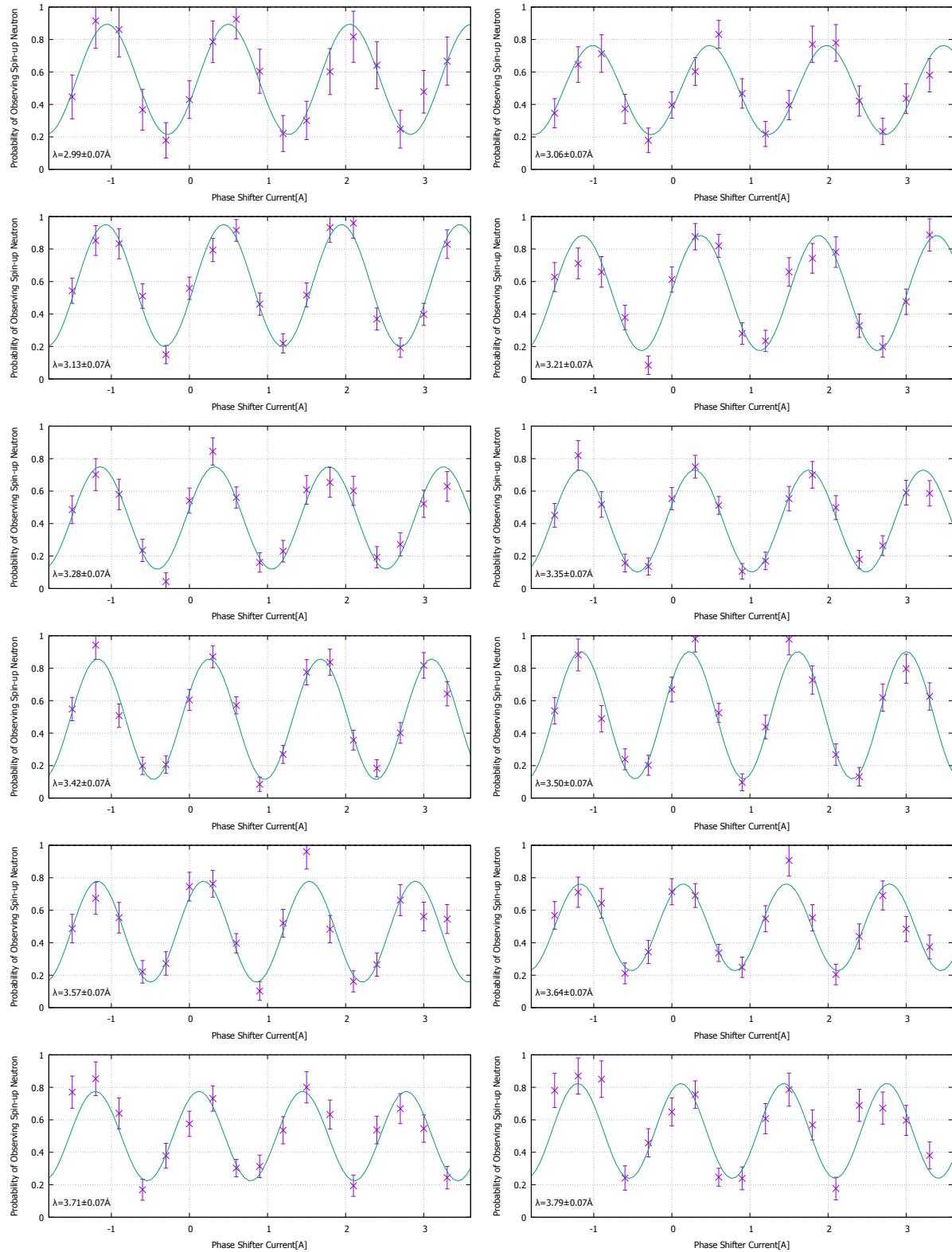


図 4.26: スピン上向き中性子観測確率の干渉パターン

表 4.9: 各中心波長 λ に対するパラメータ A, B, C, D と reduced χ^2

$\lambda [\text{\AA}]$	A	B	C	D	reduced χ^2
2.92	0.36 ± 0.07	3.84 ± 0.07	0.92 ± 0.13	0.76 ± 0.12	0.78
2.99	0.34 ± 0.05	4.04 ± 0.05	1.13 ± 0.09	0.55 ± 0.07	0.80
3.06	0.27 ± 0.03	4.20 ± 0.05	1.11 ± 0.09	0.49 ± 0.05	0.75
3.13	0.38 ± 0.05	4.16 ± 0.04	1.32 ± 0.07	0.58 ± 0.06	0.66
3.21	0.36 ± 0.05	4.16 ± 0.06	1.61 ± 0.10	0.53 ± 0.06	1.26
3.28	0.32 ± 0.04	4.29 ± 0.06	1.76 ± 0.10	0.43 ± 0.05	1.33
3.35	0.31 ± 0.03	4.29 ± 0.04	1.89 ± 0.06	0.42 ± 0.04	0.58
3.42	0.37 ± 0.04	4.41 ± 0.04	2.03 ± 0.06	0.49 ± 0.05	0.58
3.50	0.39 ± 0.05	4.52 ± 0.04	2.13 ± 0.07	0.51 ± 0.06	0.80
3.57	0.31 ± 0.05	4.63 ± 0.07	2.31 ± 0.11	0.47 ± 0.05	1.39
3.64	0.27 ± 0.04	4.76 ± 0.06	2.45 ± 0.10	0.49 ± 0.06	0.70
3.71	0.28 ± 0.05	4.74 ± 0.09	2.56 ± 0.15	0.50 ± 0.06	1.30
3.79	0.29 ± 0.05	4.76 ± 0.11	2.60 ± 0.17	0.53 ± 0.07	1.64
3.86	0.23 ± 0.04	5.06 ± 0.10	2.89 ± 0.16	0.57 ± 0.08	0.84
3.93	0.29 ± 0.07	5.02 ± 0.13	3.44 ± 0.22	0.65 ± 0.10	1.72
4.00	0.32 ± 0.07	5.13 ± 0.08	3.12 ± 0.14	0.87 ± 0.15	0.48

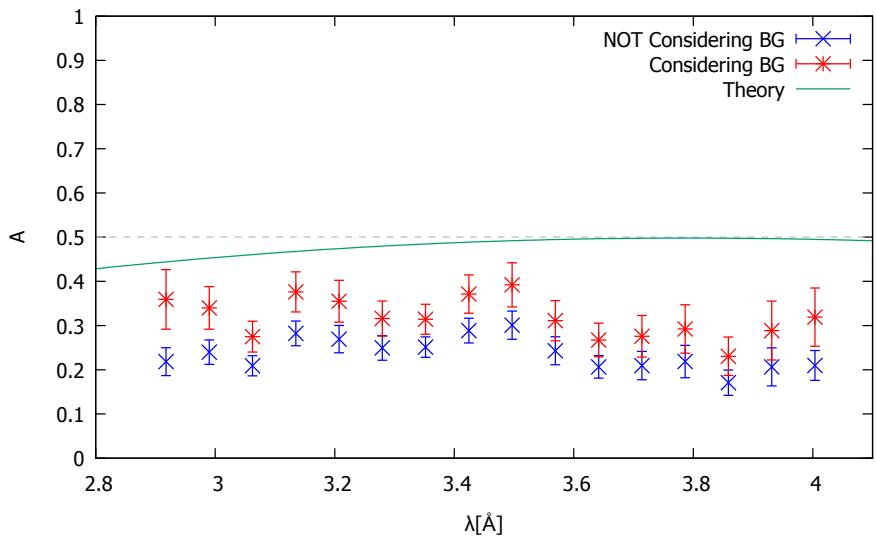
■解説・考察 バックグラウンドを考慮することによって各パラメータはどのように変わり変わらなかつたのか分析を行い、その理由を考察する。表 4.10 にパラメータ A, B, C, D のバックグラウンド考慮前、考慮後の実験値と理論値をそれぞれ示し、その結果を図 4.27 に表す。表 4.10 と図 4.27 から次のことが考察できる。

- パラメータ B, C は位相に関係した量であるからバックグラウンドによる影響はほぼなく、バックグラウンドを考慮する前と後で有効数字の範囲では誤差も含めて全く変化しない。したがって実験値と理論値はよく一致したまま保たれる。
- パラメータ D は波の水深に関係する量であるからバックグラウンドの影響を受ける。バックグラウンドを考慮すると全体に小さくなる方へシフトし、 $3.0\text{-}3.8\text{\AA}$ の領域では実験値と理論値はよく一致する。領域の外では実験値が理論値よりも上へとずれてゆく。これは波長 3\AA 以下や 4\AA 以上では反射中性子の数が少なくなるため、下で述べるような粒子数を変化させる他の要因に強く影響されるためと考えられる。
- パラメータ A も D と同じく波の水深に関係する量であるからバックグラウンドの影響を受ける。バックグラウンドを考慮すると、理論で予想されるまでには届かないものの、全体に上へシフトする。パラメータ A は位相の影響も受け、 $\pm 0.07\text{\AA}$ の波長領域で積分すると理論値は最大 4% 程度小さくなることを考慮すれば、理論値と実験値はさらに近づく。このようにパラメータ A は様々な影響を複合的に受けるための原因をつきとめるのは困難であるが、次に述べるような粒子数を変化させる他の要因にも大きく影響されると考えられる。
- 粒子数を変化させる他の要因としては、不均一磁場による軌道の変化や、空気によるスピンの反転、地磁気などの外部磁場によるスピンの反転などが考えられるが定量的な議論は難しい。

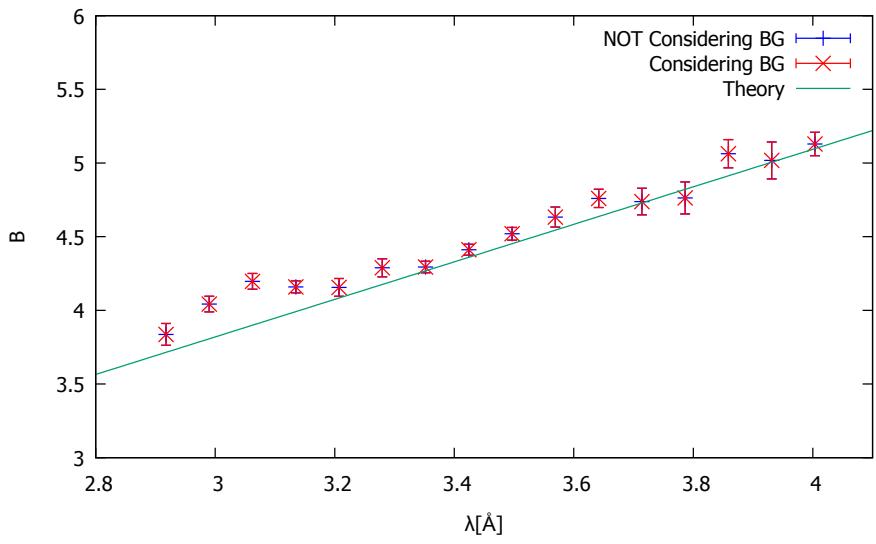
表 4.10: バックグラウンド考慮前後における実験値と理論値

(a) A				(b) B			
$\lambda [\text{\AA}]$	BG 考慮前	BG 考慮後	理論値	$\lambda [\text{\AA}]$	BG 考慮前	BG 考慮後	理論値
2.92	0.21±0.03	0.36±0.07	0.44	2.92	3.84±0.07	3.84±0.07	3.71
2.99	0.24 ± 0.03	0.34 ± 0.05	0.45	2.99	4.04 ± 0.05	4.04 ± 0.05	3.81
3.06	0.21 ± 0.02	0.27 ± 0.03	0.46	3.06	4.20 ± 0.05	4.20 ± 0.05	3.90
3.13	0.28 ± 0.03	0.38 ± 0.05	0.47	3.13	4.16 ± 0.04	4.16 ± 0.04	3.99
3.21	0.27 ± 0.03	0.36 ± 0.05	0.47	3.21	4.16 ± 0.06	4.16 ± 0.06	4.08
3.28	0.25 ± 0.03	0.32 ± 0.04	0.48	3.28	4.29 ± 0.06	4.29 ± 0.06	4.18
3.35	0.25 ± 0.02	0.31 ± 0.03	0.48	3.35	4.29 ± 0.04	4.29 ± 0.04	4.27
3.42	0.29 ± 0.03	0.37 ± 0.04	0.49	3.42	4.41 ± 0.04	4.41 ± 0.04	4.36
3.50	0.30 ± 0.03	0.39 ± 0.05	0.49	3.50	4.52 ± 0.04	4.52 ± 0.04	4.45
3.57	0.24 ± 0.03	0.31 ± 0.05	0.49	3.57	4.63 ± 0.07	4.63 ± 0.07	4.54
3.64	0.21 ± 0.03	0.27 ± 0.04	0.50	3.64	4.76 ± 0.06	4.76 ± 0.06	4.64
3.71	0.21 ± 0.03	0.28 ± 0.05	0.50	3.71	4.74 ± 0.09	4.74 ± 0.09	4.73
3.79	0.22 ± 0.04	0.29 ± 0.05	0.50	3.79	4.76 ± 0.11	4.76 ± 0.11	4.82
3.86	0.17 ± 0.03	0.23 ± 0.04	0.50	3.86	5.06 ± 0.10	5.06 ± 0.10	4.91
3.93	0.21 ± 0.04	0.29 ± 0.07	0.50	3.93	5.02 ± 0.13	5.02 ± 0.13	5.01
4.00	0.21 ± 0.03	0.32 ± 0.07	0.50	4.00	5.13 ± 0.08	5.13 ± 0.08	5.10

(c) C				(d) D			
$\lambda [\text{\AA}]$	BG 考慮前	BG 考慮後	理論値	$\lambda [\text{\AA}]$	BG 考慮前	BG 考慮後	理論値
2.92	0.92±0.13	0.92±0.13	0.71	2.92	0.85±0.08	0.76±0.12	0.55
2.99	1.13 ± 0.09	1.13 ± 0.09	0.89	2.99	0.69 ± 0.06	0.55 ± 0.07	0.54
3.06	1.11 ± 0.09	1.11 ± 0.09	1.07	3.06	0.61 ± 0.05	0.49 ± 0.05	0.54
3.13	1.32 ± 0.07	1.32 ± 0.07	1.25	3.13	0.68 ± 0.05	0.58 ± 0.06	0.53
3.21	1.61 ± 0.10	1.61 ± 0.10	1.43	3.21	0.64 ± 0.05	0.53 ± 0.06	0.52
3.28	1.76 ± 0.10	1.76 ± 0.10	1.61	3.28	0.55 ± 0.04	0.43 ± 0.05	0.52
3.35	1.89 ± 0.06	1.89 ± 0.06	1.80	3.35	0.53 ± 0.04	0.42 ± 0.04	0.51
3.42	2.03 ± 0.06	2.03 ± 0.06	1.98	3.42	0.60 ± 0.05	0.49 ± 0.05	0.51
3.50	2.13 ± 0.07	2.13 ± 0.07	2.17	3.50	0.62 ± 0.05	0.51 ± 0.06	0.50
3.57	2.31 ± 0.11	2.31 ± 0.11	2.35	3.57	0.58 ± 0.05	0.47 ± 0.05	0.50
3.64	2.45 ± 0.10	2.45 ± 0.10	2.54	3.64	0.61 ± 0.05	0.49 ± 0.06	0.50
3.71	2.56 ± 0.15	2.56 ± 0.15	2.72	3.71	0.62 ± 0.06	0.50 ± 0.06	0.50
3.79	2.60 ± 0.17	2.60 ± 0.17	2.91	3.79	0.65 ± 0.06	0.53 ± 0.07	0.50
3.86	2.89 ± 0.16	2.89 ± 0.16	3.10	3.86	0.68 ± 0.07	0.57 ± 0.08	0.50
3.93	3.44 ± 0.22	3.44 ± 0.22	3.29	3.93	0.75 ± 0.08	0.65 ± 0.10	0.50
4.00	3.12 ± 0.14	3.12 ± 0.14	3.48	4.00	0.92 ± 0.10	0.87 ± 0.15	0.50

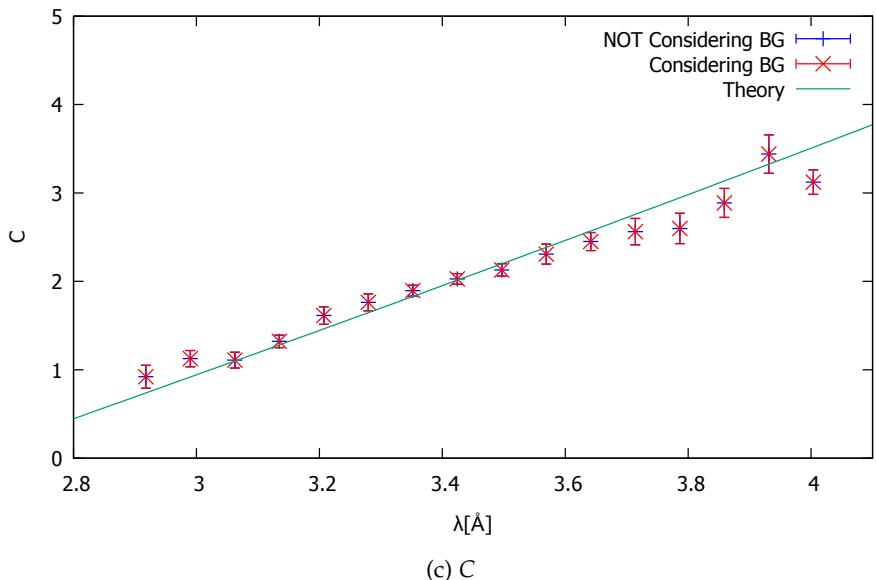


(a) A

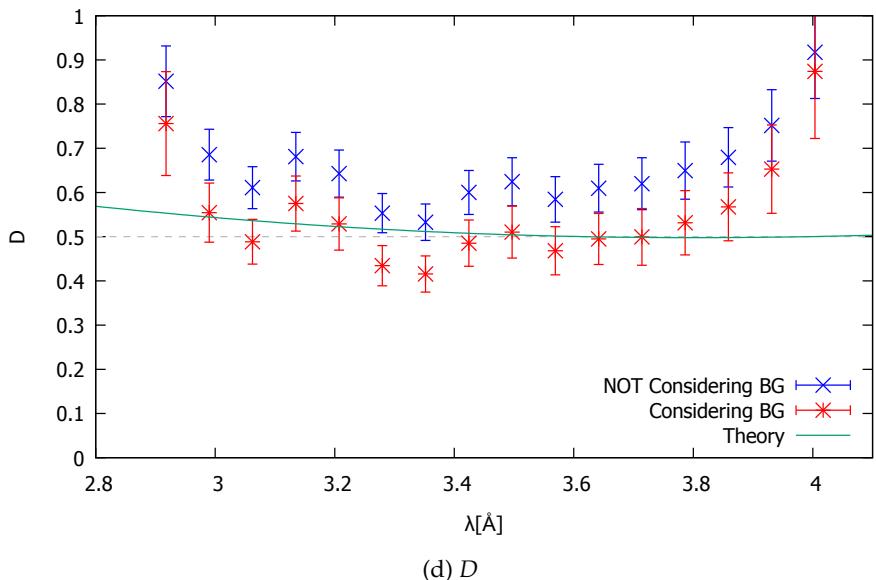


(b) B

図 4.27: バックグラウンド考慮前後における実験値の比較



(c) C



(d) D

図 4.27: バックグラウンド考慮前後における実験値の比較

■波の合成 バックグラウンドを考慮したときの波としての実験値と理論値を図 4.28 に表す。

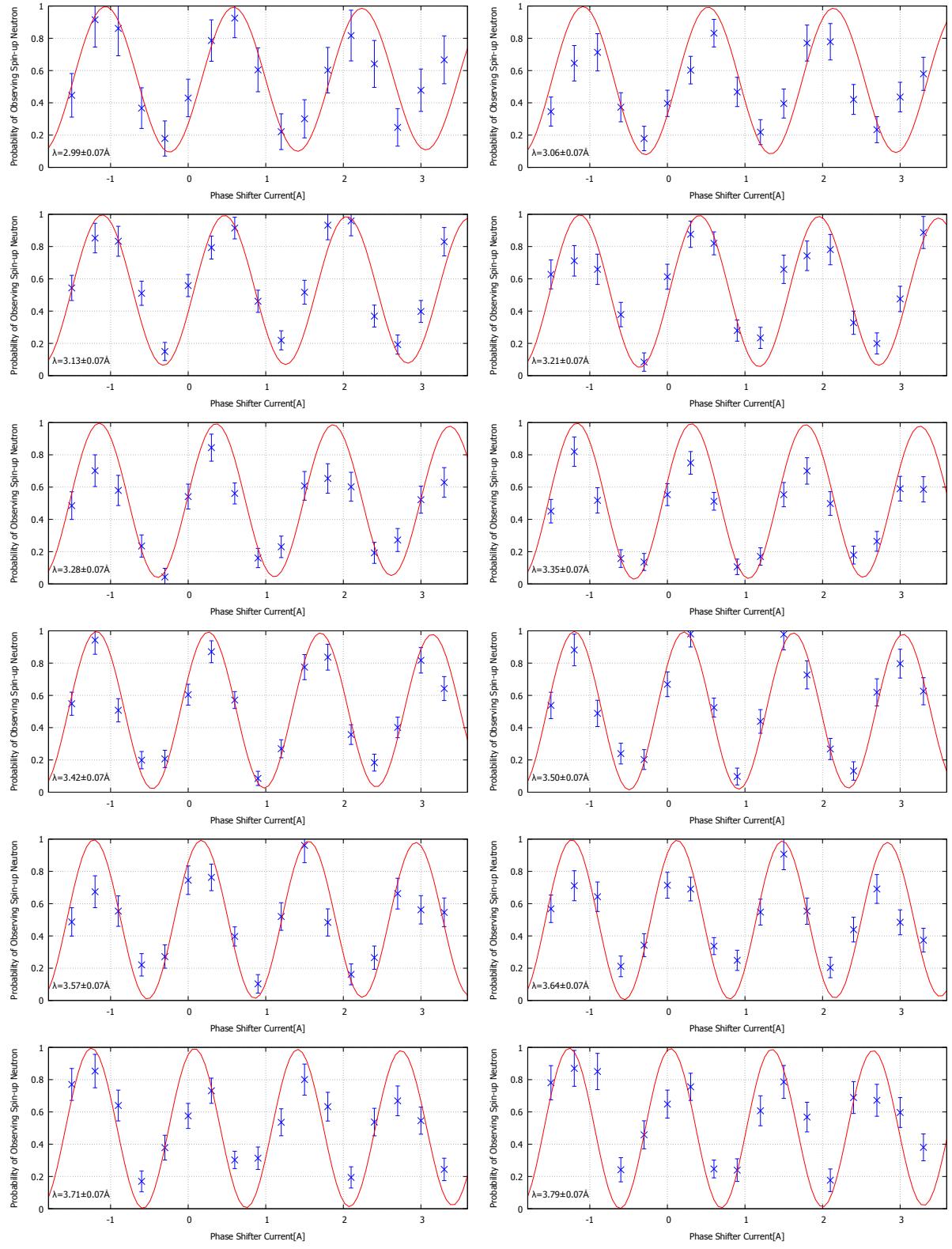


図 4.28: 干渉パターンのバックグラウンドを考慮した実験値と理論値

4.2.3 まとめ

この章では波の水深に関係した 2 つのパラメータ A, D の実験結果を理論的に説明するべく、スピンフリー パー間の距離による効果とバックグラウンドによる影響の 2 つの仮説を立てた。前者はパラメータ C の実験結果に矛盾するという理由から棄却され、後者は全ての実験結果をよく説明した。

最後に、干渉波のうなりに関する美しい結果を紹介する。これまで分解した要素と理論値を対応させるために狭い波長領域しか考えることができなかった。しかし波を波として捉えればどんな波長領域でも扱うことができる。中心波長 $\lambda = 3.42\text{\AA}$ に対して領域 $\pm 0.07, \pm 0.14, \pm 0.22, \pm 0.29, \pm 0.36, \pm 0.43, \pm 0.51\text{\AA}$ を取ったときの実験値と理論値は次の図 4.29 のようになる。波長領域を広げることで位相のずれが大きくなり、干渉のうなりが生じる様子が実験値からはっきりと見て取れる。狭い波長領域でみたときに実験値と理論値はよく一致していたことから、広い波長領域でみても実験値と理論値は当然よく一致すべきではあるが、うなりによる振幅の変動を理論が精度よく予測している様子は非常に美しい。

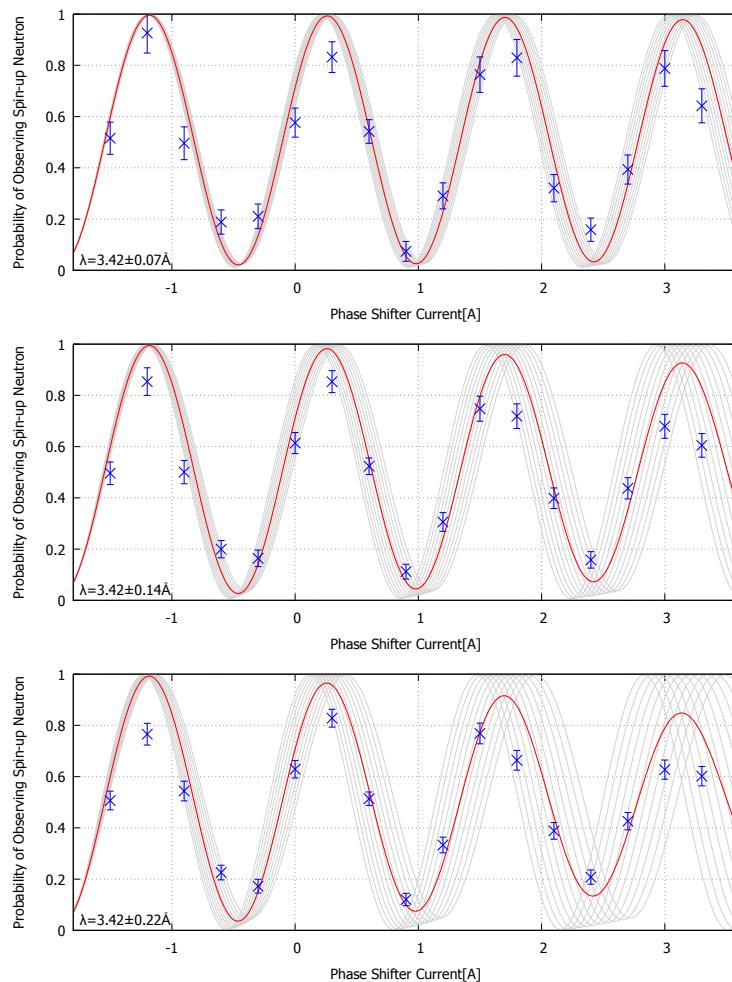


図 4.29: 広い波長領域における実験値と理論値

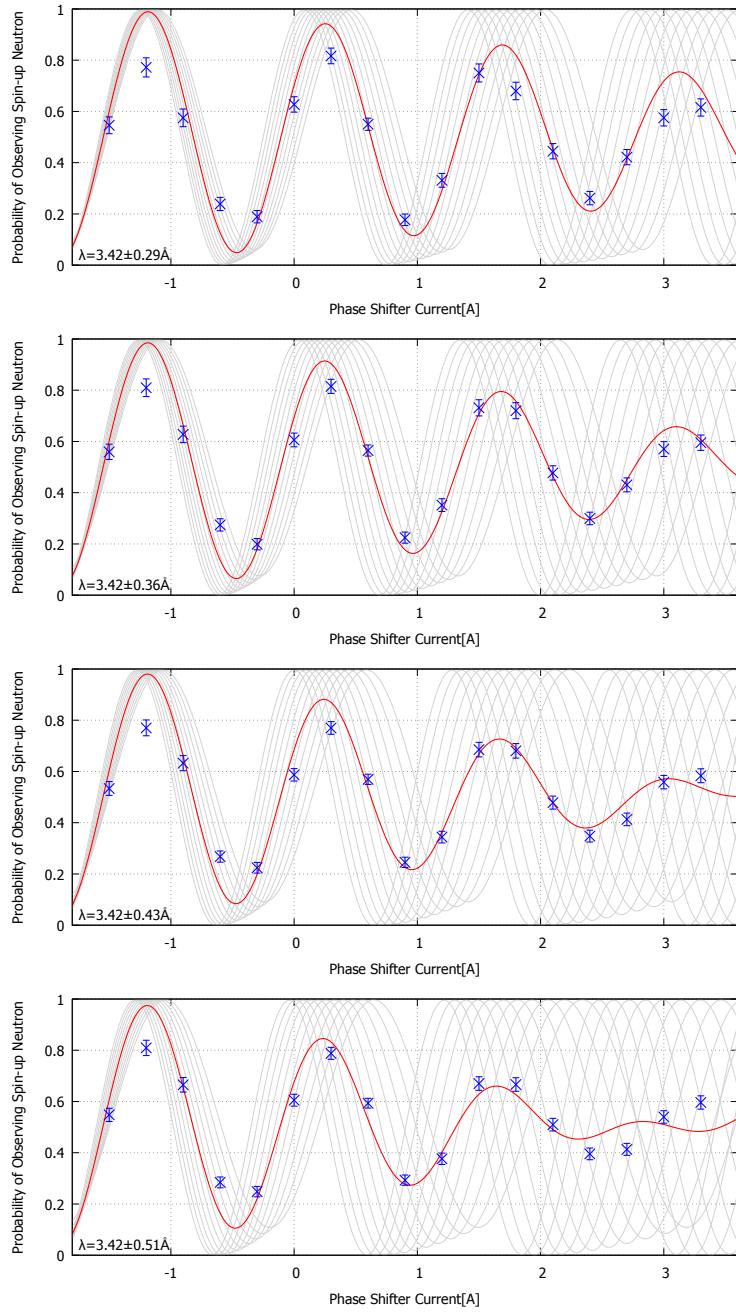


図 4.29: 広い波長領域における実験値と理論値

第 5 章

結論

5.1 まとめ

- ♣ 当初の目的である中性子のスピン状態の重ね合わせによる干渉を観測することが出来た。
- ♣ 振動数 B :干渉において重要なパラメータであり、高い精度で理論の予測と実験結果が一致した。
- ♣ 位相 C :共鳴からのずれを考慮することによって定量的に説明出来た。
- ♣ オフセット D :共鳴からのずれ、バックグラウンドを考慮すれば、理論と実験結果のずれは定性的に理解が可能である。
- ♣ 振幅 A :共鳴からのずれ、バックグラウンドを考慮すれば、理論と実験結果のずれは理解が可能な範囲である。しかし、依然として以下の課題及び考慮していない事柄が存在する。

■課題 ♣ オフセット D 、振幅 A の理論と実験結果のずれを定量的に説明すること。

■考慮していない事柄

1. 中性子のスピンが空気によって反転すること
2. 不均一磁場によって中性子が力を受けすこと

謝辞

この研究を卒業論文として形にすることが出来たのは、担当して頂いた成木恵さんの熱心な御指導や、田崎誠司さん、広瀬昌憲さん、關義親さん、金築俊輔さん、足利沙希子さんの惜しみない御協力と、理論ゼミの議論を通じて多くの知識や示唆を頂いた菅沼秀夫さん、中川裕也さん、国広悌二さんのおかげです。御協力していただいた皆様へ心から感謝の気持ちと御礼を申し上げたく、謝辞にかえさせていただきます。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa, N. Iwamoto, A. Ichihara, S. Kunieda, S. Chiba, K. Furutaka, N. Otuka, T. Ohsawa, T. Murata, H. Matsunobu, A. Zukeran, S. Kamada, and J. Katakura. Jendl-4.0: A new library for nuclear science and engineering. *J. Nucl. Sci. Technol.*, Vol. 48(1), pp. 1–30, 2011.
- [2] 阿知波紀郎. 中性子スピニ光学. 九州大学出版会, 2003.
- [3] 山下優. 小型中性子源における中性子反射率計の開発. Master's thesis, 京都大学大学院工学研究科, 2015.