

^{210}Pb の α 崩壊の観測へ向けた大型霧箱の製作

2021 年度 P3 卒業研究

神田大樹 高橋秀治 寺尾樹哉 長谷川稜 林達也 足田純也 廣田晴哉

2022/5/1

1 動機

1.1 ^{209}Bi の崩壊と安定核の限界

2003 年、Beeman, J.W. らの研究 [1] によって、長年安定核であると考えられていた質量数 209 のビスマス ^{209}Bi が不安定核であることが示された。当時 ^{209}Bi は最も重い安定核であると考えられていたため、安定核の質量数の限界を改めるような結果であった。彼らの行った実験は、大きな冷蔵庫の中に Bi を含むような結晶 $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (以下 BGO) を置き、これが崩壊するのを待つというものである。この実験では BGO それ自身が観測対象であると同時にシンチレーターの役割を果たしており、これと外部に取り付けた温度計による情報と合わせて、シンチレーション光の光量と崩壊時のエネルギー散逸による温度変化によって崩壊粒子のプロファイルを特定する。 $5 \times 5 \times 5 \text{cm}^3$ の BGO をこのセットアップで約 400 時間測定することにより 2000 個程度の崩壊が観測され、 ^{209}Bi の半減期は約 $1.9 \times 10^{19} = 1900$ 京年と求められた。

1.2 ^{208}Pb

前述の実験によって最も重い安定核は ^{209}Bi から ^{208}Pb となったが、もしこの原子核も実は不安定核であるとすれば面白い。実際に Q 値を考えると

$$^{208}\text{Pb} \longrightarrow ^{204}\text{Hg} + \alpha, \quad Q = 516.9 \text{keV} \quad (1)$$

となり、エネルギー的には崩壊し得ることがわかる。

1.3 Pb の崩壊の理論値

実際に ^{208}Pb の崩壊を見たいとなると、実験で観測できる期待値＝収量を計算する必要がある。これは実験のセットアップと ^{208}Pb の崩壊率に依存するが、 ^{208}Pb の崩壊率は半減期によって評価できる。 ^{208}Pb の崩壊は上式の α 崩壊であり、 α 崩壊は原子核のクーロン障壁を突破して α 粒子が外に出るトンネル現象であるため、崩壊率 P は次のように計算できる。

$$P \propto \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2m_\alpha (V(x) - E)} dx \right\} \quad (2)$$

ただし、 $V(x)$ は α 粒子が感じるポテンシャルで、 E は α 粒子のエネルギー。これによって半減期のオーダーを求めると表 1 のようになる。

表 1: Pb 主成分の理論的な半減期と Q 値 [2]。

	^{204}Pb	^{206}Pb	^{207}Pb	^{208}Pb	^{210}Pb
半減期 (sec)	10^{44}	10^{74}	10^{157}	10^{131}	10^{16}
Q 値 (keV)	1969.5	1135.5	392.3	516.9	3792

表 1 を見るに、 ^{208}Pb の崩壊の観測は難しいことがわかる*¹。そこで、目標を ^{208}Pb の α 崩壊の観測ではなく比較的半減期の短い ^{210}Pb の α 崩壊の観測に変更した。

1.4 ^{210}Pb

鉛には様々な同位体が含まれているが、表 1 を見ての通り ^{210}Pb は特に強い放射能を持ち、様々な精密実験のバックグラウンドになることが知られている。崩壊は下記の 2 チャンネルあり、 β 崩壊がほぼ 100% の分岐比である。

$$^{210}\text{Pb} \longrightarrow ^{206}\text{Hg} + \alpha, \quad Q = 3792\text{keV}, \quad t_{1/2} = 1.17 \times 10^9 y \quad (3)$$

$$^{210}\text{Pb} \longrightarrow ^{210}\text{Bi} + \beta, \quad Q = 63.8\text{keV}, \quad t_{1/2} = 22.3 y \quad (4)$$

1.5 霧箱

^{210}Pb の α 崩壊は他の同位体に比べるとよく起こる現象ではあるものの、稀な現象であることに変わりはない。したがって、これを観測するには広い観測領域や長時間の測定が必要になる。前述の ^{209}Bi と同様な手法は高コスト且つ技術的に困難であるため、新しい手法として大型の霧箱を開発し、画像認識を組み合わせる長時間の観測を行った。

2 霧箱

2.1 霧箱の仕組み

霧箱とは 1897 年に Charles Wilson によって発明された、荷電粒子の飛跡を検出するための装置である。その原理としては、過飽和状態の気体中を荷電粒子が通過した際、過飽和状態になっている気体がイオン化し、それを凝結核として霧が発生することで、荷電粒子の飛跡がわかるというものである。

この過飽和状態の気体を作り出す方法によって、霧箱は大きく 2 つに大別される。1 つは膨張型と呼ばれるもので、ピストンを用いて気体を断熱膨張させることで気体を冷却し、過飽和状態を作り出すものである。もう 1 つは拡散型と呼ばれるもので、容器の上部で蒸発した気体を、容器の底を冷却することで、中間に過飽和状態を作り出すものである。膨張型では断熱膨張した瞬間にしか過飽和状態を維持することができないため、長時間の実験には適さない。そのため、本実験では、拡散型の霧箱を用いることとした。

*¹ 実際に ^{208}Pb が上述の計算が適用できるような原子核かどうかは誰にも分からないので、表 1 の値よりずっと半減期が短いという可能性はある。

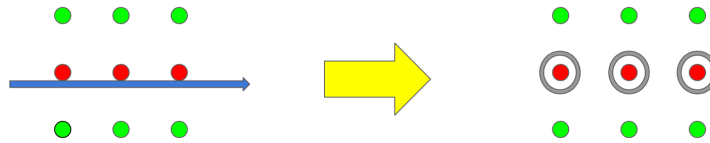


図 1: 霧箱の原理の模式図

3 実験案

3.1 初期案

初期案では、鉛の α 崩壊を「理論上」観測可能な検出器の作成を目標とした。より具体的には ^{204}Pb , ^{206}Pb , ^{207}Pb , ^{208}Pb , ^{210}Pb の由来の α 線を分離して測定し、それぞれの半減期を求めるということを目指した。

異なるエネルギーの α 線を分離するため、霧箱内に磁場をかけ、磁場に垂直な面と、平行な方向を含む面の 2 つをカメラで撮影することで、飛跡の曲率半径を測定し、 α 線のエネルギーを特定する。また、非常に長い半減期の崩壊を測定するため、アクリル板の溝に $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ の鉛板を 5 枚縦にセットし、収量を稼ぐ。さらに、実験は長時間にわたって行う必要があるので、画像解析を行うことで、長時間のデータを効率的に解析する。

この初期案については、鉛の内部で発生した α 線は、鉛自身によって遮蔽され、エネルギーが減衰するため、 α 線が特定のエネルギーを持つわけではなく、それぞれの α 線を分離できないという問題点が発覚したため、断念することとした。

3.2 次案

次案では、鉛由来の α 線を検出するシステムを構築することを目標とし、 ^{210}Pb の曲率半径を画像解析で測定することとした。基本的なセットアップは初期案とほぼ同様だが、より効率的に冷却するため、箱の底面を切り落とし、熱伝導率の高いアルミ板越しに冷却することとした。

この次案についてもいくつかの問題点が発覚した。まず、当初では 20cm ほどの過飽和領域が確保できると考えていたが、今回の冷却システムでは 4cm しか過飽和領域とならず、収量が非常に小さくなってしまった。さらに、鉛板を立てて配置すると温度勾配や蒸気の流れができてしまい、過飽和領域が不安定となってしまう。また、 ^{210}Pb 由来の α 線を曲げるために $0.1 \sim 1\text{T}$ の磁場が必要となるが、霧箱のサイズを大きくしたために、この大きさの磁場を安定して霧箱全体にかけることは難しいことがわかった。以上のような問題点のために、この次案についても断念することとなった。

3.3 本実験

最終的に、磁石を用いて α 線の運動量を測定するのは断念し、また、鉛板を $7\text{cm} \times 18\text{cm}$ の 1 枚にして、これを寝かせて配置することで温度勾配を無くした。そして、曲率半径を測定する必要がなくなるに伴いカメラは主に底面を撮影することとなったが、カメラの性能的に奥ははっきりと見えないので、手前側にのみ鉛を配

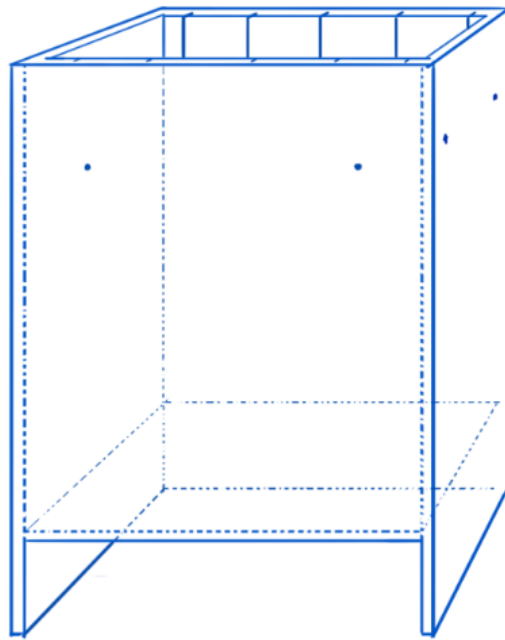


図 2: 初期案での霧箱の設計図

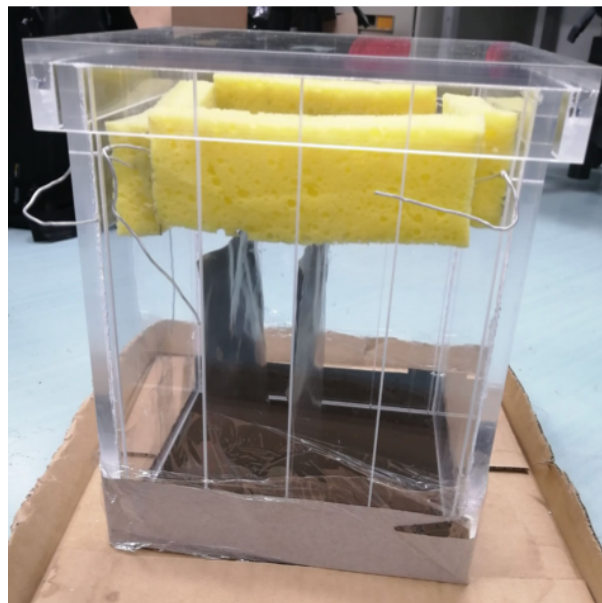


図 3: 初期案、次案での霧箱と鉛の配置

置することにした。霧箱は上からライトを照らし、下には視認性向上のため、黒い植毛紙を敷いた。また、霧箱内にエタノールのプールを作ると高感度な霧箱になるという先行研究 [3] があり、上のスポンジをエタノールで湿らせるだけでなく、底に深さ 5 mm 程度まで溜めた。また、エタノールがこぼれないよう、植毛紙の上

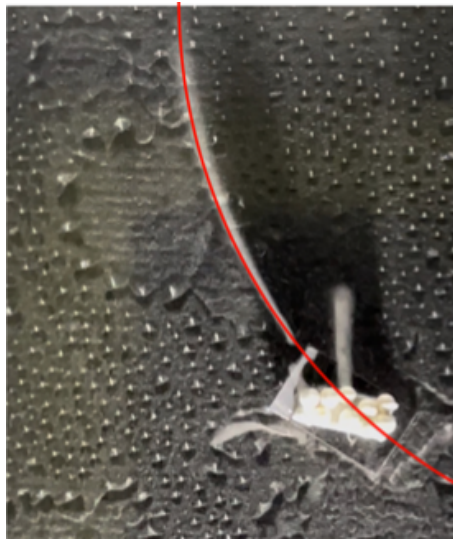


図 4: 予備実験において磁場で曲げられた飛跡

からアクリル箱ごと、ラップで覆った。実験中は空調機器で室温を一定に保ち、カメラで撮った映像は、次節で述べる OpenCV を用いて簡単な解析を行った上で、その様子を Youtube ライブにてリアルタイムで配信し、のちの解析の簡便を図った。

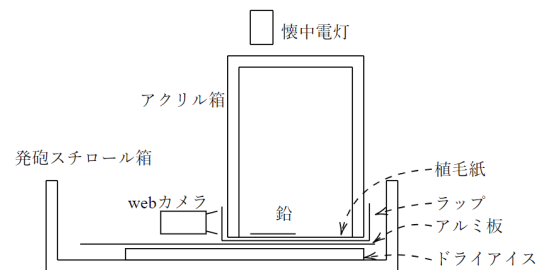
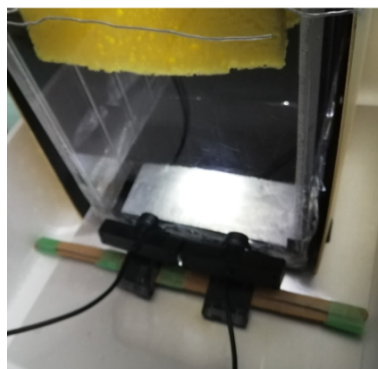


図 5: 本実験の霧箱とカメラの配置

4 動画解析

Python の OpenCV という動画解析によく用いられるライブラリを使用して、霧箱を撮影した動画を解析した。

4.1 動画解析を行った目的

人間が目視で観察するには当然限界がある。そこで、動画をすべて目視で確認する必要がなく、また必要な部分のみを目視で解析すればよいため、長時間のデータを扱う解析手法として、動画解析を採用した。

4.2 動画解析の手法

まず、霧箱を撮影した動画をのうち、画面での動いている部分（霧箱で見たときの α 線によってできる霧に相当する部分）の割合を時間を横軸としてプロットした。そして、ピークが立っている位置を α 線によってできる霧が見えた部分だろうと推定し、その部分のみを目視で確認することで、数日撮影したデータのうち、ほんの一部を目視で確認するのみで良いようにすることができた。

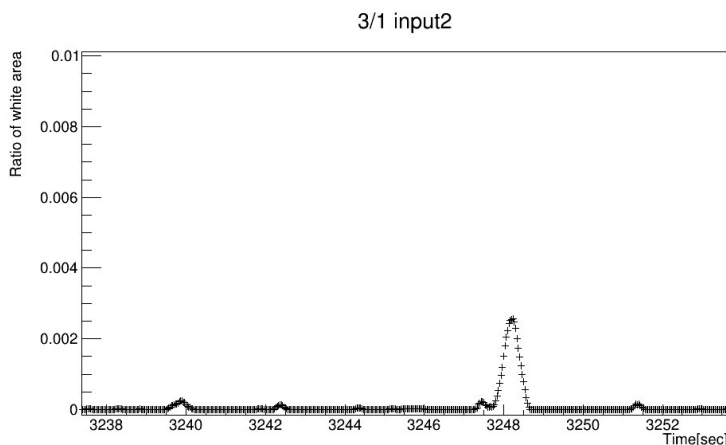


図 6: 3/1(本実験 2 日目) の 2 つ目のカメラの 3248 秒の周辺を切り出した。3248 秒の鋭いピークを α 線によるピークと推定する

5 収量計算

5.1 脱出長

続いて、霧箱の収量を概算する。鉛自身がよい遮蔽材であるがゆえ、鉛の深い位置で放射された α 粒子は、霧を発生させるのに足るエネルギーを持たないか、そもそも、鉛から脱出できない。そこで、どの程度の深さまでなら、霧として観測できる α 粒子を放射できるか知る必要がある。この深さを脱出長 λ と定義する。

ここで、霧として α 粒子が観測できるには、 $Q = 3792 \text{ keV}$ として、 $Q/2$ 以上のエネルギーが必要だとすると、脱出長 λ は

$$\lambda = \int_{Q/2}^Q \frac{dx}{dE} dE \quad (5)$$

で求められる。ここで、 dx/dE は阻止能 dE/dx の逆数であり、阻止能 dE/dx は、Bethe-Bloch の式より、以下のように与えられる。

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (6)$$

ここで、 N_A は Avogadro 定数、 r_e は古典電子半径、 m_e は電子質量、 Z は鉛 (吸収体) の原子番号、 A は鉛の質量数、 ρ は鉛の密度、 z は α 粒子 (入射粒子) の電荷、 β は v/c 、 γ は Lorentz 因子で、 $W_{\max}$ と平均励起ポ

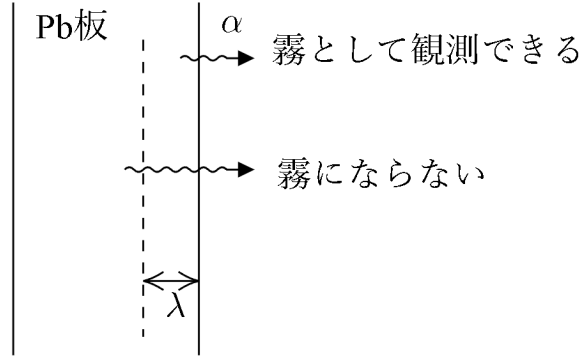


図 7: 鉛表面に対し、垂直に放射された α 粒子が霧を発生させることができる最大の深さを λ と定義する。

テンシカル I は吸収体が十分重く、 $Z \geq 13$ の範囲では

$$W_{\max} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \quad (7)$$

$$I/Z = 9.76 + 58.8Z^{-1.19} \text{ eV} \quad (8)$$

となる [4]。 α 粒子の質量を m_α として、Lorentz 因子は

$$m_\alpha \gamma = E + m_\alpha \quad (9)$$

であるので、 β はエネルギー E の関数として

$$\beta^2 = 1 - \left(1 + \frac{E}{m_\alpha}\right)^{-2} \quad (10)$$

と表せる。これらより、積分を実行すると

$$\lambda = 9.106 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad (11)$$

と求まる。

5.2 収量計算

しかし、脱出長は鉛表面に垂直に放射された α 粒子のみの計算であり、 α 粒子の放射した方向を考慮する必要がある。

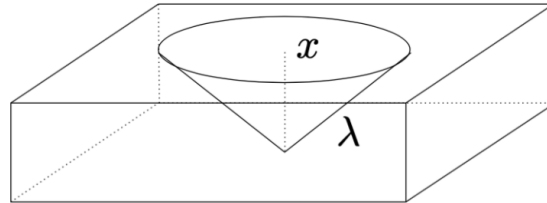


図 8: 観測できる α 粒子は円錐内部を通るものになる

深さ $x < \lambda$ の位置から、 α 粒子が放射されたときを考えると、 α 粒子が鉛内部を λ 以上進まないためには、母線 λ 、高さ x の円錐内方向に放射される必要がある。この円錐が見込む立体角 Ω は

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (12)$$

であるので、 α 粒子が観測できる確率 $P(x)$ は全立体角で割って

$$P(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (13)$$

となる。これより、鉛 210 の個数密度を ρ_0 として、有効的に観測できる鉛 210 の個数 N_{eff} は

$$N_{\text{eff}} = \int dV \rho_0 P(x) = \rho_0 S \int_0^\lambda dx P(x) = \frac{1}{4} \rho_0 \lambda S \quad (14)$$

となる。 S は鉛が霧箱に面する面積とする。実験時間 $T \ll t_{1/2}$ の間に観測できる鉛 210 由来の α 粒子の個数 ΔN は検出効率を α として

$$\Delta N = \alpha N_{\text{eff}} \left(1 - e^{-(\ln 2)T/t_{1/2}}\right) \simeq (\ln 2) \alpha \frac{T}{t_{1/2}} N_{\text{eff}} \quad (15)$$

と表せる。鉛 210 の天然存在比が 10^{-9} 程度 [5] であり、また検出効率を 0.5 とおいて、収量を計算すると、 $T = 24 \text{ h}$ で $\Delta N \simeq 1$ となる。

6 実験結果

本実験として鉛板のみを置いた状態で 8 時間× 5 日、校正データ取得のため、鉛板の上に α 線源を置いた状態で 8 時間、鉛板を取り除いた状態で 8 時間をそれぞれ撮影期間とした。

観測時間後半になるにつれ霧箱表面が曇ってしまい、検出効率が低下していることが判明したため、3 日目以降は霧箱の外面に曇り止めスプレーを塗布。さらに実験を二つに区切り、間で曇りを拭く措置をとった。これにより完全にはないがくもりの解消に一定の効果が見受けられた。条件の変更はこの一点のみである。

その結果、鉛から上向きにでる放射線を目標として解析した結果、いくつか目標となる信号を検出することができた。

6.1 代表的な信号

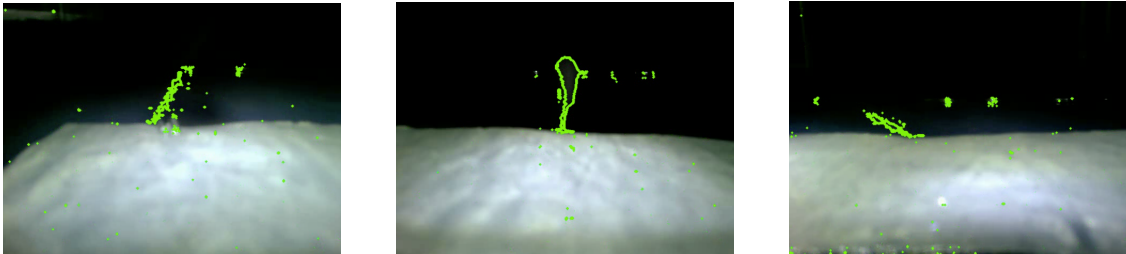


図 9: 代表的な信号

上記の図 9 は比較的大きく見やすい信号であるが、図 10 のように小さな信号も検出されている。

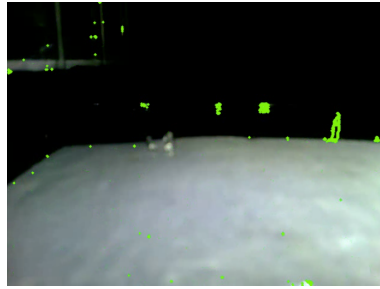
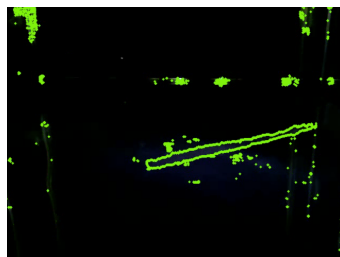
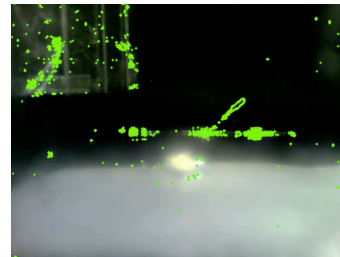


図 10: 小さな信号

これらの信号を注意深く分類することで、目的としていた鉛からの放射線を平均 2 個/h 程度^{*2}で観測することができた。



(a) バックグラウンドの信号



(b) 鉛上の α 線源からの信号

図 11: 予備実験で観測された信号

図 11 は予備実験で観測された信号である。鉛板がない状態で観測された信号は左の図で、宇宙船や環境放射線などの BG の放射線を検出している。本実験と比べ頻度が多く、縦横無尽に放射線が飛び交っているさまが観測された。一方右の図は α 線源^{*3}を置いて観測したものである。図のように α 線源から放射線が出ているのが観測された。

6.2 時間ごとの信号数の比較

次に、霧箱で検出された信号の数を時間ごとに比較し、霧箱が時間が経っても正常に機能しているかを検証する。

信号数は、画像解析により変化率が 0.001 から 0.01 までの信号を数えている。この範囲に明確な根拠はないが、この辺りの数値が放射線の信号が示す値であることを動画で確認している。放射線でない信号も含まれる可能性があるが動画で概ね (9 割以上) 放射線によるものであると確認している。

図 12 は鉛なしの予備実験で取った放射線と思われる信号数のデータで、宇宙線や環境放射線などの BG の信号を検出している。横軸に時間を取り、縦軸は信号の数を取っている。

このグラフから、信号数は減少傾向にあり、観測開始以降急激に検出効率が低下していることがわかる。

^{*2} 本実験の解析で得られた鉛からでた α 線と思われる信号の数。

^{*3} 今回 α 線源として使用した物質はモナザイトという鉱物で、微量のウランやトリウムが含まれている。この α 線源からは数秒に一個程度 α 線が放射されるのを霧箱により目視で確認している。

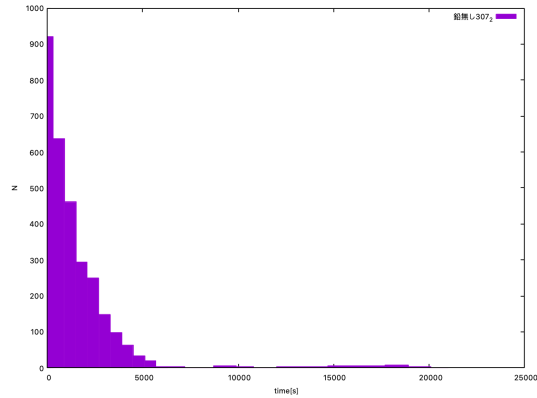


図 12: BG の信号数 (ヒストグラムは一目盛り 600s)

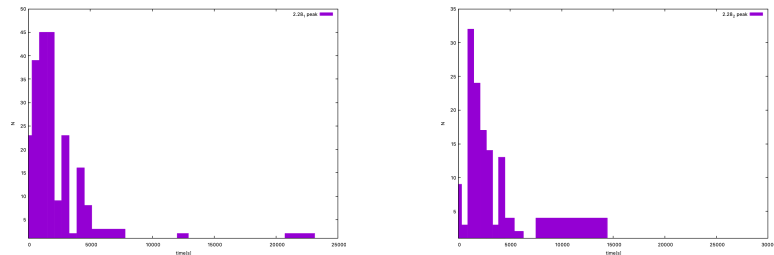


図 13: 本実験初日の信号数 ヒストグラムは一目盛り 600s

本実験で観測された信号数も、BG での結果と同様な検出効率の低下が見られる。図 13 は初日の信号数のグラフだが、いずれも約 2000s 以降で信号数が急激に低下していることがわかる。

表 2: 日毎の信号数のデータ 時間は 8 時間の平均を取っている。

	2/28	3/1	3/2	3/3	3/4	鉛なし	線源あり
信号の数 (/8h)	351.7	109.7	41.8	38.6	53.5	3529	102.7

次に今度は日ごとに信号数を比較した (表 2)。日ごとにセットアップや温度、湿度などの条件を大きく変えていないのにも関わらず、信号数に大きなばらつきがあることがわかる。特に初日とその他では 3 倍から 10 倍までの差ができています。考慮すべき変更点は三日目以降に塗布した曇り止めやアルコールの量、植毛紙の状態などであるが、いずれにせよ霧箱の安定性が非常に低いということが露呈する結果となった。

鉛のない状態では信号の数数が圧倒的に大きいことも特徴的で、本実験で得られた信号の 10 倍以上の数がかウントされた。これにより、鉛を置くことで BG の信号が何らかの理由で検出されなくなるのではないかと推察される。

さらに線源ありの信号が期待されるほど得られていないこともわかる。今回使用した α 線源が数秒に一個程度 α 線を放射するものであることを考えると、数千から数万 (/8h) 程度信号が得られることが期待されるが、今回検出された信号数はそれに比べ明らかに少ない。

6.3 まとめ

今回作成した大型霧箱により、目的としていた鉛からの放射線を平均 2 個/h 程度で観測することができた。しかし、この信号全てが Pb210 由来の α 線だとすると、収量が予想 ($N/d \simeq 1$) を遥かに上回るため考察が必要である。

その上、日ごとに信号数が大きく変化する霧箱の不安定性、時間とともに下がる検出効率、鉛を置くことで BG が見えにくくなる現象などの多くの問題点が浮上する結果となった。

7 考察

7.1 鉛を置くと放射線が見つらなくなる理由

鉛を置くと放射線が見つらなくなる理由として、鉛のある領域では高感度霧箱を実現できていなかった可能性がある。我々は霧箱底部にエタノールプールを作ることによって高感度林式霧箱を実現していた。しかし、本実験では鉛をエタノールプールにかぶらないように霧箱底部に敷いたため、その領域において林式霧箱が実現されず、感度が下がってしまっていた可能性がある。

また別の理由として、鉛を置くことで解析システムが認識できないほど領域が明るくなってしまっていた可能性がある。図 14 のように、鉛を置いていない場合に比べて鉛を置いた場合には、鉛による光の反射によってビデオカメラで撮影する領域が明るくなってしまう。この明るさに放射線による霧が紛れてしまうため、肉眼で見えないほどの霧を検出していた解析システムでさえも霧を認識できなくなっていた可能性がある。

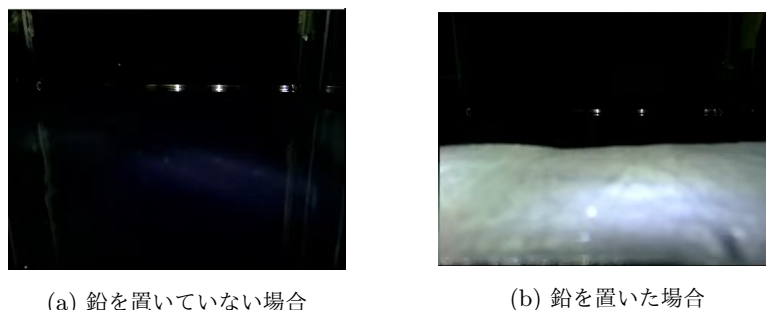


図 14: 鉛の有無による霧箱内の明るさの比較

7.2 検出数の低下

検出数の低下の原因として考えられるのは、前パートにも指摘があったように曇りの効果が大きいと考えられる。前述したとおり、我々は本実験の途中で曇りによる検出数低下に気づきそれ以降は曇り止めスプレーを利用して実験を行った。しかし図 15 のように、曇り止めを塗布した場合でも実験を開始して 2 時間後には曇りが見え始め、6 時間後には鉛と暗闇の境界がぼやけてしまうほど曇ってしまっていることが分かる。これにより、解析システムによる霧の検出が困難になり検出数が低下したと考えられる。

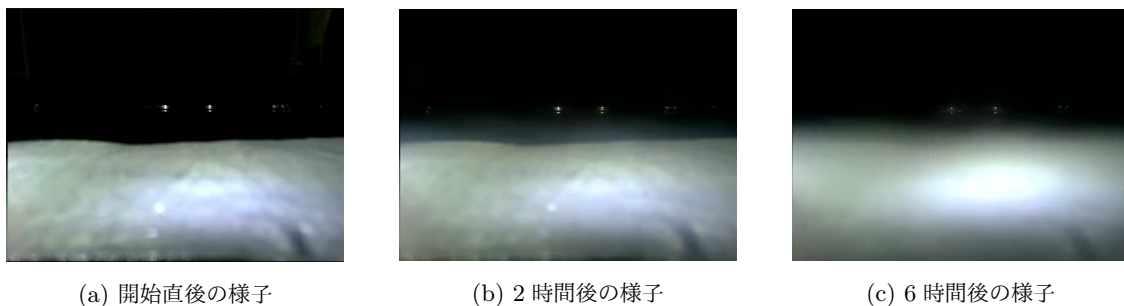


図 15: 曇り止めを塗布した際の曇り具合

7.3 バックグラウンド

標的信号のバックグラウンドとして、宇宙線や β 線が考えられる。しかし、これらは霧箱内につくる飛跡により区別することができる。図 16、17、18 は我々が作成した霧箱を用いて検出された放射線の特徴的な飛跡を示したものである。 α 線は図 16 のように太くはっきりとした霧として検出され、 β 線は図 17 のように細く折れ曲がった飛跡として検出される。そして宇宙線は図 18 のように細長い直線的な飛跡として検出される。このような飛跡の特徴を考慮に入れて解析を行うことで、 α 線とそれ以外の放射線を区別することができる。

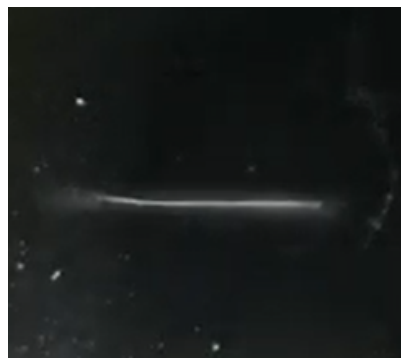


図 16: α 線の飛跡

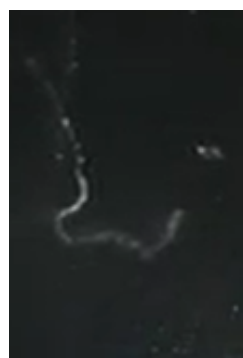


図 17: β 線の飛跡



図 18: 宇宙線 (μ 粒子) の飛跡

致命的なバックグラウンド：屋内ラドン ^{222}Rn

本実験終了後、予想していたよりも信号が多かったため改めてバックグラウンドについて調べたところ、環境 α 線源として屋内ラドン ^{222}Rn が見つかった。ラドンは地下に存在するラジウム ^{226}Ra が α 崩壊することにより発生する放射性的の希ガスである。気体であることから地中から出て家屋の中にも入り込み、主要な環境 α 線源となることが知られている。日本における屋内ラドンの濃度は $16\text{Bq}/\text{m}^3$ 程度であり、これをもとに計算すると霧箱内には 1 時間あたり約 160 個の屋内ラドン由来の α 線が存在することが判明した。この α 線の Q 値は約 5.59MeV であるため、霧箱が鉛由来の α 線を検出できるだけのエネルギー感度を持っているならば、屋内ラドン由来の α 線も検出されることになってしまう。したがって、今回の我々が行った実験において鉛由来の α 線と屋内ラドン由来の α 線を区別することは原理的にできないことになる。

7.4 検出効率の評価

バックグラウンドとして存在することが判明した屋内ラドンを用いて霧箱の検出効率を評価する。鉛がない場合に検出された信号の数は多く見積もって 1 時間あたり 14 個程度*⁴。鉛を置いた場合に検出された信号の数は多く見積もって 1 時間あたり 2 個程度*⁵。一方で屋内ラドンの霧箱内での放射線量は 1 時間あたり約 160 個である。

従って、霧箱の検出効率は鉛がない場合には $14/160$ 、鉛を置いた場合には $2/160$ となり、これをもとに収量を計算し直すと、鉛由来 α 線の 1 日あたりの検出数は 0.01 個のオーダーになることが判明した。このことから、鉛由来の α 線は屋内ラドン由来の α 線に埋没してしまっている可能性が高くなってしまった。

8 結論と今後の展望

8.1 結論

宇宙線を高感度で検出できる霧箱を作ることができた。しかし、霧箱は安定性、精密性の面に難があり、コンスタントで十分な精度の計測が出来ていなかった。箱を大型化した方がいいものの、観測に効く有効領域はかなり狭くなってしまった。今回の実験では、絶対的な値が少なかったため、定量的な議論ができなかった。また、観測したい Pb 由来の α は Rn の α に埋没していた可能性が高いということが実験後に判明した。

8.2 今後の展望

霧箱を 2 方向からカメラで撮影し、3 次元映像としてデータを取得し、その映像を画像解析を用いて数値化し、磁石を用いるなどして曲率半径を求める。これにより粒子の運動量（エネルギー）を物理量として獲得できる。前提として、カメラの検出効率の憂慮をなくすためにできるだけ解像度をよくするべきである。磁石を使えば α 線と β 線を分離することができるが、有効磁場領域が狭いので、霧箱を小さくすることも考えたほうがいい。Rn の影響をなくすために、例えば霧箱内を窒素で充満させることも考えるべきである。

*⁴ 鉛を置かずに実験した日の動画を最初の 1 時間確認し、 α 線と思われる信号の数を数えた。

*⁵ 本実験の解析で得られた信号の数。

9 謝辞

理論ゼミにおいて最先端分野の指導をしてくださった菅沼さん、本実験を行うにあたって、終始適切な助言と丁寧な指導をして下さった成木さん、さらに TA の吉田さん、Feng さん、池田さん、山口さんに深く感謝します。

参考文献

- [1] J. W. Beeman, M. Biassoni, C. Brofferio, C. Bucci, S. Capelli, L. Cardani, M. Carrettoni, M. Clemenza, O. Cremonesi, E. Ferri, A. Giachero, L. Gironi, P. Gorla, C. Gotti, A. Nucciotti, C. Maiano, L. Pattavina, M. Pavan, G. Pessina, S. Pirro, E. Previtali, M. Sisti, and L. Zanotti. First measurement of the partial widths of ^{209}Bi decay to the ground and to the first excited states. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 108, p. 062501, Feb 2012.
- [2] K.P. Santhosh, Indu Sukumaran, and B. Priyanka. Theoretical studies on the alpha decay of $^{178-220}\text{Pb}$ isotopes. *Nuclear Physics A*, Vol. 935, pp. 28–42, 2015.
- [3] 片山裕太, 中野雄介. 霧箱による陽電子の観測. 2017.
- [4] William R Leo. *Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach; 2nd ed.* Springer, Berlin, 1994.
- [5] 佐藤和郎. 鉛同位体地球化学の展望. 鉱山地質, Vol. 24, No. 125, pp. 237–266, 1974.