P3 光子と物質の相互作用断面積の測定と原子番号依存 性の評価

川田 祐季, 坂見 耕輔, 関屋 涼平, 林 大寿, 堀 敬一朗

平成30年4月1日

目 次

1	実騎	〕目的	2
2	予備	情実験	3
	2.1	⁶⁰ Co 線源の校正	3
	2.2	コンプトン散乱 エネルギーキャリブレーション	3
		2.2.1 測定方法	3
		2.2.2 測定結果	3
		2.2.3 解析	4
	2.3	対生成 エネルギーキャリブレーション	5
	2.4	検出効率	5
3	コン	プトン散乱 理論	8
4	コン	アプトン散乱 実験	9
	4.1	実験原理	9
	4.2	実験手順	10
	4.3	準備	10
	4.4	モジュール説明	10
	4.5	回路図	11
	4.6	実験の流れ....................................	11
	4.7	ガンマ線の収量..................................	13
	4.8	解析手順	14
5	コン	プトン散乱 結果と解析	15
	5.1	実験結果	15
	5.2	解析方法	16
		5.2.1 測定時間の一致方法	16
		5.2.2 ヒストグラムの引き算結果	17
		5.2.3 Fitting と収量の評価	18
	5.3	 微分断面積の算出	19

		5.3.1 パラメータの値と誤差	19
		5.3.2 計測時間	20
		5.3.3 微分断面積の算出結果	21
	5.4	考察	21
		5.4.1 (i) 原子番号依存性の評価と微分断面積の誤差	21
		5.4.2 (ii) 90° 散乱散乱以外の角度においてピークが確認できなかったことについて	22
		5.4.3 (iii) セットアップの見直し	23
	5.5	結論	23
6	対生		24
	6.1	対生成 原理	24
	6.2	ポジトロニウムの崩壊	24
	6.3	2γ 崩壊の力学	24
7	対生		25
	7.1	実験 概要	25
	7.2	実験手順	25
	7.3	対生成の断面積の導出	27
8	対生	∈成 結果と解析 :	30
9	対生	こ成 解析と結果 おおおお おおお おおお おおお おおお おおお おおお おおお おおお	30
	9.1	結果	30
	9.2	解析	41
		9.2.1 解析手順	41
		9.2.2 解析結果	47
	9.3	考察	50
	9.4	まとめ	54

1 実験目的

ガンマ線と物質の相互作用であるコンプトン散乱,電子陽電子対生成を測定し、微分断面積を求め、その物質の原子番号依存性を調べる。

2 予備実験

このセクションでは本実験のための予備実験について説明する。三つの予備実験があり、未校正の⁶⁰Co線源の校正と ADC channel のエネルギーキャリブレーション、NaI 検出器の検出効率の 測定である。

2.1⁶⁰Co線源の校正

2.2 コンプトン散乱 エネルギーキャリブレーション

ここでは、ADC チャンネルをエネルギーに変換するエネルギーキャリブレーションについて 述べる。コンプトン散乱と対生成では測定日時が異なるため、それぞれでキャリブレーションを 行うことにした。ここではコンプトン散乱におけるエネルギーキャリブレーションについて記述 する。

2.2.1 測定方法

キャリブレーションをするためには、予めエネルギーが分かっている放射線源を用いる必要が ある。ここでは、放射線源として、Co60、Cs137、Na22を用いた。測定では、後述するコンプト ン散乱の実験における回路のまま、NaI 検出器を縦向きにし、近くに各線源を置いてガンマ線を観 測した。

2.2.2 測定結果

それぞれの放射線源で測定して得られたヒストグラムを次に示す。尚、それぞれのヒストグラムは0から 4095 を 256 分割して表示させてある。いずれも横軸が ADC の値、縦がカウント数である。



図 1: 各放射線源から得られるヒストグラム

左から順に、Co60、Na22、Cs137 のヒストグラムである。Co60 で見える 2 つのピークは、それぞれ 1173keV と 1333keV のガンマ線の全吸収ピークであり、Cs137 で見えているピークは 662keV のガンマ線の全吸収ピークに相当する。Na22 の右側のピークは 1275keV のガンマ線のピークであるが、左に見えるものは、Na22 が β⁺ 崩壊で放出された陽電子が他の物質中の電子と電子陽電子対生成をすることで生成された 511keV のガンマ線によるピークである。以下、この 5 点を用いて キャリブレーションを行う。

2.2.3 解析

得られたピークに対して Fitting を行い、その平均値を ADC の値として採用する。Fitting に 用いた関数は $f(x) = p_0 x + p_1 + p_2 \exp\left(-\frac{(x-p_3)^2}{2p_4^2}\right)$ である。 $p_i(i = 0, 1, 2, 3, 4)$ は Fitting パラメー タであり、ピークの平均値は p_3 に対応している。



図 2: 全吸収ピークの Fitting

Fitting によって得られた p3 の値とその誤差をまとめると、次の表のようになった。

エネルギー (keV)	p_3 の値	誤差
1333	2166.00	1.62
1275	2075.66	1.40
1173	1948.58	1.47
662	1185.76	0.28
511	944.84	0.52

表 1: 各ピークの p₃(Gaussian 平均値) と誤差

これらの結果をもとにグラフを書き、直線で近似する。具体的には、a, bをパラメータとして f(x) = a(x - b)という関数で誤差も含めて Fitting する。その結果

> $a = 6.727 \times 10^{-1} \pm 6.017 \times 10^{-4}$ $b = 1.973 \times 10^2 \pm 0.930$

という結果が得られた。コンプトン散乱の実験においてはキャリブレーションとしてこの値を用いて ADC の値からエネルギーの値へ変換する。



図 3: ADC 値とエネルギーの関係の Fitting

2.3 対生成 エネルギーキャリブレーション

2.4 検出効率

ここでは NaI 1,2 の検出効率を測定する。この実験では検出効率を NaI に入射したガンマ線の うち、全吸収ピークとして検出されたイベント数の割合と定義する。検出効率は入射するガンマ線 のエネルギーや NaI の形状、光電子増倍管の個体差、線源と検出器の配置など様々な要因がから む。今回の測定では検出効率のエネルギー依存性を求める。NaI で検出される全吸収ピークのイベ ント数を $N_{\rm ev}$ 、線源の強度をI、検出効率を ε 、線源から検出器を見込む立体角を Ω 、測定時間をTとすると次の式が成り立つ。

$$N_{\rm ev} = I\varepsilon T$$

よって、異なるエネルギーのガンマ線を出す線源のエネルギースペクトルを測定し N_{ev} を求め、 検出効率とエネルギーの関係を見る。用いた線源は ¹³⁷Cs と ⁶⁰Co の密封線源である。¹³⁷Cs のガ ンマ線は 0.662 keV であり、⁶⁰Co のガンマ線は 1.173 keV と 1.333 MeV の二本である。今回は次 のような配置 (図 4) で検出効率を測定する。



図 4: NaI 検出器と線源の位置関係

NaI 1 によって得られたエネルギースペクトルは図 5,6 のようになった。また、NaI 2 によって 得られたエネルギースペクトルは図 7,8 のようになった。



⊠ 5: DE Cs NaI1

 \boxtimes 6: DE Co NaI1



⊠ 7: DE Cs NaI2

図 8: DE Co NaI2

¹³⁷Csのヒストグラムについては全吸収ピークをガウシアンで fitting し、⁶⁰Coのヒストグラム については二本の全吸収ピークをまとめて二つのガウシアンと一次関数の和で fitting した。それ ぞれのガンマ線のエネルギーに対応するガウシアンの面積から全吸収されたイベント数を求めた。 異なるガンマ線のエネルギーに対する検出数 $N_{\rm ev}$ と検出効率 ε は NaI 1,2 においてそれぞれ表 2,3 のようになった。

エネルギー [MeV]	検出数 [個]	検出効率	エネルギー [MeV]	検出数 [個]	検出効率
0.662	1928 ± 62	0.165 ± 0.005	0.662	2766 ± 54	0.170 ± 0.003
1.173	462 ± 27	0.082 ± 0.005	1.173	657 ± 39	0.099 ± 0.006
1.333	412 ± 26	0.073 ± 0.004	1.333	547 ± 29	0.082 ± 0.004

表 2: NaI1 におけるエネルギーと検出数から得ら 表 3: NaI2 におけるエネルギーと検出数から得ら れた検出効率 れた検出効率

得られたエネルギー E と検出効率 ε の関係を次の関数で fitting するとそれぞれの NaI に対して 図 9,10 のようになった。

 $\varepsilon = p_0 E^{p_1}$

fitting した結果、NaI 1,2 の検出効率を表す曲線 $\varepsilon_1(E), \varepsilon_2(E)$ はそれぞれ次のように求まる。

$$\varepsilon_{1}(E) = p_{0}E^{p_{1}} \begin{pmatrix} p_{0} = 0.101 \pm 0.003 \\ p_{1} = -1.19 \pm 0.09 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} p_{0} = 0.101 \pm 0.003 \\ p_{1} = -1.19 \pm 0.09 \end{pmatrix}$$
$$\varepsilon_{2}(E) = p_{0}E^{p_{1}} \begin{pmatrix} p_{0} = 0.112 \pm 0.003 \\ p_{1} = -1.01 \pm 0.07 \end{pmatrix}$$

本実験では NaI を用いたガンマ線の検出において使う検出効率はこの式を使って求めたものを 使う。



図 9: NaI1 における検出効率とエネルギーの関係 図 10: NaI2 における検出効率とエネルギーの関係

3 コンプトン散乱 理論

4 コンプトン散乱 実験

4.1 実験原理

コンプトン散乱されたガンマ線を NaI シンチレーターで観測する。コンプトン散乱の場合、散 乱後のガンマ線のエネルギーはその散乱角に依存する。

その関係式は以下の式

$$E' = \frac{E}{\frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) + 1}$$
(1)

 $\left(egin{array}{ccccc} m_{
m e} & : & 電子の質量 \ heta & : & ガンマ線の散乱角 \ E & : & 散乱前のガンマ線のエネルギー \ E' & : 散乱後のガンマ線のエネルギー \end{array}
ight)$

で表される。

コンプトン散乱された粒子のみを測定するために角度ごとに散乱された粒子のみをカウントす る。そのために、ガンマ線源から出たガンマ線のエネルギーピークと、散乱角に対応して得られる 一つの散乱ピークの位置を計算して、そこに入る粒子数をカウントする。

今回の実験では、収量を上げるためにターゲットの形状を工夫した。

それぞれのターゲット物質の円環の輪切りを用意し、それを半円状に切る。片端に Nal を固定 し半円環の内部にガンマ線源を固定する。ノイズを減らすため、ガンマ線源から直接 Nal にガン マ線が入らないようにそれらの間に鉛の遮蔽を置く。

ガンマ線源から出たガンマ線がターゲットで一回散乱されて NaI に入ると、その時の散乱角度 は円周角の定理より常に一定となっている。



図 11: セットアップ

4.2 実験手順

4.3 準備

- NaI シンチレーター
- ターゲット
- 較正された⁶⁰Co密封線源
- モジュール一式

ターゲット物質としては、鉄、銅、アルミニウムの三種類を用いた。散乱の角度により微分断面 積が変わるので散乱された角度ごとにガンマ線数を測定した。散乱された粒子のカウント数をあげ るために、円環状のターゲットを用意した。以下にそれぞれのターゲット物質の寸法をまとめる。

	Fe	Al	Cu
内径 (mm)	211.0	183.5	180.0
厚さ (mm)	4.45	13.70	13.45
高さ (mm)	30.70	30.25	30.60

表 4: ターゲット物質の寸法

4.4 モジュール説明

ADC:入ってきた信号のエネルギーを、指定したゲート幅の間で積分する。

TDC: start に信号が入ってから、ch に信号が入るまでの時間を計測する。

INTERRUPT REGISTER(INTERRUPT): カマックモジュールで得られた結果をパソコンに 読み取る。

DISCRIMINATOR(DISCRI):入ってきたアナログ信号が設定した閾値を超えた場合ロジック 信号を出す。

COINCIDENCE(COIN):複数の信号が重なったときのみ新たに信号を作り出す。

FAN-IN FAN-OUT(FIFO): 複数入ってきた信号のタイミングををすべて重ねる。

GATE GENERATOR(GATE):信号が入ってくると、設定したある幅の信号を出す。 DELAY:入ってきた信号のタイミングを遅らせる。

ATTENUATER(ATT):信号の強さを弱めて測定結果が振り切れないようにする。

CLOCK GENERATOR(CLOCK):設定した振動数の信号を出す。

SCALER:入ってきた信号の数を測定する。

AMP:信号の振幅を増幅させる。(今回はモジュールのグラウンドを合わせるために使用)



NaI で拾った信号は"DISCRI"に入り、ロジック信号に置き換わる。変換後の信号は"FIFO" に入り、"CLOCK"から出された1KHzの信号と合わさる。"CLOCK"を混ぜたのは、その実験の 時点での"ADC"のペデスタルを求めるためである。"FIFO"から出た信号は"GATE(1)"に入り" ADC"の"GATE"、"TDC"の"START"にそれぞれ入る。NaI から出た生信号の一つを"ADC" の"GATE"の中に入るように"DELAY"などでタイミングを合わせ、"ADC"に入れ、生信号の エネルギーを測定する。また、"DISCRI"を通した信号を"DELAY"で遅らせてから"TDC"に 入れて、"GATE(1)"との時間差を計測した。さらに"GATE(1)"から"FIFO"に信号を入れ、信 号を2つに増やす。片方を"GATE(2)"に入れ、1msの信号を作り"GATE(1)"の"VETO"に入 れる。本来は"OUTPUTRESISTER"を使う場面ではあるが、調子が悪かったので使用できず、 このようなセットアップにした。"FIFO"から出たもう一つの信号を"INTERRUPTRESISTER" に入れ、"ADC"、"TDC"のデータをPCに読み込む。

"SCALER"を用意し、「"DISCRI"からの信号」、「"CLOCK"から1kHzの信号」、「"CLOCK" から出た1kHzの信号を"GATE(3)"に入れ、"GATE(2)"からの信号を"VETO"に入れた信号」、 「"GATE(1)"から出た信号」の4つの信号をそれぞれ計測した。一つ目の値はイベント数を、2 つ目の値は実験時間を、3 つ目の値は"VETO"がかからず実際に測定していた時間を、4 つ目の 値は"GATE(1)"が作った"GATE"の数である。

今回、DISCRI の閾値は 442mV に設定した。また、DISCRI からの信号は DELAY で 105ns 遅 らせ TDC に入るようにし、直接の信号は DELAY で 300ns 遅らせ、ADC の値が振り切れないよ うに ATT を 15dB の抵抗になるように設定した。

4.6 実験の流れ

以下に実験の流れをまとめる

- 1. 半円環状に切断したターゲットの一端に NaI を立てた状態で固定する。
- 2. 線源から出たガンマ線が90°の散乱をして NaI に入るように線源を円環内側に固定する。

- 3. 線源から出たガンマ線が直接 NaI に入射しないよう、線源と NaI の間に鉛の遮蔽板 (厚さ 76.5mm) を置く。
- 4. この時の位置関係を、下に敷いた方眼用紙に写す。
- 5. 光電子増倍管に 1913V の電圧をかけ、プログラムを走らせる。
- 6. 30000 回 ADC、TDC のデータを取ると同時に SCALER も手押しで走らせる。
- 7. 30000 イベント取り計測が終わると、線源をターゲットから外す。
- 8. 60°散乱したガンマ線が NaI に入るように線源の位置を調節してターゲットに線源を固定 する。
- 9. 直接ガンマ線が入らないように鉛遮蔽も位置を調節し、位置関係を記録する。

この操作を、各ターゲットごとに散乱角が90°、 60°、 45°の場合で実験を行った。



図 12: サンプル風景 (Cu 90°散乱)

4.7 ガンマ線の収量



図 13: イメージ

図 14: 拡大イメージ

ターゲットの半径をr、高さをh、ガンマ線の散乱角 Θ とする。線源Sと、ターゲット上のある点Pまでの距離 l_1 は、

$$l_1 = 2r\sin\frac{\theta}{2} \tag{2}$$

となる。ここで、 \angle SOP= θ とした。線源からターゲットを見込む立体角 Ω_1 は、

 $\Omega_1 = \frac{rh\sin\frac{\theta}{2}d\theta}{(l_1)^2} \tag{3}$

$$=\frac{rh\sin\frac{\theta}{2}d\theta}{4r^2\sin^2\frac{\theta}{2}}\tag{4}$$

と書ける。次に点 P から、NaI(位置 Q) までの距離 l₂ は、

$$l_2 = 2r\sin(\frac{\theta}{2} - \Theta) \tag{5}$$

となる。点 P から、NaI を見込む立体角 Ω_2 は、NaI の断面の縦、横の長さを a、b と置くと

$$\Omega_2 = \frac{ab}{(l_2)^2} \tag{6}$$

$$=\frac{ab}{4r^2\sin^2(\frac{\theta}{2}-\Theta)}\tag{7}$$

で表される。最期に
θの積分区間について考える。

使用したコバルト線源のエネルギーピークは 1.1MeV と 1.3MeV であり、遮蔽として利用した Pb 内での平均自由行程は約 1.5cm である。そこで、ターゲット入射時に遮蔽鉛の中を 1cm 走る 経路を積分区間の最大の角とした。同様に、散乱後のガンマ線のエネルギーは約 0,5MeV であり、 Pb 中での平均自由行程は数 mm であったことから、散乱後のガンマ線が遮蔽鉛の角にちょうど触 れる経路を最小の角として積分範囲を指定した。

以上よりガンマ線源から出たガンマ線がターゲットに入射して、角度 Θ で散乱されたのちにN a I で観測される粒子数 N(Θ) は、ターゲットの角度 Θ でのコンプトン散乱の微分断面積を $\frac{d_{2}}{d\Omega}$ (Θ) 、NaI の吸収効率を ε 、ガンマ線源の単位時間当たりの崩壊数を I、測定時間を T と置くと

$$N(\Theta) = \int_{\alpha}^{\beta} N^{P}(\theta) \rho_{N} d \frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta) \Delta \Omega^{P}(\theta) \varepsilon T d\theta$$
(8)

$$= \frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta) \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\varepsilon Ih \frac{\rho_m}{A} N_{\rm A} DabT}{64\pi r^3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2(\Theta - \frac{\theta}{2})} d\theta \tag{9}$$



図 15: 角度

$$\left(\begin{array}{cccc} D & : & ターゲットの厚さ \\ \rho_{m} & : & ターゲットの質量密度 \\ A & : & ターゲットの質量数 \end{array} \right)$$

で表される。

4.8 解析手順

NaI、線源、遮蔽の位置関係はそのままでターゲットの在り、なしでガンマ線を測定してイベント数を引き算することにより、同じ角度で散乱された後に NaI で検出されたガンマ線数 N(Θ)を出す。

その N(Θ) から微分断面積を導出し、それぞれのターゲット物質で比較することにより微分断面 積と原子番号の依存性を確認する。

ここで、収量 N(Θ) は上の式で表されたが、微分断面積と NaI の吸収効率は入射するガンマ線 のエネルギーに依存する。今回の実験においてガンマ線源として ⁶⁰Co を使用したが、この線源は 崩壊により 1173keV、1333keV の二つのエネルギーのガンマ線を放出するので、解析により求め られる数値は

$$\varepsilon_1 \frac{d\sigma^{1173}}{d\Omega} + \varepsilon_2 \frac{d\sigma^{1333}}{d\Omega} \tag{10}$$

 $\varepsilon_1:1173$ keV のガンマ線が角度 Θ で散乱された後のエネルギーの時の NaI の吸収効率 $\frac{d\sigma^{1173}}{d\Omega}:1173$ keV のガンマ線のコンプトン散乱における散乱断面積 $\varepsilon_2:1333$ keV のガンマ線が角度 Θ で散乱された後のエネルギーの時の NaI の吸収効率 $\frac{d\sigma^{1333}}{d\Omega}:1333$ keV のガンマ線のコンプトン散乱における散乱断面積

となる。

5 コンプトン散乱 結果と解析

5.1 実験結果

解析には CERN が開発した解析ソフトである ROOT を用いて、コンプトン散乱の測定にお いて得られた ADC のデータをヒストグラムにした。以下の図は、各ターゲット、角度ごとに得ら れたヒストグラムである。ただし、同じターゲットかつ同じ角度のものについては重ね書きしてあ る。青がターゲット有りで赤がターゲット無しの時のヒストグラムを示している。尚、各ヒストグ ラムでは ADC の値の 0 から 4095 までを 256 分割して表示させてある。



また、各測定で読み取ったスケーラーの値を表に示す。(次ページ)

	Al90°	Al90 $^{\circ}$ (N)	Al60°	Al 60° (N)	Al45°	Al 45° (N)
ch1	326077	337946	311773	320624	276227	267547
ch2	228706	248282	204243	222869	99247	82143
ch3	207237	182058	249771	211937	866498	1013913
ch4	93216	85870	103054	93760	170608	178884
	Fe90°	$Fe90^{\circ}$ (N)	Fe60°	$Fe60^{\circ}$ (N)	$Fe45^{\circ}$	$Fe45^{\circ}$ (N)
ch1	325089	337229	318156	322778	314862	299169
ch2	231671	250270	213364	227735	207334	184781
ch3	190406	169214	231755	195752	241279	283897
ch4	89370	83097	100286	90938	102854	109446
	Cu90°	$Cu90^{\circ}$ (N)	Cu60°	$Cu60^{\circ}$ (N)	Cu45°	$Cu45^{\circ}$ (N)
ch1	301383	326665	288802	314247	287140	299546
ch2	187554	233387	152875	210683	133718	185214
ch3	269004	192791	394021	232202	526878	286312
ch4	108951	89218	130490	99228	147422	109650

表 5: スケーラーの値。(N) はターゲット無しを表す。

図 16 を見ると、ターゲット有りのヒストグラムには、300keV より大きなところでターゲット無 しのヒストグラムと比べて ADC カウントが多くなっているところが存在するのが分かる。90° に おいては特にピークが確認できる。角度が小さくなっていくにつれてそのピークはなだらかになり つつもエネルギーの高い方にシフトしていっているので、これがコンプトン散乱によるイベントで あると考えられる。また、今回用いた線源は⁶⁰Co であるので、本来ならば二本のピークが見える はずであるが、1173keV 及び 1333keV ガンマ線が 90° 散乱した後のエネルギー差は数 keV 程度に なってしまうため、NaI 検出器のエネルギー分解能が低いためにピークが混ざって一つのピークに なっている。

5.2 解析方法

解析手順としては、同じ角度における「ターゲット有り」のヒストグラムから「ターゲット 無し」のヒストグラムを引き算し、コンプトン散乱によるピークの収量を数える。その際、「ター ゲット無し」での測定時間を「ターゲット有り」の測定時間に揃えてから引き算を行う。引き算を した後はコンプトン散乱によるピークを Fitting することで収量を評価する。

5.2.1 測定時間の一致方法

まず、測定時間を合わせる方法を論ずる。スケーラーではゲートに veto が入っていない間の 総時間、すなわち正味の測定時間と、測定の間に作られたゲート信号の数、つまり取得イベント数 が記録されている。線源が一様等方的にガンマ線を放出しているとすれば、同じ測定においてはこ の「正味の測定時間」と「取得イベント数」の比は一定であると考えられる。今回のスケーラーの 読みでは、正味の測定時間が ch2、取得イベント数が ch4 に対応している。「ターゲット有り」の 測定における ch2 の値を *T*₁、ch4 の値を *N*₁。「ターゲット無し」の測定における ch2 の値を *T*₂、 ch4 の値を N₂ と置く。本測定ではそれぞれ 3 万イベントとったので次が成り立つ。3 万イベント とったときの測定時間を T^{30k} と置くと、

ターゲット有り:
$$\frac{T_1}{N_1} = \frac{T_1^{30k}}{30000}$$
 (11)

ターゲット無し:
$$\frac{T_2}{N_2} = \frac{T_2^{30k}}{30000}$$
 (12)

今、ターゲット無しの測定において、測定時間を T_1^{30k} に揃えたときのイベント数をNと置く。 すると

ターゲット無し:
$$\frac{T_2}{N_2} = \frac{T_1^{30k}}{N}$$
 (13)

T^{30k} を消去して整理すれば

$$\frac{N}{30000} = \frac{T_1 N_2}{T_2 N_1} \tag{14}$$

また、ターゲット無しの測定において、次が成り立つ。

$$\frac{T_2^{30k}}{30000} = \frac{T_1^{30k}}{N} \tag{27}$$

(15)

したがって

$$\frac{T_1^{30k}}{T_2^{30k}} = \frac{N}{30000} = \frac{T_1 N_2}{T_2 N_1} \tag{16}$$

以上から、「ターゲット無し」のヒストグラムを $T_1^{30k}/T_2^{30k} = T_1N_2/T_2N_1$ 倍することで「ターゲット有り」の測定時間に合わせることができる。

5.2.2 ヒストグラムの引き算結果

このようにして測定時間を合わせてヒストグラムを引き算した結果が以下の図 17 である。図 17 を見るとわかる通り、90° 散乱のヒストグラムではどのターゲットにおいてもピークがはっきりと 見えているのに対し、60° と 45° 散乱のヒストグラムではピークではなく、なだらかな山を描いて いる。したがって、この2つの角度の散乱については収量を適切に評価することは困難である。こ のため、60° と 45° 散乱については微分断面積を測定することができないと判断し、以降 90° 散乱 に限って解析を進めることにした。60° と 45° 散乱においてピークが見えないことについては後に 考察において述べる。

更に、90° 散乱や他の角度の散乱におけるヒストグラムでは、コンプトン散乱によるピークより も低いエネルギーのところでピークがあるのが確認できる。これについても後に考察において述べ ることにする。コンプトン散乱の微分散乱断面積を求めるにあたっては右側のピークが必要である ので、ここでは必要のない情報として処理することにする。



図 17: 引き算後のヒストグラム

5.2.3 Fitting と収量の評価

90°散乱の引き算後のヒストグラムを Fitting する。この際、Fitting に用いた関数として

$$f(x) = \frac{p_0}{\sqrt{2\pi}p_2} \exp\left(-\frac{(x-p_1)^2}{2p_2^2}\right) + \frac{p_3}{x^4}$$

を用いた。 $p_i(i = 1, 2, 3)$ は Fitting パラメータである。Fitting において得られたパラメータを用いて Gaussian の項のみを全区間で積分し、その値を bin の幅で割ることで収量を評価した。その結果、収量は以下の表の通りになった。

衣 0: 谷ダークツトにおける収里			
ターゲットの種類	収量	誤差	
Al	1697.64	± 46.35	
Fe	1598.82	± 46.15	
Cu	4293.11	± 76.42	

表 6: 各ターゲットにおける収量



図 18: 各ピークの Fitting

5.3 微分断面積の算出

前節で得られた収量を用いて微分断面積を計算する。今回用いたガンマ線源は⁶⁰Coであった ため、この測定において得られる量は実際には

$$\varepsilon_1 \frac{d\sigma^{1173}}{d\Omega} + \varepsilon_2 \frac{d\sigma^{1333}}{d\Omega}$$

である。そしてこの量は収量 $N(\Theta)$ と次の関係にある。

$$N(\Theta) = \left(\varepsilon_1 \frac{d\sigma^{1173}}{d\Omega} + \varepsilon_2 \frac{d\sigma^{1333}}{d\Omega}\right) \frac{Ih\rho_m N_A DabT}{64\pi A r^3} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{d\theta}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2(\Theta - \frac{\theta}{2})}$$
(17)

今回、 $\varepsilon_1 \simeq \varepsilon_2$ であったのでこの二つを等しいものと近似をし、括弧の外に出すことで微分断面積の和

$$\frac{d\sigma^{1173}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^{1333}}{d\Omega} \tag{18}$$

を算出することができる。本測定においてはこの微分断面積の和の測定値を求めることになる。

5.3.1 パラメータの値と誤差

式 17 におけるパラメータの値を次に示す。それぞれのパラメータには、ターゲットによって共通するものと、異なるものがある。まず、共通するパラメータの値を次に示す。

 $I = 7.95 \times 10^{5} \text{ Bq} (^{60}\text{Co} 線源の強度)$ $\varepsilon_{1} = 0.318 (1173 \text{keV} の 90°散乱後のエネルギーに対する NaI 検出効率)$ $\varepsilon_{2} = 0.306 (1333 \text{keV} の 90°散乱後のエネルギーに対する NaI 検出効率)$ $N_{A} = 6.02 \times 10^{23} (アボガドロ数)$ a = 5.08 cm (NaI 結晶 (円柱形) の直径) b = 5.08 cm (NaI 結晶の高さ) $\Theta = 90^{\circ} (散乱角度)$

次に、ターゲットに依存するパラメータを次に示す。

	我1. スープノー私行のパブノースの 他						
パラメータ	Al	Fe	Cu	意味			
$ ho [{ m g/cm^3}]$	2.70	7.87	8.96	質量密度			
h[cm]	3.025	3.070	3.060	ターゲットの高さ			
D[cm]	1.370	0.445	1.345	ターゲットの厚さ			
2r[cm]	18.4	21.1	18.0	ターゲットの内径 (直径)			
А	26.98	55.84	63.55	原子量			
$\alpha[^{\circ}]$	63.9	29.0	39.5	積分範囲の下限			
β [°]	122.0	142.5	133.5	積分範囲の上限			

表 7: ターゲット依存のパラメータの値

パラメータのうち、h, D, rについては実際に測定器具で測定したものであり、 $\rho や A$ については 文献値 (Nist のデータ)から持ってきたものである。測定したパラメータには誤差が含まれる。そ れを次の表にて示す。

表 8: ターゲット依存のパラメータの値

パラメータ	誤差	誤差の種類
ε_1	± 0.024	統計誤差
ε_2	± 0.023	統計誤差
h[cm]	± 0.01	系統誤差
r[cm]	± 0.2	系統誤差
D[cm]	± 0.01	系統誤差
$\alpha[^{\circ}]$	± 5	系統誤差
β [°]	± 5	系統誤差

系統誤差については、測定した測定器の目盛や特性などを考慮して適当に値を決めてある。

5.3.2 計測時間

式 17 には、計測時間 T が含まれているが、これはスケーラーの値から計算する。コンプトン散 乱の測定においてはそれぞれ 30000 イベント計測したので 30000 イベントを取得するのにかかっ た時間を求めればよい。??において議論したように、「正味の測定時間」と「取得イベント数」の 比が一定であることを使って算出できる。その結果測定時間はそれぞれ次のようになった。

ターゲット	測定時間時間 $T[s]$	
Al	73.605	
Fe	77.768	

51.643

Cu

表 9: 90° 散乱測定における 30000 イベント取得にかかった時間

5.3.3 微分断面積の算出結果

以上のパラメータを用いて、式17より微分断面積の和を算出した。その結果を次の表に示す。

P. 1	メ 10: 欧方角面伝 2 広告 2 画面				
ターゲット	測定值 [10 ⁻¹ barn]	理論值 [10 ⁻¹ barn]			
Al	$5.02 \pm 0.30 \pm 0.80$	2.38			
Fe	$6.43 \pm 0.39 \pm 0.91$	4.76			
Cu	$6.33 \pm 0.36 \pm 0.90$	5.31			

表 10: 微分断面積の測定値と理論値

誤差は (測定値)±(統計誤差)±(系統誤差) の順で書いてある。理論値に関しては実験室系におけるクライン仁科の公式において、90°及び 1173keV,1333keV に対応した値を足したものである。この表をグラフ化したものが次の図である。



図 19: 微分断面積の測定結果

更に、原子番号依存性を調べるために、測定点を $f(x) = px^q(p,q \text{ li Fitting } パラメータ)$ で Fitting した。その結果

$$p = 0.27 \pm 0.19$$

 $q = 0.31 \pm 0.27$

という値が得られた。

5.4 考察

得られた結果に対していくつか考察をする。具体的には (i) 原子番号依存性の評価と微分断面積 の理論値との誤差について。(ii)90° 散乱以外の角度においてピークが見られなかった理由につい て。(iii) セットアップの問題についてである。この3つに対してそれぞれ考察をする。

5.4.1 (i) 原子番号依存性の評価と微分断面積の誤差

まず、原子番号依存性の評価について考察する。解析の結果では、コンプトン散乱の微分断面積 は 0.31±0.27 乗 (q の値)に比例すると結論づけられる。しかしこれは誤差も非常に大きいうえ、理 論的な値 q = 1 からも大きくずれている。そもそも、本測定においては微分断面積の依存性を見 るのに 3 点しか情報が得られなかったことに問題がある。より依存性を正確に測るには、測定点、 つまりターゲットの種類を多く用意するべきであった。また、今回使用したターゲットのうち Fe と Cu は原子番号が近い (それぞれ 26 と 29) ため、3 点であっても原子番号が離れたターゲットを 用いると依存性は見やすくなったであろう。

次に微分断面積の測定値と理論値の誤差についてである。測定結果を見ればわかる通り、誤差の 範囲を含めても理論値とは一致せず、どのターゲットにおいても理論値よりも高い値となってる。 考えらえる原因として、1つには収量を多く数えすぎている可能性がある。図 17の(i),(iv),(vii)に おいて、我々は右側のピークを 90° 散乱のピークとしたが、ここには 90° 以外の角度による散乱も 含まれていると考えられる。まず、今回の測定において用いた NaI 検出器は直径が 2 インチのも ので、半径が約 10cm 程度のターゲットに対してやや大きく、それ故 90° 以外で散乱されたガンマ 線も検出器に入りうる。それ以外にも、複数回散乱をしてちょうどこのピーク付近のエネルギー帯 までエネルギーを落として検出器に入ってくるガンマ線も存在するだろう。このように、このピー クには 90° 以外のイベントがあると考えられるので、解析において収量を多く評価してしまい、そ の結果式 17 により、微分断面積が大きく算出されたと推測される。しかし、それぞれこのピーク に対してどれほどの割合だけ含まれているかを計算するのは今回できなかったので、この補正を考 慮に入れるのは今後の課題である。

5.4.2 (ii) 90° 散乱散乱以外の角度においてピークが確認できなかったことについて

NaI 検出器は大きさを持っているため、測定したい角度 (90°,60°,45°) 以外の角度で散乱された ガンマ線が入る。更に、60° や 45° 散乱の測定では、線源と検出器の距離が小さくなり、その角度 のずれは大きくなる。コンプトン散乱における散乱角とエネルギーの関係式

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$
(19)

において、角度が小さい部分では傾きが大きくなってることに注目する。



図 20: コンプトン散乱による散乱後のエネルギーと角度の関係

図 20 は式 19 を縦軸を散乱後のエネルギー、横軸を散乱角にしてグラフを描いたものである。こ の図を見ると 45°と 90° においては、同じ角度のずれ $\Delta \theta$ に対するエネルギーのずれ $\Delta E'$ が 90° のときに比べて大きくなってる。したがって、45°、60°の測定では、検出器に入射するガンマ線 のエネルギー幅が広くなるため、ピークがなだらかになってしまったと考えられる。

5.4.3 (iii) セットアップの見直し

本測定のセットアップにはいくつか問題があった。1 つにターゲットの厚さが大きいということ である。ターゲットが厚くなると、ターゲット内において複数回散乱が起きる確率が高くなる。複 数回散乱が起きやすくなると、収量の評価に影響が出る可能性がある。また、式 17 はモデルとし て厚さ D が小さい時によく成り立つ。このような理由からターゲットは薄いものを用いる方がよ いと思われる。

次に、小さい検出器を用いるべきであるということが挙げられる。これは、ターゲットを大き くして相対的な検出器の大きさを小さくすることでも改善できる。今回は NaI 検出器が比較的大 きかったので散乱角度のずれが大きくなってしまったことや、45°と 60°の測定で満足なデータが 得られなかったということが生じた。これらの問題は小さな検出器を用いると改善されると思わ れる。

5.5 結論

コンプトン散乱の測定では、ターゲットの種類が少なかったために、反応断面積の原子番号依存 性の評価はできなかった。しかし、セットアップを改善すればこの測定法で原子番号依存性をより 高い精度で測定できるだろう。

6 対生成 理論

6.1 対生成 原理

6.2 ポジトロニウムの崩壊

パラポジトロニウムとオルソポジトロニウム 粒子の入れ替え、位置、荷電、スピンに関する対称性 2γ崩壊だけになること

6.3 2γ崩壊の力学

7 対生成 実験

7.1 実験概要

電子陽電子対生成の断面積を測定するためには入射されたガンマ線によって起きる対生成の数 を測定する必要がある。前述の通り、対生成によって標的から出てくるのは二本の511 keV のガン マ線である。その二本の511 keV のガンマ線を検出することで対生成のイベント数を測定をする。 前述のように二本のガンマ線は180°方向に出てくるため、二つの検出器を用いて標的を挟んで向 かい合うように配置する (図 21)。検出器に入るガンマ線のうち、同時に検出されたイベントだけ をモジュールで抽出して測定する。



図 21: 対生成測定の概要図

7.2 実験手順

■ 対生成測定のための実験器具

対生成の測定で用いた実験器具はコンプトン散乱のものと共通の物が多い。以下が実験で用いた 器具である。

● ⁶⁰Co 密封線源

β 崩壊により 1.173 MeV と 1.333 MeV のガンマ線がほぼ同時に出てくる。対生成に必要な ガンマ線のエネルギーは電子と陽電子の静止質量の和である 1.022 MeV であり、⁶⁰Co の二 本のガンマ線はこれを満たしている。

•標的 原子番号依存性を見るために様々な種類の標的を用意した。

種類	縦 (cm)	檟 (cm)	厚さ (cm)	权数
С	10	10	2.0	2
Al	10	10	1.0	3
Co	10	10	1.0	3
Sn	10	10	2.0	3
Pb	10	10	0.2	5

- NaI 検出器 ×2 (以下 NaI 1,2) コンプトン散乱ので用いたものと同じで対生成測定では二 つ使う。
- High Voltage NaI 検出器に電圧をかけるのに用いる。
- Discreminator×2 入力されたアナログ信号をデジタル信号に変換して出力する。
- Gate Generator×2 デジタル信号が入力されたタイミングから設定された遅延と幅のゲートを出力する。

- Delay×2 アナログ信号を遅らせる。
- Attenuator×2 NaIのアナログ信号を ADC に入力するために減衰させて調整する。
- Coincidence 入力されたデジタル信号の AND を出力する
- •標的固定台薄い標的を用いるため標的を立てるための台が必要なので自作した。
- Analog Digital Converter アナログ信号とゲートを入力する。ゲートが入力されている 間のアナログ信号の電荷を蓄積させ、アナログ信号の強度を計算し出力する。
- CAMAC ADC の出力信号を読み取る。

■ 対生成測定の回路系

対生成測定のために図 (22) のように回路を組んだ。コンプトン散乱の測定と共通する部分はあるが、主な違いは二つの NaI 検出器を使った同時計測であることである。そのため Coincidence を 用いて両 NaI の信号の AND をとった。



図 22: 対生成測定の回路図

■ 対生成測定の手順

対生成測定は次のような手順で測定を行った。

- 1. 固定台に線源と標的を設置し、NaI1,2 を向かい合わせに置く。線源と NaI1,2 の距離は両方 とも、10 cm?である。
- 2. 前述のように各モジュールをつなぎ、ニムビンに電源を入れ、NaI1,2 に HV で電圧をかける。
- 3. ADC の信号を CAMAC で読み取り、同時計測されたガンマ線のエネルギーを記録する。
- 4.1から3の手順を標的の種類、厚さを変えて行う。

7.3 対生成の断面積の導出

ここでは対生成のイベント数から断面積を求めるための式を導出する。まずは標的内部の微小体 積における散乱粒子数を計算する。ここでは線源を点線源と近似する。線源から標的内部の対生成 が発生する点までのベクトルを **r**,線源の強度を *I*,入射フラックスが通過する微小面積を *dS* とす ると微小入射フラックス *dI*' は標的内での減衰を考慮して

$$dI' = I \cdot \frac{dS}{4\pi r^2} \cdot e^{-\mu r} \quad (r \equiv |\mathbf{r}|)$$

となる。ガンマ線が標的内部を微小長さ dr 通過する時の標的の微小面密度 $d\rho_S$ は標的の密度を ρ , 質量数を A, アボガドロ数を N_A とすると次のようになる。

$$d\rho_S = \rho \cdot dr \cdot \frac{N_{\rm A}}{A}$$

微小体積における単位時間あたりの微小散乱粒子数 dN_{sca} は対生成の断面積を σ_{pair} として

$$dN_{
m sca} = \sigma_{
m pair} \cdot dI' \cdot d
ho_S$$

= $rac{I
ho N_{
m A}\sigma_{
m pair}e^{-\mu r}}{4\pi r^2 A}drdS$

となる。粒子は標的内で等方的に散乱するので、散乱粒子が検出器に入るのは反応した位置 \mathbf{r} から検出器を見込む立体角 $\Omega(\mathbf{r})$ の割合をかけた数になる。

$$dN_{\rm sca} imes \frac{\Omega(\mathbf{r})}{4\pi}$$

測定によって得られるイベント数 $N_{\rm ev}$ は微小体積中で散乱粒子数を標的の体積 V で積分し、両 NaI の検出効率 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ と測定時間 T をかけた値になる。

$$N_{\rm ev} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 T \int_V dN_{\rm sca} \frac{\Omega(\mathbf{r})}{4\pi}$$

= $\varepsilon_1 \varepsilon_2 T \int_V \frac{I \rho N_{\rm A} \sigma_{\rm pair} e^{-\mu r}}{4\pi r^2 A} \frac{\Omega(\mathbf{r})}{4\pi} dr dS$
= $\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 T I \rho N_{\rm A} \sigma_{\rm pair}}{4\pi A} \int_V \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} \Omega(\mathbf{r}) dV$ (20)

Ω(r) の計算

ここでは対生成が発生した点から二本のガンマ線が NaI の検出面に入る確率 $\Omega(\mathbf{r})/4\pi$ を考える。 今回用いた NaI 結晶は円柱型であり実際の検出面はその表面全体であるが、この測定では円柱の 片方の底面を検出面と近似する (図 23)。

二本のガンマ線が同時に二つの検出面 (以下, 検出面 A,B とする) に入らなければならない。線 源は検出面 A,B の中心軸上にあるため、その軸を中心に回転させても一般性は失われない。以下 では、回転により r を xy 平面上に移したものを考える。図 24 のような検出面 A を底面とし r を 頂点とする円錐を考えると、この円錐の頂角が検出面 A を見込む立体角である。点 r を中心にし て検出面 A を検出面 B がある平面に射影したとき、相似な円錐よりその円 (検出面 A') は検出面 A と同じ立体角をもつ。今回の測定において考えなければならない立体角は、二つの検出面 A' と B の重なる部分となる。



図 23: NaI の図 少し立体的に

検出面 A' の半径は。検出面 A',B の重なり方は二円の中心間距離と半径に応じて、図 25 のよう に 3 つに場合分けされる。それぞれの場合における立体角は Ω(**r**) は次のようになる。

$$\Omega({\bf r}) = \begin{cases} 0 & (a) \\ ??? & (b) \\ ??? & (c) \end{cases}$$

■ 実際の測定における計算

測定により求められた $N_{
m ev}$ から式 (20) 微分断面積 $\sigma_{
m pair}$ を求めることができる。

$$N_{\rm ev} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 T I \rho N_{\rm A} \sigma_{\rm pair}}{4\pi A} \int_V \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} \Omega(\mathbf{r}) dV \tag{20}$$

今回の測定において用いるのは⁶⁰Co線源であり、この線源のガンマ線は1.173 MeV と1.333 MeV の二本である。どちらも標的中で対生成を起こすのに十分なエネルギーであるため、測定されるのは二本のガンマ線からによる対生成の寄与である。よって式 (20) を書き直すと次のようになる。

$$\begin{split} N_{\rm ev} &= \frac{TI\rho N_{\rm A}\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}{4\pi A} \left[\sigma_{\rm pair}^{1173} \int_{V} \frac{e^{-\mu^{1173}r}}{4\pi r^{2}} \Omega(\mathbf{r}) + \sigma_{\rm pair}^{1333} \int_{V} \frac{e^{-\mu^{1333}r}}{4\pi r^{2}} \Omega(\mathbf{r}) dV \right] \\ &= \frac{TI\rho N_{\rm A}\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}{4\pi A} \left[\sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V}^{1173} + \sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V}^{1333} \right] \\ &\left(\begin{array}{c} R_{V}^{1173} &\equiv \int_{V} \frac{e^{-\mu^{1173}r}}{4\pi r^{2}} \Omega(\mathbf{r}) \\ R_{V}^{1173} &\equiv \int_{V} \frac{e^{-\mu^{1173}r}}{4\pi r^{2}} \Omega(\mathbf{r}) \end{array} \right) \end{split}$$



図 24: 一方の検出面を他方の検出面に投影した図

ここで $\sigma_{\text{pair}}^{1173}, \sigma_{\text{pair}}^{1333}$ はそれぞれ 1173 keV,1333 keV に対する対生成の断面積であり、 μ^{1173}, μ^{1333} は それぞれ 1173 keV,1333 keV に対する標的中での線減衰係数である。両線減衰係数は既知とすると 未知数は二つの断面積である。断面積を測定するためには二つの式が必要である。そのため、同じ 種類で体積が V とは異なる V' の標的を用いて測定を行い

$$N_{\rm ev} = \frac{TI\rho N_{\rm A}\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}{4\pi A} \left(\sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V}^{1173} + \sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V}^{1333} \right) N_{\rm ev}' = \frac{TI\rho N_{\rm A}\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}{4\pi A} \left(\sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V'}^{1173} + \sigma_{\rm pair}^{1173} R_{V'}^{1333} \right)$$

という二つの式を導く。測定される量は N_{ev} と N'_{ev} の二つであり,*R* は NIST より参照した線減 衰係数と標的の体積を使って計算する。二式を連立させることで両断面積を測定する。



- 図 25: 検出面 A',B の 3 つの重なり方
- (a):重ならない
- (b) : 一部が重なっている
- (c):含まれている

8 対生成 結果と解析

9 対生成 解析と結果

9.1 結果

実験の結果得られたヒストグラムを示す。

1. 炭素







図 30: C50mm NaI1







⊠ 31: C50mm NaI2

2. アルミニウム



 \boxtimes 36: Al
40mm NaI1

 \boxtimes 37: Al
40mm NaI2



 \boxtimes 42: Cu
30mm NaI1

 \boxtimes 43: Cu30mm NaI2

4. スズ



図 48: Sn30mm NaI1

図 49: Sn30mm NaI2



 \boxtimes 54: Pb10mm NaI1

 \boxtimes 55: Pb10mm NaI2

これらを2次元ヒストグラムとして描画したものを以下に示す。

1. 炭素



図 56: C20mm



図 57: C40mm



図 58: C50mm

2. アルミニウム



図 59: Al20mm



図 60: Al30mm



図 61: Al40mm



図 62: Cu10mm



図 63: Cu20mm



図 64: Cu30mm

4. スズ



図 65: Sn10mm



図 66: Sn20mm



図 67: Sn30mm



図 68: Pb4mm



図 69: Pb8mm



図 70: Pb10mm

9.2 解析

9.2.1 解析手順

以下の手順で収量の評価を行った。

- 1. NaI2 でのヒストグラムについて、511keV のエネルギーピークを特定する。
- 2. ピークの周りに広めの幅をとって、その中に含まれるイベントについて、NaI1 での分布を 描く
- 3. 新しい分布について、511keV のピークを fitting して、3σ 範囲を次の切り出しに使う範囲と して抽出する
- 4. NaI1 の元の分布で、抽出した幅に含まれるイベントについて、NaI2 での分布を描く
- 5. 新しい分布について、511keV のピークを、(1 次関数+gaussian) で fitting し、gaussian に含 まれるイベント数を数える

切り出しを行った範囲を以下にしめす。ピークが観測できず、fitting が行えなかったものについては以後省略する。

ターゲット		1 回目 min, max		2 回目 min, max	
С	$20 \mathrm{mm}$	1000	1200	1169	1332
Al	$20 \mathrm{mm}$	950	1200	1179	1288
Cu	$10 \mathrm{mm}$	900	1200	1168	1322
	$20 \mathrm{mm}$	900	1200	1106	1351
	$10 \mathrm{mm}$	900	1200	1125	1357
Sn	$20 \mathrm{mm}$	950	1150	1097	1349
	$30 \mathrm{mm}$	900	1200	1103	1372
Pb	4mm	900	1200	1082	1262
	$8 \mathrm{mm}$	900	1200	1144	1311
	$10 \mathrm{mm}$	900	1200	1114	1351

表 11: 切り出し範囲

最後の fitting の様子を以下に示す。

1. 炭素



 \boxtimes 71: C20mm fitting

2. アルミニウム



図 72: Al20mm fitting



⊠ 74: Cu20mm fitting

4. スズ





図 77: Sn30mm fitting



 \boxtimes 78: Pb4mm fitting



図 79: Pb8mm fitting



図 80: Pb10mm fitting

■ 得られた値と誤差

以上の手順により得られた値と誤差を以下に示す。

ターゲット		収量	収量の誤差
С	20mm	14.95	7.66
Al	20mm	22.95	7.10
Cu	10mm	18.35	6.82
	20mm	47.49	9.93
	10mm	51.30	9.40
Sn	20mm	38.60	9.18
	30mm	45.28	9.36
Pb	4mm	62.56	10.12
	8mm	52.87	9.55
	10mm	73.70	10.98

表 12: 得られた収量の値と誤差

■ 計算に用いた値と誤差

計算に用いた値と誤差を以下に示す。厚みの測定誤差はすべて 0.01[cm] とした。

ター	ゲット	厚み [cm]	測定時間 [s]	$ ho[g/cm^3]$	$\mu_{511}[cm^2/g]$	$\mu_{1173}[cm^2/g]$	$\mu_{1333}[cm^2/g]$	А
С	20mm	2.00	1.12	2.26	8.64e-2	5.88e-2	5.51e-2	12.01
Al	20mm	2.01	1.18	2.70	8.37e-2	5.68e-2	5.32e-2	26.98
Cu	Cu 10mm	1.00	1.18	8.94	8.27e-2	5.44e-2	5.09e-2	63.55
20r	20mm	2.01	1.08					
10mm	10mm	1.00	1.22	5.77	9.20e-2	5.28e-2	4.92e-2	118.71
Sn	20mm	2.00	1.18					
30mm	30mm	3.00	1.16					
4mm Pb 8mm 10mm	4mm	0.42	1.32	11.34	34 1.56e-1	6.18e-2	5.61e-2	207.20
	8mm	0.83	1.33					
	10mm	1.05	1.31					

表 13: ターゲットごとの値

	値	誤差
Ι	4.50e4[Bq]	0.26e4[Bq]
R	$2.54[\mathrm{cm}]$	$0.01[\mathrm{cm}]$
L	$10.00[\mathrm{cm}]$	$0.10[\mathrm{cm}]$
ε_1	0.20	0.02
ε_2	0.21	0.01

表 14: その他の値と誤差

■ 解析における近似

解析をするにあたって、いくつかの近似をした。

1. 有効厚さについて

対生成が起こり、ガンマ線が実際にターゲット内を通過する距離は、検出器の大きさ分の角 度のずれが起こりうるため、実際にはターゲットの厚みよりも長くなる。しかし、最もずれ が大きくなる (線源に最も近いところで対生成が起こり、検出器の最も外側を通過する)とこ ろでも、2.04%通過距離が長くなるだけであり、寄与は小さいと考えて、今回は無視するこ とにした。

2. 積分値について

式(19)における積分について、本来は2種類の厚みのものを連立させて、1173keVと1333keV の断面積をそれぞれ算出するはずであったが、ピークが観測できず、1種類の厚みでしか収 量が計測できていないターゲットがあった。また、そうでないものについても、それぞれの エネルギーについての積分値がほとんど変わらなかったため、今回の測定の精度では正しい 値を算出することができなかった。そこで、積分値が等しいとの近似をして、2つのエネル ギーの断面積の和を算出することにした。参考に、以下に積分値を示す。

ターゲット		R_V^{1173}	R_{V}^{1333}	R_V^{1173}/R_V^{1333}
С	20mm	6.2825e-02	6.3249e-02	0.9933
Al	20mm	6.3052e-02	6.3461 e- 02	0.9936
Cu	10mm	4.0688e-02	4.1280e-02	0.9856
	20mm	5.1158e-02	5.2103e-02	0.9819
	10mm	4.2617e-02	4.3161e-02	0.9874
Sn	20mm	5.4250e-02	5.5130e-02	0.9840
	30mm	5.9498e-02	6.0597 e-02	0.9819
Pb	4mm	2.4823e-02	2.5348e-02	0.9793
	8mm	3.4161e-02	3.5071e-02	0.9741
	10mm	3.7466e-02	3.8551e-02	0.9719

表 15: 積分値の比較

計算は、両積分値の平均を用いて行った。

9.2.2 解析結果

解析の結果、得られた断面積とそのプロットを以下に示す。理論値を赤丸で示している。

ターゲット		sigma[barn]	統計誤差 [barn]	系統誤差 [barn]	理論值 [barn]	
С	20mm	7.97e-03	4.21e-03	5.04e-04	7.07e-04	
Al	20mm	2.83e-02	9.50e-03	1.79e-03	3.45e-03	
Cu	10mm	3.59e-02	1.42e-02	2.29e-03	2.02.02	
Cu	20mm	1.42e-01	3.51e-02	9.05e-03	2.03e-02	
	10mm	1.82e-01	4.09e-02	1.16e-02		
Sn	20mm	2.19e-01	5.93e-02	1.39e-02	7.97e-02	
	30mm	4.69e-01	1.15e-01	2.98e-02		
Pb	4mm	4.10e-01	8.54e-02	2.71e-02		
	8mm	5.07e-01	1.13e-01	3.33e-02	3.10e-01	
	10mm	9.31e-01	1.85e-01	6.11e-02		

表 16: 実験結果





図 81: 実験結果

また、得られた断面積を理論値で割ったものを以下に示す。



図 82: 実験結果 (理論値との比率)

参考までに、得られたすべての点を n 次関数で fitting したものを示す。信頼度は低いが、2 次の 相関があるようにも見える。



Z dependence of Pair Creation Cross Section

図 83: 実験結果 (fitting)

9.3 考察

得られた断面積を見ると、

- 全体的に理論値よりも大きい値になっている
- ターゲットが厚くなるほど大きい値になっている
- Zの値が小さくなるほど大きい値になっている

ことがわかる。これらの理由を考察する。

1. 理由1

断面積の計算に用いた式では、511keVのガンマ線のうち、ターゲット内で何らかの反応を起 こしたものはすべて検出されないと仮定している。しかし実際には、ターゲット内でコンプ トン散乱されたガンマ線のうち、エネルギーを大きくは落とさずに、検出器に入るものがあ る。これを簡単に評価してみる。

まず、4mmの鉛をターゲットとして用いた場合の、511keVのピークの幅を測定し、許容するエ ネルギー幅を決める。ガウシアンによる fitting の 3σ 範囲をとったところ、433keV~589keV の範囲でピークを作っていることがわかった。

511keV のガンマ線が、コンプトン散乱によりエネルギーを落として 433keV になる場合の散 乱角は 0.6096[rad] なので、0 0.6096[rad] の範囲で Klein-仁科の式を積分すると、すべての ターゲット内の反応のうち、10.378%を占めることがわかった。

この分を µ₅₁₁ から引いて、断面積を計算し直してみると、次のようになった。

ターゲット		sigma[barn]	統計誤差 [barn]	系統誤差 [barn]	理論值 [barn]
С	20mm	7.59e-03	4.02e-03	4.80e-04	7.07e-04
Al	20mm	2.70e-02	9.07e-03	1.71e-03	3.45e-03
Cu	10mm	3.33e-02	1.31e-02	2.11e-03	2 030 02
Cu	20mm	1.22e-01	3.01e-02	7.75e-03	2.03e-02
	10mm	1.69e-01	3.81e-02	1.08e-02	
Sn	20mm	1.90e-01	5.15e-02	1.21e-02	7.97e-02
	30mm	3.80e-01	9.29e-02	2.41e-02	
Pb	4mm	3.81e-01	7.94e-02	2.50e-02	
	8mm	4.38e-01	9.76e-02	2.85e-02	3.10e-01
	10mm	7.75e-01	1.54e-01	5.05e-02	

表 17: µ₅₁₁ 補正後の断面積



図 84: µ₅₁₁ 補正後の断面積

ずれが改善されたのがわかる。

2. 理由 2

今回、土台のみでコインシデンスをとって測定を行っておらず、土台での対生成の分を差し 引いていない。(NaI1、NaI2のそれぞれでゲートを作って、土台のみの測定は行ったが、測 定時間が短すぎて正確な評価が行えなかった。)これを簡単に評価してみる。

アルミニウムの、20mm のターゲットにより得られた収量は 22.95 個である。また、土台は 25mm のアルミニウムであり、線源を固定するためのくぼみがあるが、これを無視して計算 を行う。断面積の計算に用いた式を使って、アルミニウム 20mm と 25mm における収量の 比率を算出し、22.95 個のうち土台が占める割合を求めると、50.07%(11.49 個) となった。 この値をすべての収量から差し引いて、断面積を計算し直してみると、次のようになった。

ターゲット		sigma[barn]	統計誤差 [barn]	系統誤差 [barn]	理論値 [barn]	
С	20mm	1.85e-03	4.09e-03	1.17e-04	7.07e-04	
Al	20mm	1.41e-02	8.95e-03	8.94e-04	3.45e-03	
Cu	10mm	1.34e-02	1.35e-02	8.54e-04	2.02.02	
Cu	20mm	1.08e-01	3.29e-02	6.86e-03	2.03e-02	
	10mm	1.41e-01	3.81e-02	8.97e-03		
Sn	20mm	1.54e-01	5.57e-02	9.75e-03	7.97e-02	
	30mm	3.50e-01	1.07e-01	2.22e-02		
Pb	4mm	3.35e-01	7.96e-02	2.21e-02		
	8mm	3.97e-01	1.05e-01	2.61e-02	3.10e-01	
	10mm	7.86e-01	1.73e-01	5.16e-02		

表 18: 土台分補正後の断面積



Cross Section ratio to NIST

図 85: 土台分補正後の断面積 (理論値との比率)

ずれが改善されたのがわかる。

以上の両方の修正をして、断面積を計算しなおしてみると、次のようになった。

ターゲット		sigma[barn]	統計誤差 [barn]	系統誤差 [barn]	理論値 [barn]	
С	20mm	1.76e-03	3.90e-03	1.11e-04	7.07e-04	
Al	20mm	1.35e-02	8.54e-03	8.53e-04	3.45e-03	
Cu	10mm	1.24e-02	1.25e-02	7.90e-04	2.0202	
Cu	20mm	9.25e-02	2.82e-02	5.88e-03	2.03e-02	
	10mm	1.31e-01	3.55e-02	8.35e-03		
Sn	20mm	1.33e-01	4.84e-02	8.46e-03	7.97e-02	
	30mm	2.83e-01	8.69e-02	1.80e-02		
Pb	4mm	3.11e-01	7.39e-02	2.04e-02		
	8mm	3.43e-01	9.09e-02	2.23e-02	3.10e-01	
	10mm	6.54e-01	1.44e-01	4.26e-02		

表 19: µ₅₁₁、 土台補正後の断面積



Z dependence of Pair Creation Cross Section

図 86: µ₅₁₁、 土台補正後の断面積



図 87: µ₅₁₁、 土台補正後の断面積 (理論値との比率)

9.4 まとめ

- 電子陽電子対生成において、原子番号依存性や理論値とのオーダーの一致を確認できた。
- しかし、ターゲットの厚みや原子番号によってはずれが大きくなってしまう。
- ある程度の修正はできたが、まだ考慮できていない要因があるかもしれない。

■ 謝辞

本実験が無事に終了し、このように卒業論文として形にすることができたのは、ご指導頂いた先 生方、ご協力してくださった TA の皆様、そして共に実験を頑張ってきた同期たち皆さんの支えが あったからに他なりません。お忙しいのにも関わらず、限られた時間の中で熱心に私たちの御指導 をしてくださった藤岡宏之さん、長時間に渡る実験でも快く協力してくださった TA の七村拓也さ ん、鈴木一輝さん、理論ゼミで多くの知識を御教授してくださった菅沼秀夫さん、國広悌二さん、 そしてこの実験に関わったすべての人に心からの感謝と御礼を申し上げます。本当にありがとうご ざいました。

参考文献

- William. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. Springer-Verlag, Second Revised Edition ,1993
- [2] B. Povh, K. Rith, C. Sholtz, F. Zetsche 著, 柴田利明 訳,「素粒子·原子核物理入門: Particles and Nuclei 」, 丸善出版, 改訂新版, 2012.
- [3] Luis Peralte, "A simple electron-positron pair production experiment" American Journal of Physics 74, 457 (2006).
- [4] 矢澤友貴孝 「コンプトン散乱とクライン-仁科の公式」 2016
- [5] J. H. Hubbell and S. M. Seltzer, NIST: X-Ray Mass Attenuation Coefficients (2004); https://www.nist.gov/pml/x-ray-mass-attenuation-coefficients
- [6] J. S. Coursey, D. J. Schwab, J. J. Tsai, and R. A. Dragoset, NIST: Atomic Weights and Isotopic Compositions with Relative Atomic Masses (2015); https://www.nist.gov/pml/atomicweights-and-isotopic-compositions-relative-atomic-masses