2009年度 課題研究 P4 中性子源の開発および 1/v 則の検証

石黒洋輔 権業慎也 田城迅 長尾悠人

2010年3月24日

目 次

| 第1章 | 序論 3 |
|--------------------|--|
| 1.1 | - 実験内容 |
| 1.2 | 実験の背景・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ |
| 1.3 | 中性子の分類 : : : : : : : : : : : : : : : : |
| 1.3 | 中任士の万類・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ |
| 第2章 | 実験の原理 |
| 2.1 | - 中性子源の概要 |
| | 2.1.1 中性子の生成 4 |
| | - 2.1.2 中性子の減速と減速材 |
| | 2.1.3 反射材 |
| | 2.1.4 遮蔽 |
| 2.2 | 測定の原理 5 |
| 2.2 | 2.2.1 比例係数管 |
| | |
| | 2.2.2 中性子速度の決定 |
| 第3章 | 実験 1:中性子源の開発 8 |
| 3.1 | 7月実験 |
| | 3.1.1 セットアップ |
| | 3.1.2 結果 |
| | 3.1.3 考察 |
| | 3.1.4 課題 |
| 3.2 | Foil Activation |
| 0.2 | 3.2.1 目的 |
| | 3.2.2 原理 |
| | |
| 9.9 | |
| 3.3 | 1月実験 |
| | 3.3.1 セットアップ |
| | 3.3.2 結果 |
| | 3.3.3 考察 |
| | |
| 笋 / 音 | 宇齢 2・1 /2 則の給証 |
| | 実験 2:1/v 則の検証 22 理論的背景 25 |
| 第 4章 4.1 | 理論的背景 22 |
| | , |

| 4.2 | セットアップ | 6 |
|-----|------------------|----|
| | 試料の選定 2 | |
| 4.4 | 解析 2 | 27 |
| | 4.4.1 データの取り扱い 2 | 27 |
| | 4.4.2 結果 | 27 |
| | 4.4.3 シミュレーション | 29 |
| | 4.4.4 考察 | 60 |
| 第5章 | 結論および展望 3 | 5 |
| 5.1 | 結論 | 35 |
| 5.2 | 展望 | 35 |

第1章 序論

1.1 実験内容

本実験は、次の二つからなる。

実験 1. タンデム加速器を用いた中性子源の開発

実験 2. 中性子吸収断面積における 1/v 則の検証

1.2 実験の背景

低エネルギーの中性子 (熱中性子 ~ 冷中性子) を用いると、中性子の寿命や磁気モーメントの測定、1/v 則の検証など、様々な測定が可能である。昨年度の課題研究 P4 は、中性子源の開発を行い、改良すべき点 (遮蔽によりノイズを軽減すること) が明らかになった。それを受けて、今年度の課題研究 P4 は、中性子源の改良を行い、改良した中性子源を用いて、1/v 則の検証を行った。

1.3 中性子の分類

中性子をその速さ(または運動エネルギー、温度1)に応じて以下のように分類する。

| | 速さ [km/s] | 運動エネルギー | 温度 [K] |
|-------|-----------------|-----------------------------------|---------------|
| 高速中性子 | $\gtrsim 10000$ | $\gtrsim 1~{ m MeV}$ | - |
| 熱外中性子 | $4.4 \sim 4400$ | $0.1~{\rm eV} \sim 0.1~{\rm MeV}$ | - |
| 熱中性子 | ≈ 2.2 | $\approx 25 \text{ meV}$ | ≈ 300 |
| 冷中性子 | $\lesssim 1.4$ | $\lesssim 10 \text{ meV}$ | ≲ 100 |

なお、普通、冷中性子といえば運動エネルギーが約 $1 \mod V$ (温度にして約 $10 \mod K$) 付近の中性子を指すので、ここで指している冷中性子は一般にいう熱中性子と冷中性子の境界 (明確な定義はない) 付近に位置する。

¹ここでいう温度とは、その速さが Maxwell の速さ分布のピークに対応する温度のことである。

第2章 実験の原理

2.1 中性子源の概要

2.1.1 中性子の生成

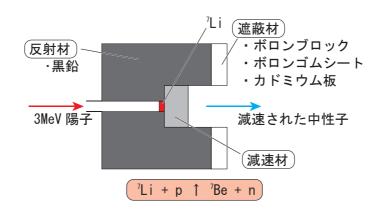


図 2.1: 中性子源の概要図

中性子は

$$^{7}\text{Li} + p \longrightarrow ^{7}\text{Be} + n$$
 (2.1)

という反応によって取り出す。

2.1.2 中性子の減速と減速材

Li を出た中性子は高速中性子なので、それを熱・冷中性子にするために中性子を減速材に通過させる。

中性子は減速材中の陽子と衝突を繰り返して減速していく。そのため減速材には水素が多く含まれる材料が使われる。

使用する減速材はポリエチレンとメシチレンである。熱中性子の発生には常温のポリエチレンを、冷中性子の発生には機械式冷凍機で 10 K まで冷却したメシチレンを使用した。

2.1.3 反射材

減速材の周囲には中性子の散乱断面積が大きい炭素ブロックを配置した、これは減速材の中で散乱されて方向が変わった中性子を減速材の中に戻すことを目的としている。

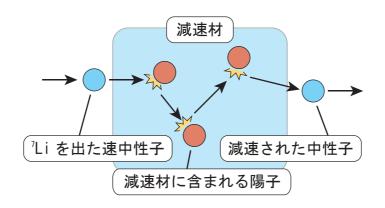


図 2.2: 減速の概念図

2.1.4 遮蔽

前年度の実験では減速材以外の部分からやってくる中性子の存在が確認された。このような中性子を減らすために、今年度の実験では遮蔽材を導入し、減速材以外の部分をカドミウム板、ボロンブロック、ボロンゴムシートで覆った。

2.2 測定の原理

2.2.1 比例係数管

動作原理

今回の実験では、検出器として 3 atm の 3 He 原子が充填された直径 2.54 cm、長さ 35.5 cm の比例計数管を用いた。これらを 5 本用意して測定を行い (図 2.3)、解析においては、この 5 本のうちから完全にボロンゴムシートで遮蔽されたものを除いたデータを使用した。充填ガスは、 3 He 原子核が、後述の中性子との核反応において大きな吸収断面積を持つことからこれを選出した。



図 2.3: 比例計数管

通常比例計数管は、充填ガスの分子が入射した荷電粒子により電離され、その際放出される電子を読み取ることで粒子を検出する。しかし、本実験での検出対象である中性子は、

それ自体では³He 原子を電離することができないので、

3
He + n t + p + 765 keV (2.2)

なる核反応を利用し、これにより生じた $t,\,p$ に $^3{
m He}$ 原子を電離させることで、間接的に中性子を検出した。

計数管の検出効率

以上から検出効率は、中性子が計数管内で $^3{
m He}$ と反応する確率であると考えられる。計数管の形状を考慮しないと、 $^3{
m He}$ と反応する確率は $1-\exp(-n\sigma x)$ で与えられるが、今回計数管は、図のように断面は円状なので、検出効率 P は、

$$P = \frac{1}{a} \int_0^a \left\{ 1 - \exp\left(-n\sigma(E) \cdot 2\sqrt{a^2 - y^2}\right) \right\} dy \tag{2.3}$$

となる。これを計算すると、下図のようになる。

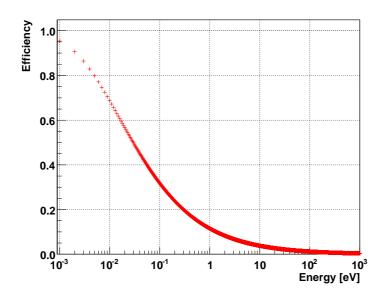


図 2.4: 検出効率

2.2.2 中性子速度の決定

飛行時間測定法

検出した中性子の速度の決定には、飛行時間 (Time Of Flight = TOF) 測定法を用いた。 すなわち、中性子が中性子源から検出器まで飛行するのに要した時間 $t_{\rm TOF}$ と、中性子源-検出器間の距離 L から、検出した中性子の速度 v を求めた。

ここで、 t_{TOF} は中性子が観測された時刻 t_{ob} および生成された時刻 t_{pr} を用いて、

$$t_{\rm TOF} = t_{\rm ob} - t_{\rm pr} \tag{2.4}$$

と表せるが、 $t_{\rm pr}$ は直接測定することができない。そこで、今回は中性子生成の前の段階で、 $^7{\rm Li}$ に入射させる陽子ビームに断続的に生じる電場を掛けて方向をそらす、すなわちチョッパーを掛けることで陽子ビームをパルス状にし、このパルス発生のタイミングから中性子の生成時刻を見積もった。

具体的には、パルスの発生から次のパルスの発生までを 1 周期とし、チョッパーがあいている時間 (パルス幅) を $2\Delta t$ とおいて、その中心 Δt を中性子の生成時刻とした。よって、解析において中性子の速度を求める際には、以下の式を用いた。

$$v = \frac{L}{t_{\rm ob} - \Delta t} \tag{2.5}$$

また、この生成時刻にはパルス幅の分だけ不定性があるため、上式右辺分母の誤差は同じく Δt を用いて、 $\pm \Delta t$ とした。なお、このパルス幅に関する補正は速度を求める際にのみ行い、本レポートにおける TOF 分布の図中などでは、TOF として $t_{\rm ob}$ を採用している。

時間スケール

今回の実験では、 $L=4.6\sim4.7\,\mathrm{m}$ に対して測定周期・パルス幅が $7.0~\mathrm{ms}$ ・ $1.0~\mathrm{ms}$ のものと $6.5~\mathrm{ms}$ ・ $0.5~\mathrm{ms}$ の二通りのパターンがあったが、この状況下では熱中性子 TOF は $2~\mathrm{ms}$ 程度、冷中性子の TOF は $3~\mathrm{ms}$ 以上と考えられ、いずれの場合でも目的のエネルギー領域の中性子が検出可能である。

第3章 実験1:中性子源の開発

昨年度の実験では、熱・冷中性子の発生をおこなったが、 $\mathrm{S/N}$ 比が小さく冷中性子が起こすイベントを測定できなかった。

そこで 7 月実験 $(2009.7.1\sim2)$ では遮蔽材の導入をおこない、中性子源の反射材下流面をボロンブロックで遮蔽した、しかしまだ S/N 比が小さく改善が必要だった。

その反省をいかして 1 月実験 $(2010.1.13\sim15)$ ではさらに遮蔽を強化した。その結果、S/N 比の改善が見られた。この章ではそのことについて述べていく。

3.1 7月実験

3.1.1 セットアップ

7月実験ではまず、昨年度の復習として減速材に常温のポリエチレンを用いて熱中性子の発生をおこなった。さらに減速材を、10 K まで冷却したメシチレンに変えて、冷中性子の発生実験と遮蔽試験をおこなった。

セットアップは図 3.1 の通りである。反射材のサイズは横幅 (図 3.1 において紙面に垂直方向) $60~\rm cm$ 、奥行き (同、紙面上横方向) $45~\rm cm$ 、高さ (同、紙面上縦方向) $50~\rm cm$ である。熱中性子の発生実験でのポリエチレンのサイズは横幅 $15~\rm cm$ 、奥行き $10~\rm cm$ 、高さ $15~\rm cm$ である。冷中性子の発生実験での減速材は、前置減速材のポリエチレン (横幅 $15.3~\rm cm$ 、奥行き $1.5~\rm cm$ 、高さ $20~\rm cm$) と減速材のメシチレン (横幅 $8.3~\rm cm$ 、奥行き $2.5~\rm cm$ 、高さ $10~\rm cm$) からなる。

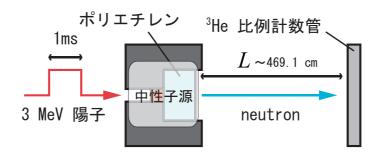


図 3.1: 7月実験のセットアップ (側面図)

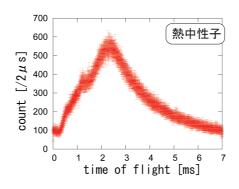


図 3.2: 熱中性子の計測結果

3.1.2 結果

熱中性子の速さは約 $2200~\mathrm{m/s}$ であり、検出器までの距離が約 $4.7~\mathrm{m}$ であるから、熱中性子はおよそ $2~\mathrm{ms}$ のところにやってくるはずである。

グラフを見ると、確かに300 Kの中性子のピークがみられた。

しかし冷中性子発生実験の結果を見ると、冷中性子のはっきりとしたピークは確認できなかった。以上の結果から、減速材から出てくる見たい中性子がどれだけあるのかを確認

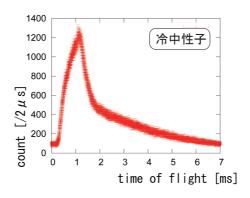


図 3.3: 冷中性子の計測結果

するために、中性子源の遮蔽試験をおこなった。

遮蔽試験は二つの条件下でおこなった。

まずは減速材の露出面をカドミウム板で覆って実験をおこなった。これで冷中性子は観測されないはずだったが、結果として冷中性子と考えられる場所に中性子が観測された。

次に、メシチレンの遮蔽に加えて中性子検出器もボロンゴムシートで遮蔽をおこなった。 これによって減速された熱・冷中性子は観測されなくなるはずであり、実験結果でも遅れ てやってくる中性子は観測されなくなった。

3.1.3 考察

実験結果の比較・考察をおこなう。

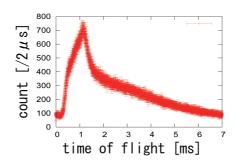


図 3.4: 遮蔽実験 1

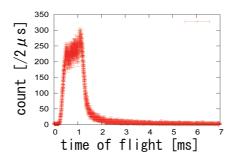


図 3.5: 遮蔽実験 2

まずは、冷中性子の発生実験と減速材の下流面を遮蔽した結果を比較した。

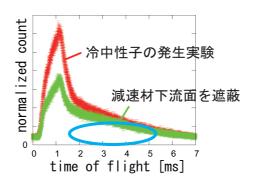


図 3.6: 比較 1

その結果、遅れてやってくる中性子の数は両方でほとんど変わらず、減速材を通ってくる中性子の数は観測される中性子全体の中では非常に小さい割合を占めていると考えられる。

次に、減速材下流面を遮蔽した結果と検出器を遮蔽した結果を比較した。

その結果、検出器を遮蔽することで、遅れてやってくる中性子の大部分が検出されなくなっていることが分かった。つまり、この領域の中性子は減速材は通らなかったが、何らかの理由で減速された中性子であることが判明した。

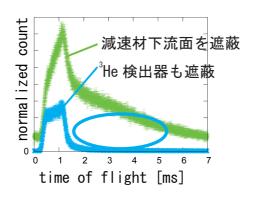


図 3.7: 比較 2

3.1.4 課題

以上の考察の結果、検出器に遅れてやってきている中性子の大部分は観測したい熱・冷中性子ではなく、減速材以外の部分からやってくる中性子ではないかという疑問が浮かんできた。よって、中性子源のどこからどれだけの中性子が出ているのかを知ることが、次におこなう実験の課題として挙がった。これを知るため、1月に Foil Activation 実験をおこなった。

3.2 Foil Activation

3.2.1 目的

7月実験の結果から、減速材から出ている観測したい中性子以外に、中性子源の他の部分から出ている中性子があることがわかった。そして、その減速材以外の部分からやってくる中性子が、検出されている中性子の大部分を占めているのではないかと考えられた。Foil Activation 実験では、中性子源のどこからどれだけの中性子が出ているのかを計測し、我々の中性子源の評価をおこなう。

3.2.2 原理

Foil Activation とは、中性子源の表面に置いた物質がどれだけ放射化したかを計測することで、その場所を通った中性子束を逆算するという実験である。

Foil Activation の反応式は以下のとおり

$${}_{Z}^{A}X + n \rightarrow {}_{Z}^{A+1}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A+1}Y^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_{e} \rightarrow {}_{Z+1}^{A+1}Y$$
 (3.1)

また、中性子束の計算式は、娘核種の数 Nv の増減式

$$dN_{Y}(t) = N_{X}\sigma_{X}\Phi dt - \lambda_{Y}N_{Y}(t) dt$$
(3.2)

より、初めに娘核種が存在しなかったとすると、 T_1 秒間照射した後の N_Y' は、 $N_Y(0)=0,\ N_Y(T_1)=N_Y'$ であるから、

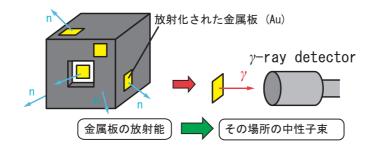


図 3.8: Foil Activation の概念図

$$N_{Y}' = N_{X}\sigma_{X}\Phi \frac{1 - e^{-\lambda_{Y}T_{1}}}{\lambda_{Y}}$$
(3.3)

物質からY出る放射能は

$$D_{Y} = \lambda_{Y} N_{Y} \tag{3.4}$$

照射後計測までの待ち時間 T_2 の間に放射能は D_Y から D_Y' まで減少することを考えて、

$$D_{\mathbf{Y}}' = D_{\mathbf{Y}}e^{-\lambda_{\mathbf{Y}}T_2} \tag{3.5}$$

放射能の計測時間を T_3 秒間とすると、その間に計測される数は、

$$C_{\text{total}} = \int_0^{T_3} D_{Y}' e^{-\lambda_Y t} dt = \frac{D_{Y}' (1 - e^{-\lambda_Y T_3})}{\lambda_Y}$$
 (3.6)

以上の4式から中性子束 Φが求まる。

$$\Phi = \frac{\lambda_{\rm Y} C_{\rm total}}{N_{\rm X} \sigma_{\rm X} (1 - e^{-\lambda_{\rm Y} T_1}) e^{-\lambda_{\rm Y} T_2} (1 - e^{-\lambda_{\rm Y} T_3})}$$
(3.7)

ここで、N は核子数、 σ は断面積、 λ は崩壊定数である。

また、Foil Activation に使用する物質には熱中性子の吸収断面積が大きいこと、存在比が大きいこと、測定に適した半減期を持つこと、および崩壊経路が単純であることが求められる。以上の条件を満たす物質として、今回は 197 Au を用いた。

 197 Au は存在比が 100% であり、放射化した後にできる 198 Au もその 98.6% が $411.8~{\rm keV}$ のガンマ線を出して崩壊する、半減期も約 $2.7~{\rm H}$ と適当な長さである。

以上の理由から、197Au は Foil Activation で使用する物質として適している。

3.2.3 結果

まず、娘核種から出るガンマ線を計測するために使用するゲルマニウム検出器を調べる。 おこなうことは、ゲルマニウム検出器のエネルギー対 ADC チャンネルの校正式決定と、 検出効率の決定である。

実験に用いた放射性同位体は ⁵⁷Co, ⁶⁰Co, ¹³³Ba, ¹³⁷Cs の 4 種である。

実験の結果、 198 Au の崩壊の時に出る 411.8 keV のガンマ線はエネルギーチャンネルの 286.5 ch にあたり、このエネルギーでの検出効率は 7.598% と分かった。

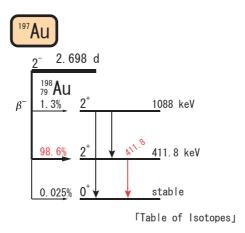


図 3.9: Au の崩壊経路図

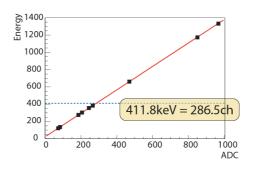


図 3.10: エネルギー-チャンネルキャリブレーション

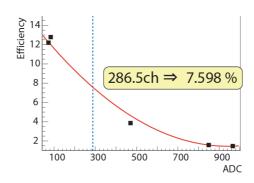


図 3.11: 検出効率

また、中性子の測定箇所は減速材中央、反射材下流面、反射材上流面、反射材側面、反射材上面の 5ヶ所であり、カウント数を算出するために測定結果をガウシアンと一次関数でフィットした。

以上の結果から、中性子源の各面から出ている中性子束を算出した。しかし、各面で1 枚の金属箔しか貼っていないので、その結果をその面全体に適用するという、かなり大ま かな計算となっている。

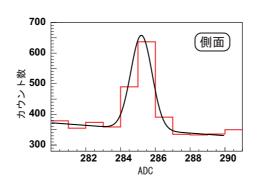


図 3.12: フィットの様子

結果は表3.1にあるとおりである。

表 3.1: 中性子源の各側面から出る中性子束概算値

| | 中性子束 $[\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$ | 誤差 | 面積 $[cm^2]$ | 中性子総数概算 $[s^{-1}]$ |
|-------|---|-------|-------------|--------------------|
| メシチレン | 19450.0 | 139.0 | 83 | 11537.0 |
| 下流面 | 3072.0 | 46.9 | 2417 | 113357.3 |
| 側面 | 487.7 | 40.8 | 4600 | 187542.0 |
| 上面 | 518.7 | 40.8 | 5000 | 203850.0 |
| 上流面 | 962.8 | 46.7 | 2500 | 116750.0 |

面全体で中性子束が同じという大雑把な概算をすれば、メシチレンから出る中性子より もはるかに多くの中性子が他の部分から出ているといえる。

3.3 1月実験

7月実験では、ノイズ (減速材以外から来る中性子) が多いことが問題となったため、反射材の遮蔽を強化して再び 1月に実験を行った。

3.3.1 セットアップ

今回は、比例計数管の裏側等から入ってくる中性子を遮蔽するため、比例計数管全体をボロンシートで覆い、表側に長方形の穴 (以下、比例計数管の有効領域と呼ぶ) を開けた。標的から比例計数管までの距離は約 $4.6~\mathrm{m}$ である。その他は7月実験と同様である。

まず、以下のセットアップ (1-1)、(1-2) でそれぞれ実験を行った (比例計数管の有効領域は 5.0×5.0 cm、パルス幅は 1.0 ms:図 3.13、図 3.14 参照)。

- ・(1-1):遮蔽なし(但し、反射材の下面はボロンゴムシートで覆ってある)
- ・(1-2):(1-1)+側面+上面+前面 (減速材部分を除く) をボロンブロック、ボロンゴムシート、 Cd 板で遮蔽

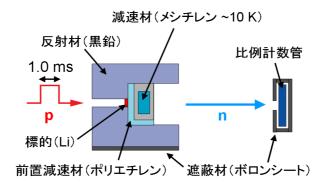


図 3.13: セットアップ (1-1)

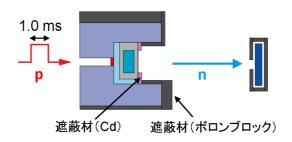


図 3.14: セットアップ (1-2)

次に、以下のセットアップ (2-1)、(2-2) でそれぞれ実験を行った (比例計数管の有効領域は 8.6×34.85 cm、パルス幅は 0.5 ms:図 3.15、図 3.16 参照)。

- ・(2-1):(1-2)+後面をボロンゴムシートで遮蔽
- ・(2-2): (2-1)+減速材 (メシチレン) 部分 (前面で遮蔽されていない領域) をボロンゴムシートで遮蔽

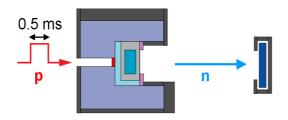


図 3.15: セットアップ (2-1)

3.3.2 結果

セットアップ (1-1) ~ (2-2) の TOF 分布を図 3.17、図 3.18 に示す。縦軸のカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{S})^{-1}]$ については、陽子ビームの電荷量 $10\,\mu\mathrm{C}$ 当たりに規格化してある。

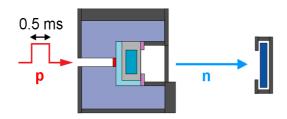


図 3.16: セットアップ (2-2)

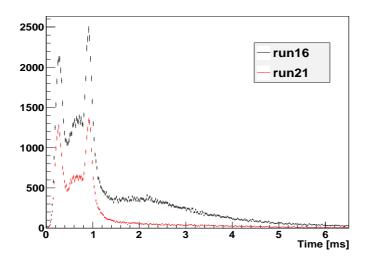


図 3.17: セットアップ (1-1) (run16)、 (1-2) (run21) の TOF 分布:縦軸はカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{s}\cdot10\,\mu\mathrm{C})^{-1}]$

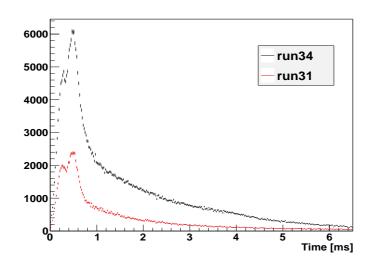


図 3.18: セットアップ (2-1) (run34)、 (2-2) (run31) の TOF 分布:縦軸はカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{s}\cdot10\,\mu\mathrm{C})^{-1}]$

表 3.2: セットアップ (1-1)、(1-2) での収量 (TOF 分布の 3 ms 以降のカウント数の合計)

| セットアップ | 収量 $[(10\mu\text{C})^{-1}]$ |
|--------|-----------------------------|
| (1-1) | 16795 ± 105 |
| (1-2) | 3537 ± 52 |

また、各セットアップでの収量 (TOF 分布の 3 ms 以降 (主に冷中性子を見たいため) のカウント数の合計) を表 3.2、表 3.3 に示す。

3.3.3 考察

表 3.2、表 3.3 を基に、中性子がどこからどれだけ来たのかを分類したものが表 3.4、表 3.5 である。

表 3.4 から、全体の約 8 割を占めているノイズ (側面+前面+上面由来) を、遮蔽によって取り除くことができたことが分かる。また、表 3.5 から、セットアップ (2-1) でのシグ

表 3.3: セットアップ (2-1)、(2-2) での収量 (TOF 分布の 3 ms 以降のカウント数の合計)

| セットアップ | 収量 $[(10\mu\mathrm{C})^{-1}]$ |
|--------|-------------------------------|
| (2-1) | 66985 ± 221 |
| (2-2) | 16399 ± 126 |

表 3.4: 中性子の発生源別収量 (表 3.2 より)

| 発生源 | セットアップ | 収量 $[(10\mu\text{C})^{-1}]$ |
|----------|-------------|-----------------------------|
| 減速材等 | (1-2) | 3537 ± 52 |
| 側面+前面+上面 | (1-1)-(1-2) | 13258 ± 117 |

表 3.5: 中性子の発生源別収量 (表 3.3 より)

| 発生源 | セットアップ | 収量 $[(10\mu\mathrm{C})^{-1}]$ |
|-------|-------------|-------------------------------|
| 減速材 | (2-1)-(2-2) | 50585 ± 255 |
| 速い中性子 | (2-2) | 16399 ± 126 |

ナル (減速材由来) とノイズ (速い中性子由来 (高速中性子や熱外中性子として遮蔽を透過し、外で減速されたもの)) の比 (S/N) 比) は 3.1 であることが分かる。

以上から、遮蔽によって中性子源の S/N 比が改善されたことが分かったが、以下では、セットアップ (2-1) でのシグナル ((2.1)-(2-2)) の TOF 分布を、シミュレーションによって考察する。

シミュレーションの概要

実験で得られた TOF 分布をシミュレーションでどれくらい再現できるかを検証した。この際、モンテカルロ法でシミュレーションを行った。考慮した要素について述べよう。まず、中性子が発生する時間である。これは、ビームには幅 (0.5 ms) と形があり、これにより、すべての中性子が発生する時間が同じではないからである。

次に、発生した中性子の速さである。理想的には、減速材のために、中性子は十分冷やされて熱平衡状態に達していると考えられるので、発生する中性子は Maxwell 分布に従うと考えた。

最後に、検出効率を考慮した。比例計数管に到達した中性子が検出されるかどうかである。この際検出効率は ³He の断面積の文献値をもちいて計算した図 2.4 を用いた。

シミュレーションの手順

では、具体的なシミュレーションの手順を述べたい。

- 1. 中性子が発生する時間の乱数を振る
- 2. 生成される中性子の速さの乱数を振る
- 3. 比例計数管に到達する時間を計算する
- 4. 検出するかどうかを判定するために乱数を振る

なお、3.の到達時間は以下の式で求めた。

$$t = t_0 + \frac{L}{v} \tag{3.8}$$

t: 検出器に到達する時間 t_0 : 中性子が発生した時間 L: 計数管までの距離 $(4.6~\mathrm{m})$ v: 発生した中性子の速さ

ビームの幅と形

TOF 分布の高速中性子の領域を見ればわかるように、ビームの形は一様な形とは、かなり異なっていると考えられる。このため、図 3.19 のような 3 つのビームの形を仮定したとき、シミュレーションで再現される TOF 分布にどれくらい影響があるかを検証した。

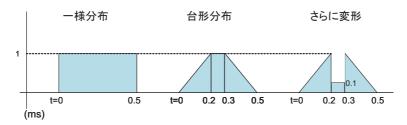


図 3.19: ビームの形

結果は20 のようになった。なおここでは、 $T=300~\mathrm{K}$ としてシミュレーションした。

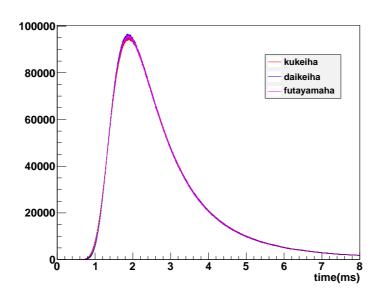


図 3.20: シミュレーション結果

なお、ここで、kukeiha は、一様分布に、daikeiha は、台形の分布に、futayamaha は、台形からさらに変形した図 3.19 の右端の分布に対応している。

ここから、得られる TOF 分布はほぼビームの形に依存しないことが分かるので、以下一様分布を仮定してシミュレーションを行った。

Maxwell 分布

実現されている TOF 分布は二つの Maxwell 分布からできていると考えられる。というのは、減速材の構造から、まずポリエチレンによって、 $T=300~{\rm K}$ に減速され、その後、メシチレンによって、 $T=100~{\rm K}$ 1 まで減速されていると考えられるからである。このため、ポリエチレンによって減速された中性子の中には、メシチレンで減速されないで通り抜けてしまうものもあり、結果として、 $T=300~{\rm K}$ と $T=100~{\rm K}$ の Maxwell 分布に従う中性子が存在すると考えられる。

シミュレーション結果

セットアップ (2-1) でのシグナル ((2-1)-(2-2)) の TOF 分布に、 $T=300~\mathrm{K}$ および $T=100~\mathrm{K}$ でのシミュレーションの結果を重ねたものが図 3.21 である (シミュレーション の TOF 分布のスケールは任意である)。

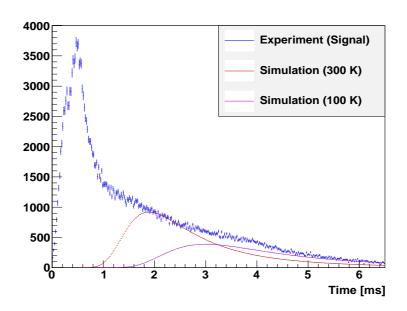


図 3.21: シミュレーションの TOF 分布 (実験データのシグナルの縦軸はカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{s}\cdot10\,\mu\mathrm{C})^{-1}])$

 $^{^1}$ メシチレンの温度は $10~\rm K$ であるため、これは不適当に思えるかもしれないが、 $\rm KEK$ の清水裕彦さんによると、実際には $10~\rm K$ まで下がらず、(シミュレーション等から) ほぼ $100~\rm K$ と考えられるということである。

図 3.21 より、実験データ (シグナル) は、 $T=300~{\rm K}$ の ${\rm Maxwell}$ 分布よりも (速さが) 遅い成分 (冷中性子) が多く、 $T=100~{\rm K}$ の ${\rm Maxwell}$ 分布よりも (速さが) 速い成分 (熱中性子) が多いことが分かる。

そこで、この二つのシミュレーションの TOF 分布を、 $3~{
m ms} < t < 6.4~{
m ms}$ の範囲で実験 データと良く一致するように (χ^2 が最小になるように) 足し合わせた (つまり、シミュレーション結果のそれぞれのスケールをパラメータにして実験データをフィットした) ものが 図 3.22 である ($T=300~{
m K}$ 、 $T=100~{
m K}$ それぞれの成分も示してある)。

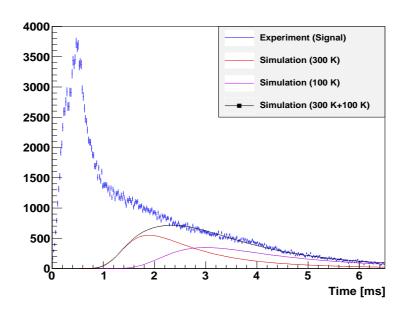


図 3.22: シミュレーションによる実験データのフィット結果 (実験データのシグナルの縦軸はカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{s}\cdot 10\,\mu\mathrm{C})^{-1}])$

フィットの結果、 $T=300~{\rm K}$ と $T=100~{\rm K}$ の成分の比は、約 $1:1(5.81:5.82=0.4996:0.5004, \chi^2/{\rm ndf}=1.032649)$ であった。この図より、実験データのシグナルの約 $3~{\rm ms}$ 以降の TOF 分布は、 $T=300~{\rm K}$ と $T=100~{\rm K}$ の Maxwell 分布が約 1:1 の割合で混ざったものであると理解できる。 $3~{\rm ms}$ より速いところでは、実験データのシグナルはシミュレーション結果からずれてくるが、これは減速材で十分に減速されなかった成分 (熱外中性子)によるものであると考えられる。

第4章 実験2:1/v則の検証

4.1 理論的背景

弾性散乱チャンネル以外がある場合の散乱問題を取り扱う。まじめにこれを取り扱うには、2体の核力を仮定して、多体問題を解けばよいが、これはかなり困難であるので、ここでは、光学ポテンシャルとよばれる複素一体ポテンシャルを導入することにより、核反応の効果を取り入れよう。

4.1.1 光学ポテンシャル

$$H = H_0(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}) \tag{4.1}$$

$$U(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + iW(\mathbf{r}) \tag{4.2}$$

とおく。¹このとき、散乱した状態を表す波動関数の境界条件は

$$\psi \xrightarrow{r \to \infty} e^{ikz} + \frac{f(\theta)}{r}e^{ikr} \tag{4.3}$$

で与えられる。 $f(\theta)$ は散乱振幅とよばれる。

 $f(\theta)$ を球面波展開した形を

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(S_l-1)P_l(\cos \theta)$$
 (4.4)

とおき2、平面波は

$$e^{ikz} \xrightarrow{r \to \infty} \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0} (e^{ikr} - (-1)^l e^{-ikr})(2l+1) P_l(\cos \theta)$$

$$\tag{4.5}$$

とかけるので、これらを境界条件の式(4.3)に代入すると

$$\psi \xrightarrow{r \to \infty} \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0} (S_l e^{ikr} - (-1)^l e^{-ikr})(2l+1) P_l(\cos \theta)$$
 (4.6)

 $^{^1}$ こうおくことで、確率密度の流れが保存しない、つまり、核反応によって、入射核子が弾性散乱チャンネルから消失することが示される。もう少し具体的にいうと、通常、ハミルトニアンのエルミート性から保存の式が得られるが、この場合、その代わりに $\nabla\cdot m{j}(r,t)+rac{\partial}{\partial t}
ho(r,t)=rac{2}{\hbar}W(r)
ho(r,t)$ が得られ、W(r)<0 なら、単位時間に $2|W(r)|/\hbar$ の割合で核子が減少することを意味する。

 $^{^2}S_l$ は、S-Matrix に対応する。

とかける。波動関数の内向き波の項と外向き波の項をそれぞれ

$$\psi_{\text{in}} = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l e^{-ikr} (2l+1) P_l(\cos \theta)$$
 (4.7)

$$\psi_{\text{out}} = \sum_{l=0} S_l e^{ikr} (2l+1) P_l(\cos \theta)$$
(4.8)

とおく

次に核を中心とする十分大きな球をかんがえる。その球面をとおって入る単位時間当たり の粒子数を $N_{
m in}$ とし、出て行く単位時間当たりの粒子数を $N_{
m out}$ とおく。

$$N_{\rm in} = \int j_{\rm in} r^2 d\Omega \tag{4.9}$$

$$N_{\rm out} = \int j_{\rm out} r^2 d\Omega \tag{4.10}$$

より、求まるので、

$$j_{\rm in} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi_{\rm in}^* \frac{\partial \psi_{\rm in}}{\partial r} - \psi_{\rm in} \frac{\partial \psi_{\rm in}^*}{\partial r} \right)$$
(4.11)

$$j_{\text{out}} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi_{\text{out}}^* \frac{\partial \psi_{\text{out}}}{\partial r} - \psi_{\text{out}} \frac{\partial \psi_{\text{out}}^*}{\partial r} \right)$$
(4.12)

から、

$$N_{\rm in} = \frac{\pi v}{k^2} \sum_{l} (2l+1) \tag{4.13}$$

$$N_{\text{out}} = \frac{\pi v}{k^2} \sum_{l} (2l+1)|S_l|^2 \tag{4.14}$$

よって、吸収される粒子数 $N_{
m abs}$ は、

$$N_{\rm abs} = N_{\rm in} - N_{\rm out} \tag{4.15}$$

$$N_{\text{abs}} = N_{\text{in}} - N_{\text{out}}$$

$$= \frac{\pi v}{k^2} \sum_{l} (2l+1)(1-|S_l|^2)$$
(4.15)

となる。³

以上をふまえると、散乱面積 $\sigma_{
m el}$ と反応断面積 $\sigma_{
m re}$ は次のようになる。

$$\sigma_{\rm el} = \int |f(\theta)|^2 d\Omega \tag{4.17}$$

$$= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l} (2l+1)|S_l - 1|^2 \tag{4.18}$$

$$\sigma_{\text{re}} = \frac{N_{\text{abs}}}{v}$$

$$= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l} (2l+1)(1-|S_l|^2)$$
(4.19)

$$= \frac{\pi}{k^2} \sum_{l} (2l+1)(1-|S_l|^2) \tag{4.20}$$

 $^{^3}$ 弾性散乱チャンネルのみのとき、つまり吸収がないときは $|S_l|=1$ となることがわかる。

4.1.2 1/v 則の証明

低エネルギー極限においては l=0 とできる。この極限のもと S_0 を求める。 a を核半径とすると、r > a のとき、動径方向のシュレディンガー方程式をとくと、

$$\psi_0(r) = \frac{\chi_0}{r} = \frac{1}{2ikr} (S_0 e^{ikr} - e^{-ikr})$$
(4.21)

が得られる。r < a のとき、

$$\psi_{0i}(r) = \frac{\chi_{0i}}{r} \tag{4.22}$$

と仮に解けたとする。r=a での接続条件を用いて S_0 をきめる。

$$A \equiv a \left[\frac{d\chi_{0i}/dr}{r} \right]_{r=a} \tag{4.23}$$

とおくと、接続条件より

$$A = a \left[\frac{d\chi_0/dr}{r} \right]_{r=a}$$

$$= ika \frac{S_0 + e^{-2ika}}{S_0 - e^{-2ika}}$$

$$(4.24)$$

$$= ika \frac{S_0 + e^{-2ika}}{S_0 - e^{-2ika}} \tag{4.25}$$

よって、 S_0 についてとくと、

$$S_0 = \frac{A + ika}{A - ika}e^{-2ika} \tag{4.26}$$

$$\simeq 1 + 2i\left(\frac{1}{A} - 1\right)ka \tag{4.27}$$

$$\equiv 1 + 2iKa \tag{4.28}$$

(22), (24) に代入すると、断面積は

$$\sigma_{\rm el} \approx 4\pi \left| \left(\frac{1}{A} - 1 \right) a \right|^2$$
 (4.29)

$$\sigma_{\rm re} \approx \frac{2\pi i}{k} \left(-\frac{1}{A} + \frac{1}{A^*} \right) a$$
 (4.30)

よって、反応断面積が1/vに比例していることがわかる

4.1.3 *A* のエネルギー依存性

一般に、低エネルギーにおいて共鳴があるとき、1/v 則はなりたたない 4 。一方、4.1.2節の証明は、低エネルギーだけを仮定していて、低エネルギー領域では、共鳴があろう がなかろうが正しいように一見思える。そこで、どこがおかしいか見るために、もう少し

⁴今回の実験では、Cd がこれにあたる。

厳密に、4.1.2 節の証明を取り扱おう。式 (4.23) において、A はエネルギーに依存してい る⁵ので、

$$A = A(E) \tag{4.31}$$

とかく。よって、低エネルギーでかつ、A(E)=0 がなりたつ近傍の領域 6 では、1/v 則が 成り立たないことが式 (4.30) からわかる。 $E=E_{\gamma}$ で $A(E_{\gamma})=0$ として、 E_{γ} のまわりで 展開する⁷と、

$$A = A'(E_{\gamma})(E - E_{\gamma}) + \frac{1}{2}A''(E_{\gamma})(E - E_{\gamma})^{2} + \cdots$$
 (4.32)

となるので、これの一次までを式 (4.26) に代入すると、

$$S_0 \approx \left(1 + \frac{2ika}{A'(E_\gamma)(E - E_\gamma) - ika}\right)e^{-2ika}$$
 (4.33)

ここで、

$$\Gamma_{\rm n} \equiv -\frac{2ka}{A'(E_{\gamma})} \tag{4.34}$$

と定義すると、

$$S_0 \approx \left(1 - \frac{i\Gamma_{\rm n}}{E - E_{\gamma} + \frac{i}{2}\Gamma_{\rm n}}\right) e^{-2ika}$$
 (4.35)

ここで、形式的に

$$E_{\gamma} \to E_{\gamma} - \frac{i}{2} \Gamma_{\gamma}$$
 (4.36)

というおきかえをすると

$$S_0 \approx \left(1 - \frac{i\Gamma_{\rm n}}{E - E_{\gamma} + \frac{i}{2}(\Gamma_{\rm n} + \Gamma_{\gamma})}\right) e^{-2ika}$$
 (4.37)

となり、反応断面積は式(4.20)より、

$$\sigma_{\rm re} \approx \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{\rm n} \Gamma_{\gamma}}{(E - E_{\gamma})^2 + \frac{1}{4} (\Gamma_{\gamma} + \Gamma_{\rm n})^2}$$
(4.38)

となり、Breit-Wigner の共鳴の公式が得られる。なお、ここでは E_{γ} , $\Gamma_{\rm n}$, Γ_{γ} は、単なるパ ラメータでどういった物理量かはわからない。これらがどういった物理量が知るためには、 内部構造に立ち入って議論しなければならない。

 $^{^{5}4.1.2}$ 節では低エネルギー極限をみている。

 $^{^6}$ 5なみに、k=0では、式 (4.25)で、 $S_0=1-2ikb(b)$ は複素ポテンシャルにおける散乱長) となることを考慮すると、 $A=\frac{1}{a-b}\neq 0$ となり、この極限では、1/v 則が厳密に成り立つと考えられる。 7 ここで、 $A'(E_\gamma)\neq 0$ を仮定する。

4.2 セットアップ

透過率Tと断面積 σ の関係が

 $T = \exp(-n\sigma x)$

n:粒子数密度

x: 試料の厚さ

であることを利用して、熱中性子に対する試料の透過率から吸収断面積を算出した。具体的には、図 4.1 のように比例計数管直前に試料を配置した場合の中性子の TOF 分布と、試料がない場合の TOF 分布から速度ごとの透過率を求め、そこから上式を用いて吸収断面積の速度依存性を求めた。このときのセットアップは、遮蔽状況を除いて 1 月実験と同様である。

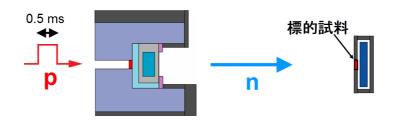


図 4.1: セットアップ

なお、標的試料の配置に関しては、例えば中性子源の直後などにこれをおいた場合に、 反射材から飛び出すなどして試料を通らなかった中性子が計数管に入射する可能性を考慮 して、この位置とした。比例計数管の周囲は試料と同じサイズの窓を除いてすべて遮蔽材 のボロンゴムシートで覆った。

4.3 試料の選定

熱・冷中性子に対する吸収断面積が1/v則を満たし、また散乱断面積が小さいことから Ag、Au を試料として選んだ。逆にこのエネルギー領域に共鳴があり、その影響で 1/v 則が成り立たない試料として、Cd でも実験を行った。

試料のサイズ

試料の形状は、いずれも 5 × 5 cm の正方形のものを使用した。厚さについては、測定する領域で透過率が極端に 1 や 0 に近くならないような値をえらび、結果として以下のような値のものを用いた。

表 4.1: 試料の厚さ

| 試料 | 厚さ [mm] | |
|----|---------|--|
| Ag | 2 | |
| Au | 0.32 | |
| Cd | 0.05 | |

4.4 解析

4.4.1 データの取り扱い

実験で得られたデータ(図 4.2)には、今回注目していない高速中性子のデータも含まれるため、これらは除いて解析を行った。また図 4.2 の最も遅い部分にピークのようなものが見られるが、これは次の測定周期の最も速い成分が見えてしまっているものと考えられ、これも同様に除いた。このように取り出した TOF 分布のうち、冷中性子にあたるよ

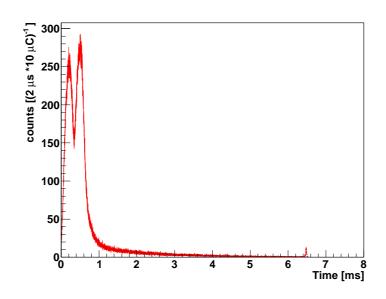


図 4.2: 測定データ (Ag)

うな速度の遅い成分は、もともとのカウント数が少なく、結果的に誤差が大きくなってしまうため、試料毎に適宜 bin の幅を取り直して扱った。

4.4.2 結果

このようにして求めた断面積 (図 4.3, 図 4.4, 図 4.5) を文献値 (図の実線) と比較すると、以下のような結果が得られた。 まず、Cd (図 4.5) に関して、図中の破線は文献値のさらに低エネルギー領域でフィッティングを行った結果であり、これとこの領域での文献

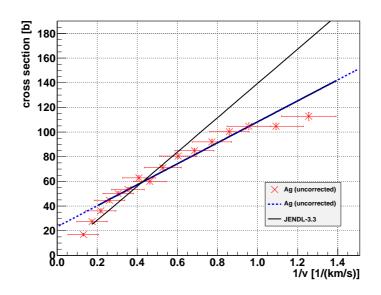


図 4.3: Ag の吸収断面積

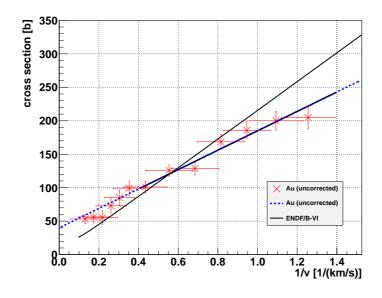


図 4.4: Au の吸収断面積

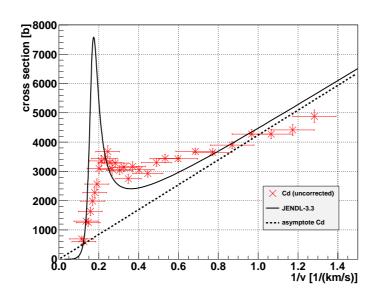


図 4.5: Cd の吸収断面積

表 4.2: フィッティング結果と文献値の比較

| | χ^2/ndf | Prob | 傾き [b・km/s] | 傾き (文献値) [b・km/s] | x 切片 [1/(km/s)] |
|----|-----------------------|------|-------------------------------|----------------------|--------------------|
| Ag | 5.5/12 | 0.94 | 85.0 ± 8.0 | 1.40×10^{2} | -0.274 ± 0.079 |
| Au | 1.3/5 | 0.94 | $(1.45 \pm 0.30) \times 10^2$ | 2.16×10^{2} | -0.277 ± 0.224 |

値(実線)から、Cd はこの領域で 1/v 則が破れていることが分かる。そして実験値でも共鳴にあたる部分にピークが見てとれた。

しかし、Ag、Au に関しては、フィッティングの結果は表 4.2 のようになり、文献値とは一致していない。この乖離の原因として

- パルスに有限の幅があることの影響
- ノイズとなる熱中性子の存在

が考えられ、それを確認するために、パルスに幅を持たせたノイズがない状況をシミュレーションで再現し、文献値と比較した。

4.4.3 シミュレーション

3.3.3 で述べたターゲットなしの TOF 分布のシミュレーションに加えて、各々のターゲットの透過率を考慮した。なお、透過率は $\exp(-n\sigma x)$ で求まるが、このときの σ には、文献値を用いた。

具体的な手順をまとめておくと以下のようになる。

- 1. 中性子が発生する時間の乱数を振る
- 2. 生成される中性子の速さの乱数を振る
- 3. 比例計数管に到達する時間を計算する
- 4. 検出するかどうかを判定するために乱数を振る
- 5. ターゲットを透過するか、 (n,γ) 反応を起こすか判定するために乱数を振る

4.4.4 考察

実験結果に対する補正

シミュレーションの結果は図 4.6 , 図 4.7 , 図 4.8 のようになり、いずれも文献値と良く一致した。

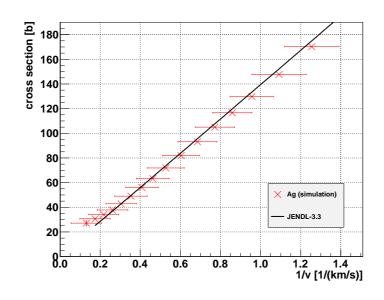


図 4.6: Ag のシミュレーション結果

よって、パルスに幅があることの影響は大きくはないと考えられ、以降はノイズの影響について考察する。

まず、実験結果から得られた透過率 T' のうち、シグナルによる寄与とノイズによる寄与を分けて考える。すなわち、ノイズの断面積 $\sigma_{\rm n}$ と、シグナルの断面積 $\sigma_{\rm s}$ 、およびシグナル、ノイズそれぞれのカウント $N_{\rm s}$ 、 $N_{\rm n}$ を使って、T' が以下のように表せると考える。

$$T' = \frac{N_{\rm s} \exp(-n\sigma_{\rm s}x) + N_{\rm n} \exp(-n\sigma_{\rm n}x)}{N_{\rm s} + N_{\rm n}}$$

$$\tag{4.39}$$

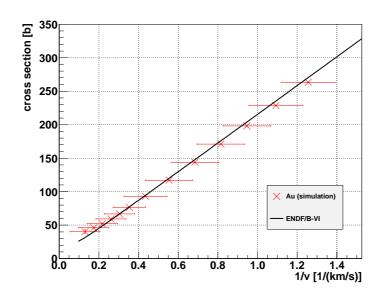


図 4.7: Au のシミュレーション結果

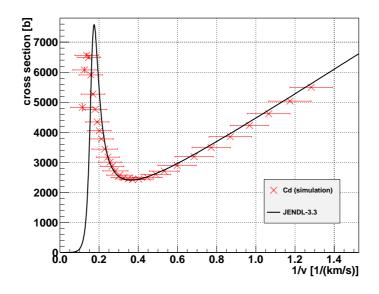


図 4.8: Cd のシミュレーション結果

そしてシグナルの透過率 $T=\exp(-n\sigma_{\rm s}x)$ について上式を逆に解くと、以下のようになる。

$$T = \exp(-n\sigma_{s}x)$$

$$= T'\left(1 + \frac{N_{n}}{N_{s}}(TOF)\right) - \frac{N_{n}}{N_{s}}(TOF)\exp(-n\sigma_{n}x)$$
(4.40)

ところが、7月実験の結果より、今ノイズとして計数管に入射している中性子はほとんどが実験室壁面などで反射した熱中性子と考えられ、これらはそれぞれ異なる経路で計数管に達するために、 σ_n に TOF 依存性を持たせることには意味がない。そこでこれらを室温 $300~{\rm K}$ で熱平衡にたっしたものと考え、各試料に対するこれらの吸収断面積を Maxwell分布で平均し、その値を σ_n とする。

また、 $N_{\rm n}/N_{\rm s}({
m TOF})$ については、全く同じセットアップでノイズの ${
m TOF}$ 分布を測定していなかったため、比例計数管の遮蔽材の窓の大きさだけが異なる同様のセットアップでの測定からシグナル + ノイズの ${
m TOF}$ 分布、それに加えて中性子源下流面も全て遮蔽したセットアップでの測定からノイズの ${
m TOF}$ 分布を得 (図 4.9)、これらから $N_{\rm n}/N_{\rm s}({
m TOF})$ を求めて使用した。なお、このセットアップでの計数管の遮蔽材には、 $8.6\times34.85\,{
m cm}$ の大きさの窓が開けてあった。

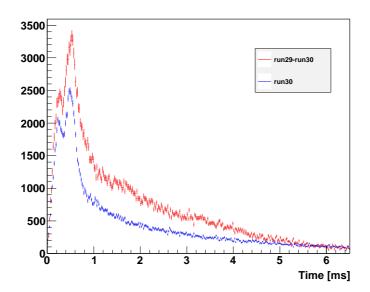


図 4.9: シグナル (run29-run30)、ノイズ (run30)の TOF 分布: 縦軸はカウント数 $[(20\,\mu\mathrm{s}\cdot10\,\mu\mathrm{C})^{-1}]$

補正後の結果

実験値に対して上記の補正を加えると、以下のような結果が得られた (図 4.10、図 4.11、図 4.12)。

表 4.3: フィッティング結果と文献値の比較

| | χ^2/ndf | Prob | 傾き [b・km/s] | 傾き (文献値) [b・km/s] | x 切片 [1/(km/s)] |
|----|-----------------------|------|-------------------------------|----------------------|----------------------------------|
| Ag | 1.6/12 | 1.00 | $(1.53 \pm 0.15) \times 10^2$ | 1.40×10^{2} | $(5.95 \pm 5.11) \times 10^{-2}$ |
| Au | 0.58/5 | 0.99 | $(2.88 \pm 0.61) \times 10^2$ | 2.16×10^{2} | $(1.22 \pm 1.43) \times 10^{-1}$ |

図 4.10,図 4.11 及び表 4.3 より、 Ag 、 Au について、フィッティング直線は原点を通っていると言え、これらの試料についてこの領域で 1/v 則が成り立っていることが確認できた。さらに、傾きも文献値とよく一致しており、解析の妥当性も示されたといえる。

また、Ag、Au に対する結論から、熱中性子より速い成分についても測定の精度がある程度裏付けられたといえ、図 4.12 のピークはやはり共鳴の影響によるものだということが、改めて確かめられた。

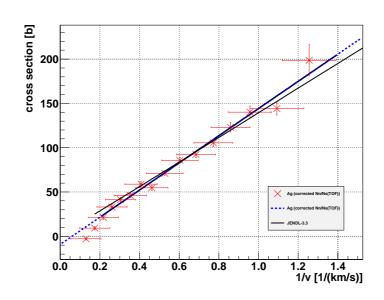


図 4.10: Ag の吸収断面積 (補正後)

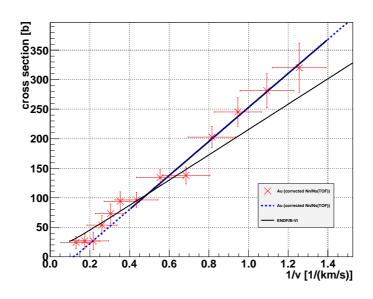


図 4.11: Au の吸収断面積 (補正後)

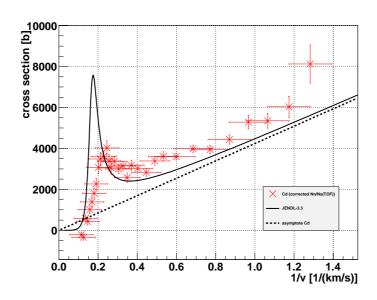


図 4.12: Cd の吸収断面積 (補正後)

第5章 結論および展望

5.1 結論

遮蔽により、熱~冷中性子源の $\mathrm{S/N}$ 比を改善することができた。そして、その中性子源を用いて、1/v 則を検証することができた。また逆に、1/v 則を検証することができたことから、冷中性子が確かに見えていることも分かった。

5.2 展望

これ以上中性子源や計数管のみを遮蔽材で覆う事によりノイズをおとすのは難しいと考えられ、より実験の精度を上げるためには、例えば中性子源から比例計数管までを結ぶ直線上を全て遮蔽材で覆うなどの工夫が求められるだろう。

また、こうすることにより、1/v 則も文献値を用いずに検証できるだろう。

謝辞

本実験に当たってご指導を賜った、以下の方々に謝辞を申し上げる。

京都大学の、今井憲一さん、国広悌二さん、菅沼秀夫さん、藤岡宏之さん、川畑貴裕さん、清水裕彦さん

TAの、須原唯広さん、森津学さん、浅野秀光さん、今城想平さん タンデム加速器技官の、廣瀬昌憲さん、中濱治和さん、松本博さん

参考文献

- 日本原子力研究開発機構核データ評価研究グループ: Japanese Evaluated Nuclear Data Library-3.2((独) 日本原子力研究開発機構原子力基礎工学研究部門核データ評価研究グループ, 1994)(Academic Press, 1975)
- Landolt-Börnstein New Series, I/16 A
- 放射化検出器による炉内中性子束の測定 (KUCA 実験テキスト)
- Richard B. Firestone, Virginia S. Shirley: Table of Isotopes (Wiley-Interscience, 1998)
- W.R.Leo: Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments (Springer-Verlag, 1987)
- 野上茂吉郎:原子核(裳華房,1977)
- 八木浩輔:原子核物理学(朝倉書店,1971)
- 河合光路:岩波講座現代物理学の基礎 原子核論第 III 部 (岩波書店, 1982)
- L.D Landau, E.M Lifshitz:量子力学(東京図書, 1983)
- H.A.Bethe, G.Placzek: Phys.Rev.(1936) 51