

2024 年度 修士論文

原子核の高励起対振動探索のための ($\alpha, {}^6\text{He}$) 反応
スペクトルの多重極展開解析

2025 年 1 月 24 日

京都大学理学研究科
原子核ハドロン物理学研究室

伊津野 勝英

概要

相の構造を知ることは、自然界の物質を理解するために重要である。核子の超流動相には2種類の素励起モードが存在するが、我々はその内のヒッグスモードに焦点を当て、核子超流動におけるヒッグスモードと考えられている「対振動」について研究している。

無限系の超流動相に見られるヒッグスモードは、系のポテンシャルの形に応じて決まったエネルギーを持っている。それに対して、有限系の原子核内での対振動は、原子核の変形や殻効果によって、0 から 20MeV 程度までの広いエネルギー範囲に分散すると予測されており、これら全てを和則で解析することで、ヒッグスモードが再構築できる。今まで $^{120}\text{Sn}(p,t)$ 反応によって低エネルギー領域は測定されてきたが、高エネルギー領域に対してさらなる対振動モードを見つけるために、運動学的な条件の良い $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応を用いた実験が我々の研究グループによって実施された。

これにより、広いエネルギー範囲での反応スペクトルを得ることができたが、この中には対振動にあたるモード (0^+) 以外にも様々なスピン・パリティの成分が混ざっている。そこで本研究では、対振動成分の抽出を目的として、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の反応スペクトルに対して、多重極展開法 (MDA) を適用した。MDA とは、軌道角運動量移行 ΔL の大きさごとに特徴的な角度分布を持つことを利用して、励起スペクトルを各 ΔL 成分に分離する手法である。

しかし、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ のような2核子移行反応は、粒子が1つずつ移行する2段階移行と、2粒子が同時に移行する1段階移行の2つの機構が存在しているため、この違いにより角度分布の形状が大きく変わる可能性がある。そこで、2つの反応機構が角度分布へどのような影響を及ぼすか調べた。

解析の結果、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応では、この2つの反応機構による角度分布への影響は見られなかった。この原因としては、2段階移行の散乱箇所が考えられる。

$^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応の場合、標的核の吸収効果が大きく、2段階移行での2度の散乱箇所は、互いが近い場所のみに限定される。そのために、1段階移行とほとんど変わらないような経路でしか散乱を行わず、角度分布が一致すると考えられた。

上記の性質を用いて、1段階移行で理論計算を行い、MDA を行った。その結果、過去に (p,t) 反応でも観測された対振動モードを再現することに成功し、MDA が機能していることが確認できた。また、4.6MeV 付近に新たな対振動モードを発見することができた。今後は、MDA のより詳細な解析として、MDA に用いるパラメータ依存性などを調べる。また、さらに高励起の領域にも MDA を適用することで残りの対振動成分も探索する予定である。

目次

第 1 章	序論	3
1.1	核子対凝縮 (超流動)	3
1.2	中性子 1S_0 対凝縮	3
1.3	集団励起モード	4
1.4	実験での核子対凝縮の探索	4
1.5	エネルギー和則	5
1.6	核子対凝縮探索における運動学的問題	6
1.7	対振動モードを取り出す際の問題	8
1.8	多重極展開法 (MDA)	8
1.9	反応機構	9
1.10	本研究の目的と本論文の構成	9
第 2 章	理論	10
2.1	光学ポテンシャル	10
2.2	DWBA	11
2.2.1	遷移行列	11
2.2.2	ボルン近似	11
2.2.3	歪曲波への拡張 (DWBA)	12
2.2.4	内部状態との切り分け	13
2.2.5	組み換え反応	13
2.3	角度分布と軌道角運動量移行	14
2.4	HFB+QRPA 計算	15
2.4.1	HFB 近似	16
2.4.2	QRPA 計算	17
第 3 章	反応機構に対する解析	19
3.1	反応機構が及ぼす角度分布への影響	19
第 4 章	多重極展開解析	24
4.1	QRPA,DWBA で実際に得られた理論計算の結果	24
4.1.1	QRPA 計算結果	24
4.1.2	DWBA 計算結果	27
4.2	実験結果に合わせた理論計算結果の較正	28
4.2.1	重心座標系から実験系への変換	28
4.3	単一状態と理論計算の比較	29
4.4	多重極展開法 (MDA) の結果	31
4.4.1	3.5MeV まで結果と、過去の実験結果 (p, t) との比較	31

4.4.2	7.4MeV までの励起状態での結果、 0^+ の位置議論	34
第 5 章	結論と今後の展望	38
	謝辞	39
	参考文献	39
付 録 A		41
A.1	理論計算で用いた入力	41
A.1.1	DWBA 計算	41
A.2	理論計算での出力結果	46
A.2.1	QRPA 計算で得られた 0.1MeV ごとの励起エネルギー別の遷移密度	46
A.2.2	DWBA 計算で得られた軌道角運動量移行 ΔL ごとの励起エネルギー別の角 度分布	50
A.2.3	多重極展開 (MDA) を行った際の、励起エネルギーごとのフィッティング結果	54
A.2.4	多重極展開 (MDA) を行った際に得られた角度別のスペクトル	56

第1章 序論

1.1 核子対凝縮 (超流動)

2体間に引力がはたらくようなフェルミオン多体系では、2つのフェルミオンがクーパー対を作成して1つのボゾンのように振る舞う対凝縮が観測されている。これは強い相互作用のはたらく核子多体系でも同様であり、陽子、中性子が対を作る核子対凝縮 (超流動) は、低温核物質の性質を理解するために必要不可欠である。

特に中性子星の構造とは深く関係していると考えられている [1]。中性子星には表面から中心にかけて低密度から超高密度までの広い密度領域が存在しており、それぞれの密度で特徴的な相が表れる。そのような相の中の1つが核子対凝縮相であり、核子対凝縮を解明することで、中性子星の冷却速度や、パルサーグリッチ現象の謎を説明できるようになるとされている [2]。

しかし現状は解明には程遠く、対凝縮を特徴づけるエネルギーギャップの値に不定性が残されている状況である。これは対凝縮の性質を定量的に評価する実験的手法がないからである。そこで、我々は対凝縮の性質を定量的に決定できる手法が求められている [3]。

1.2 中性子 1S_0 対凝縮

核子クーパー対は、2核子間の相対角運動量 L , 合成スピン S , 全角運動量 $L + S = J$ によって決まる2体系の角運動量情報 $^{2S+1}L_J$ と、アイソスピン T, T_z によって様々な状態が考えられる。具体例として、図 1.1 に S 波 ($L = 0$) で考えられる核子クーパー対の一覧を示す。

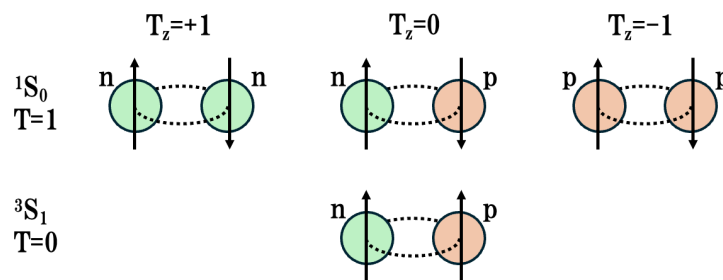


図 1.1: S 波の核子クーパー対の種類

[4]

この中で、我々が今回研究対象にしているのは最も低密度で発現し、かつ原子核中でも存在が確認されている中性子同士の 1S_0 対凝縮である。

1.3 集団励起モード

核子対凝縮系では2つの集団励起モードが表れる。核子対凝縮の起きている核物質中のエネルギーギャップを変数として、無限系における有効ポテンシャルは図 1.2 のようになる。

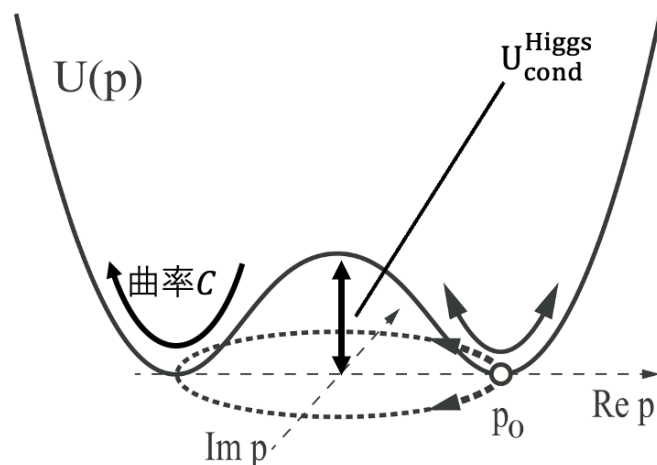


図 1.2: エネルギーギャップ p を変数とした有効ポテンシャル $U(p)$ の大きさ 破線方向が回転方向、実線方向が振動方向を表す。(出典:Progress of Theoretical and Experimental Physics [4])

対凝縮が発生しない通常相 (非凝縮相) では、2 次関数の形になり、エネルギーギャップが 0 の時に基底状態となる。しかし、対凝縮が発生する場合 (凝縮相) は図 1.2 のようなワインボトル型となり、0 ではない $|p| = p_0$ の時に基底状態となる。ここで、凝縮相では基底状態が選ばれる U1 対称性の自発的破れにより、回転方向 (Anderson-Bogoliubov モード) と振動方向 (Higgs モード) の 2 つの集団励起モードが表れる。この励起モードは有効ポテンシャルの形状に依存するので、このモードのエネルギーや強度を調べることで対凝縮の性質に迫ることが出来る [4]。

1.4 実験での核子対凝縮の探索

無限系の核子対凝縮した核物質を直接調べることは現実的ではない。そこで、一般的に対凝縮を調べる際は有限系の原子核の内部を調べる。 (p, t) 反応のような2核子移行反应用いることで、2つの励起モードの大きさを考えることが出来る。反応した際に、基底状態-基底状態間の遷移(対回転モード)と基底状態-励起状態間の遷移(対振動モード)として2つのモードが表れる。原子核反応で表れるこれらはそれぞれ無限系の集団励起モードに対応しており、対回転モードがAnderson-Bogoliubovモード、対振動モードがHiggsモードに対応する。

無限系では、Higgs モードのスペクトルは決まった 1 つの励起エネルギーに対してピークが立つ。しかし、原子核内部は有限系であるため、変形や殻効果の影響により対振動モードが幅広い励起エネルギーに分散してしまう。そこで我々は、広い励起エネルギーに対してスペクトルを調べあげて、対振動モードから Higgs モードの強度を再構成を試みている。

1.5 エネルギー和則

ここでは、Higgs モードの遷移強度を対振動モードの遷移強度から再構築して、有効ポテンシャルの形状を求める方法を示す [4]。ある励起エネルギー E への対振動モードの遷移強度 $S_H(E)$ は次の式で表すことができる。

$$S_H(E) = \sum_{0 \leq \nu} \left(\left| \langle 0_v^+, N-2 | \hat{P}_{\text{rm}} | 0_{\text{gs}}^+, N \rangle \right|^2 + \left| \langle 0_v^+, N+2 | \hat{P}_{\text{ad}} | 0_{\text{gs}}^+, N \rangle \right|^2 \right) \delta(E_v - E) \quad (1.1)$$

ただし、 $\hat{P}_{\text{ad}}, \hat{P}_{\text{rm}}$ は対付加演算子、対除去演算子といい Woods-Saxon 関数の形状因子 $f(r) = \frac{1}{1+\exp((r-R)/a)}$ を用いて

$$\begin{aligned} \hat{P}_{\text{ad}} &= \int d\mathbf{r} Y_{00} f(r) \hat{P}^\dagger(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\mathbf{r} f(r) \psi^\dagger(\mathbf{r} \downarrow) \psi^\dagger(\mathbf{r} \uparrow) \\ \hat{P}_{\text{rm}} &= \int d\mathbf{r} Y_{00} f(r) \hat{P}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\mathbf{r} f(r) \psi(\mathbf{r} \uparrow) \psi(\mathbf{r} \downarrow) \end{aligned} \quad (1.2)$$

で表される。

また、Higgs 演算子 α_H を静的分極率とよび、 $\hat{P}_H = \hat{P}_{\text{ad}} + \hat{P}_{\text{rm}}$ と $S_H(E)$ を用いて、

$$I_{-1} = 2 \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} dE \frac{S_H(E)}{E} = 2 \sum_{\nu} \frac{|\langle \nu | \hat{P}_H | 0 \rangle|^2}{E_v} = \alpha_H \quad (1.3)$$

とエネルギーの逆数と遷移強度の積の和則で表される。

一方で、Hellmann–Feynman の定理から、エネルギーギャップ $p = \langle \hat{P}_H \rangle$ を変数とする対凝縮の有効ポテンシャル $U(p)$ に 4 次多項式を仮定すると、基底状態でのエネルギーギャップ $p_0 = \langle \Psi_0 | \hat{P}_H | \Psi_0 \rangle$ を用いて、基底状態での $U(p)$ の曲率 C と、対凝縮エネルギー $U_{\text{cond}}^{\text{Higgs}}$ (図 1.2) は

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\alpha_H} \\ U_{\text{cond}}^{\text{Higgs}} &= -\frac{1}{8} \frac{p_0^2}{\alpha_H} \end{aligned} \quad (1.4)$$

と表すことができる。以上で、対振動モードの遷移強度から有効ポテンシャルの形が求められた。

ここで、理論計算 [4] によれば、励起エネルギー 20MeV までの対振動モードの遷移強度を足し合わせることであれば、80 パーセントの精度で曲率 C が求められることが予測されている (図 1.3, 図 1.4)。

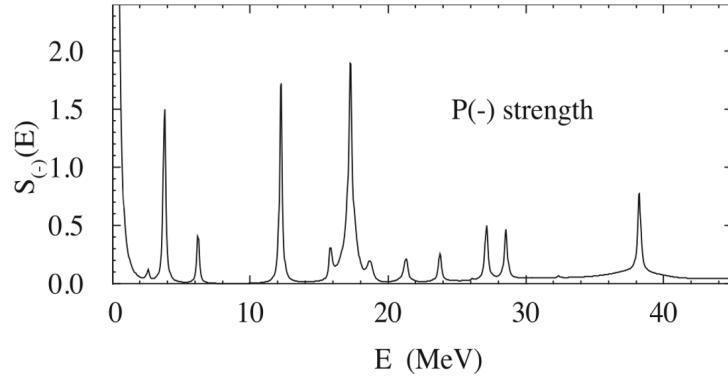


図 1.3: QRPA 計算で求められた対除去反応での対振動モードの遷移強度 [4]

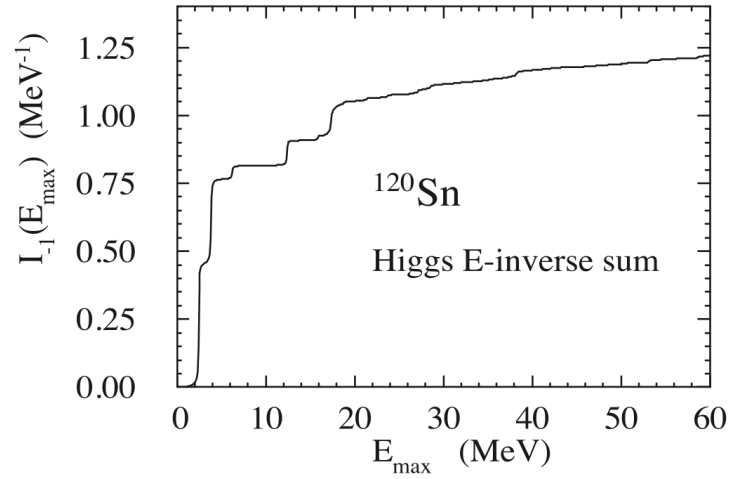


図 1.4: エネルギー和則の励起エネルギー最大値とその逆数の和の関係 [4]

1.6 核子対凝縮探索における運動学的問題

前節で有効ポテンシャルの形を求めるためには、励起エネルギー 20MeV ぐらいまでの ^{120}Sn の対振動モードの遷移強度が必要だと判明した [4]。よって、20MeV 以上の励起エネルギーを測ることができる反応を用いる必要がある。しかし、実際に測定するにあたり運動学的な制約が存在する。

運動学的に反応後の標的核の励起エネルギー E_x は、およそ $E_i - E_f + Q$ で求められる。ただし、 E_i, E_f は始状態、終状態での入射粒子の運動エネルギー Q は Q 値を表す。つまり、始状態に入射エネルギーが大きくなるような反応が好ましい。また、対振動モードは軌道角運動量移行が $\Delta L = 0$ の遷移として表れることと、反応が表面で起こりやすいことを考慮すると、10 から 20MeV までの励起エネルギーでの始状態と終状態での Grazing Angular Momentum の差を 0 に近づけ、できるだけ対振動モードの断面積を大きくしたい。

上記について、今回測定したいエネルギー領域である励起エネルギー 15MeV の時に、それぞれの反応に対して、どのくらいのビームエネルギーが適切かを比較した (図 1.5, 1.6)。

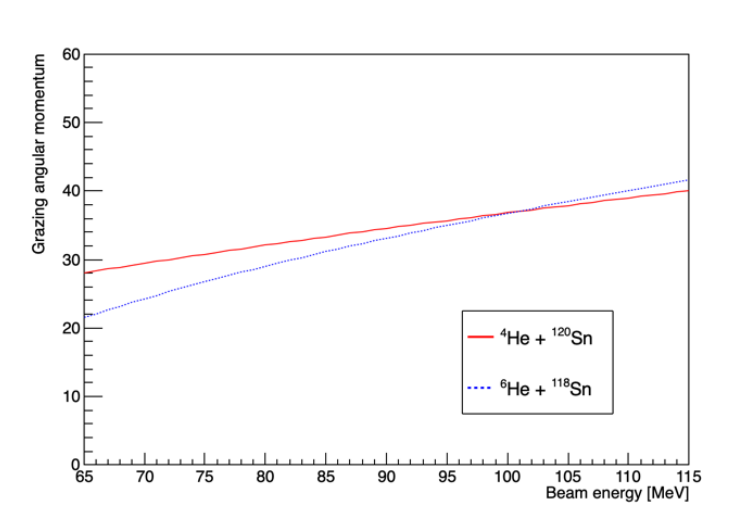


図 1.5: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応における励起エネルギー 15MeV での始状態と終状態でのビームエネルギーと Grazing Angular Momentum の比較

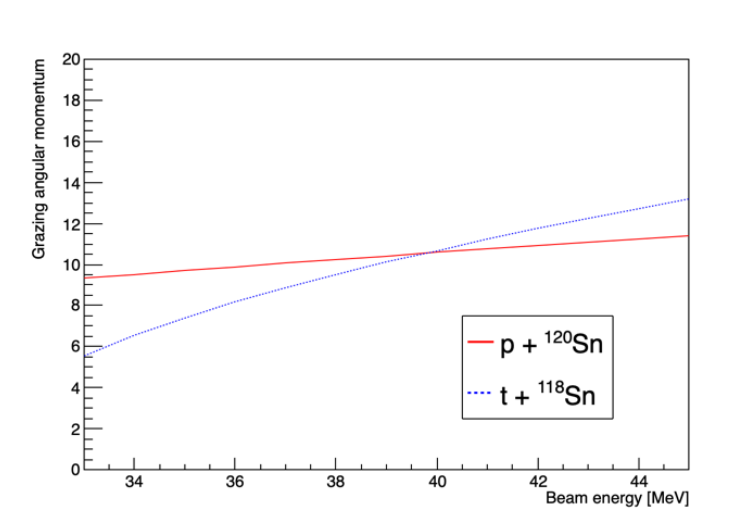


図 1.6: $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応における励起エネルギー 15MeV での始状態と終状態でのビームエネルギーと Grazing Angular Momentum の比較

上記の図を比べると、 $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応で励起エネルギー 15MeV を図るには、適切なビームエネルギーが 40MeV となり、Q 値が約 7MeV であるので、実験で検出すべき粒子 t の運動エネルギーは約 18MeV となる。一方で、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応では、適切なビームエネルギーが 100MeV となり、Q 値が約 14MeV であるので、実験で検出すべき粒子 ^6He の運動エネルギーは約 70MeV となる。今回測定する反応が直接反応であり、できるだけ終状態での射出粒子のエネルギーが高い方がよいことを考慮すると、 $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応よりも $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応を用いて実験を行うのが適切であると考えられる。そこで、我々の研究グループ PHANES では上記の条件を満たす反応として、入射粒子の運動エネルギーが 100MeV の $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応を選んだ。

1.7 対振動モードを取り出す際の問題

今回解析の対象である PHANES の E585 実験では 100MeV の $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})^{118}\text{Sn}$ 反応での測定を行うことで、基底状態の ^{120}Sn に、ある励起状態の ^{118}Sn にどれだけ遷移するかについて調べた。その結果を図 1.7 に示す。

しかし、これで測定されたスペクトルの中には対振動モードや対回転モード以外のものも存在する。対振動モードや対回転モードに当たる遷移は、全て軌道角運動量移行が $\Delta L = 0$ の遷移を行うが、この中には $\Delta L = 2, 3, 4$ などの異なる成分混ざっているため、 $\Delta L = 0$ である対振動成分を抽出する必要がある。

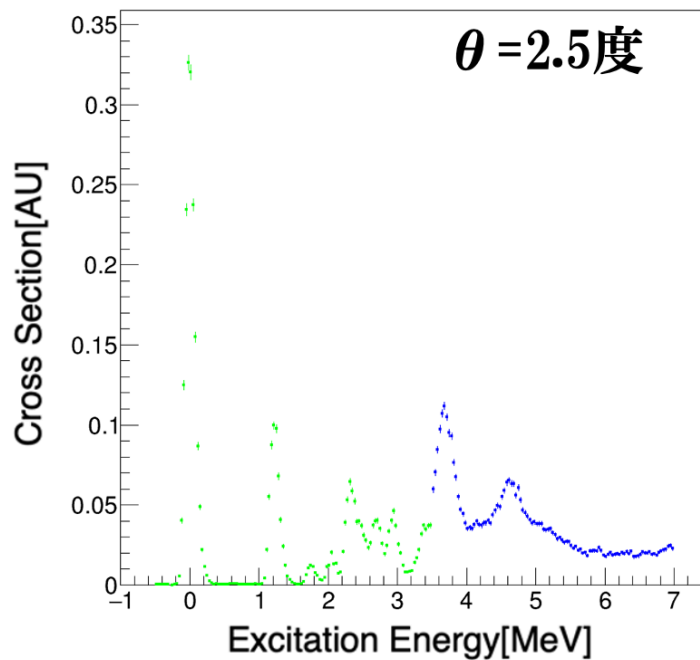


図 1.7: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応実験で得た励起スペクトル

上記のために次に述べる MDA を行う。

1.8 多重極展開法 (MDA)

表面型の散乱を起こす反応に対して、得られる角度分布の山谷の表れ方が、軌道角運動量移行 L で決まり、終状態の核構造にはあまりよらないという性質を持つ (4 章で後述)。MDA (Multi-Decomposition Analysis) とは、この性質を利用することで、得られた角度分布を移行角運動量ごとに分離する手法である。

式として表すと以下ようになる。

$$\sigma_x(\theta) = \sum_L C_L \sigma_L(\theta) \quad (L \text{ は移行角運動量}) \quad (1.5)$$

ここで、 $\sigma_x(\theta)$ は実験値で得た θ における反応断面積を表し、 $\sigma_L(\theta)$ は理論計算で求めた移行角運動量 L の θ での反応断面積を表す。今回測定した $(\alpha, ^6\text{He})$ 反応は表面型の散乱を起こすため、

MDA を行うことは可能であると予測される。本研究では、 $\sigma_L(\theta)$ を求めるにあたり DWBA 計算を用いた。

1.9 反応機構

今回 MDA を行う $(\alpha, {}^6\text{He})$ 反応は、図 1.8] に示すような 1 段階移行 (direct) と 2 段階移行 (sequential) という 2 つの反応機構を持つ特徴がある。

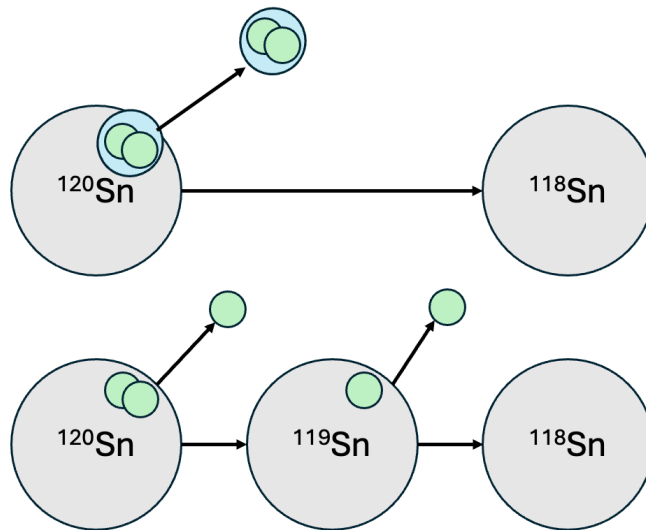


図 1.8: 上:1 段階移行, 下:2 段階移行

今まで MDA が用いられてきたのは非弾性散乱や 1 粒子移行反応などの、上記の 2 つの機構を持たない反応のみであった。

1.10 本研究の目的と本論文の構成

本研究の目的は、 ${}^{120}\text{Sn}(\alpha, {}^6\text{He})$ 反応に実際に MDA を行うことで、あらたな対振動モード ($\Delta L = 0$) をを見つけることである。本論文は全 5 章で進めていく。まず第 2 章で理論計算をするにあたり必要な理論について解説する。次に第 3 章では、2 つの反応機構を持つ ${}^{120}\text{Sn}(\alpha, {}^6\text{He})$ 反応と、同じく 2 つの反応機構を持っている ${}^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応を理論計算で比較することで、2 つの反応機構が角度分布に対してどのような影響を及ぼすかを調べた。続いて第 4 章では、実際に実験で得た励起スペクトルに対して MDA を行い、過去の ${}^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応実験で得られた 3.5 MeV までの励起スペクトルと比較することで MDA が正しく機能しているかを調べた。また、3.5 MeV 以上に対して MDA を行い、新たな対振動モードを調査した。最後に第 5 章では全体での結論と今後の展望について述べる。

第2章 理論

2.1 光学ポテンシャル

標的核と入射粒子の弾性散乱を考える際、入射粒子は標的核が作る一体ポテンシャル $V(\mathbf{r})$ によって散乱されると考えることができる。しかし、実際には弾性散乱以外の様々な反応過程 (非弾性散乱や核子移行反応など) も起こっているはずである。これらの効果を吸収項 $iW(\mathbf{r})$ で導入した一体ポテンシャルを光学ポテンシャルと呼び、以下の形で表すことができる。

$$U(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + iW(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

この光学ポテンシャルを用いて Schrödinger 方程式を表すと、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + iW(\mathbf{r}) \right\} \psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.2)$$

となる。ただし、 M は換算質量を表す。ここで左から ψ^* を掛けて、虚数部だけを取り出すと、以下のように書ける。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{\hbar}{4iM} \cdot \nabla (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{\rho W}{\hbar} \quad (2.3)$$

ただし、 ρ は $\rho = \psi^* \psi$ を表す。ここで確率の流れの密度

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\hbar}{2iM} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \quad (2.4)$$

を導入すると、

$$\nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = \frac{2}{\hbar} W(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}, t) \quad (2.5)$$

と書き直せる。つまり $W(\mathbf{r}) < 0$ ならば、単位時間あたりに $\frac{2|W(\mathbf{r})|}{\hbar}$ の流れが失われていることになり、実際に $W(\mathbf{r})$ は吸収を表していることが確認できた。

2.2 DWBA

2.2.1 遷移行列

今、 $a+A \rightarrow b+B$ 型の反応について考えていく。このとき、微分断面積 $\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$ は次の式で求めることができる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{v_f}{v_i} \left(\frac{(2\pi)^2 \mu_f}{\hbar^2} \right)^2 |T|^2 \quad (2.6)$$

ここで、 μ_f は入射粒子と標的核間の相対運動の換算質量、 v_i, v_f は、それぞれ始状態、終状態の波の速さを表す。また、 T は遷移行列 (T 行列) 要素といい、始状態から終状態への遷移確率を表す。[5]

2.2.2 ボルン近似

遷移行列を求めるためには、散乱後の波動関数を求める必要がある。ここでは DWBA の前身となるボルン近似を用いて波動関数を求める方法について説明する。ボルン近似とは、相互作用 $\mathcal{V}$ が十分小さい時に用いることが出来る波動関数を求める方法である。

いま、全系と自由粒子の Schrödinger 方程式を

$$H\psi = E\psi, \quad H_0\phi = E\phi \quad \Longrightarrow \quad (\nabla^2 + k^2)\phi = 0 \quad (2.7)$$

として表す。全系の波動関数を $\psi = \phi + \xi$ と表すと、この時の差分 ξ は

$$\xi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \int G_0(\mathbf{k}; \mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathcal{V}(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.8)$$

で求めることができる。ただし、 $\mathcal{V}$ は $\frac{2m}{\hbar^2} V$, $G_0(\mathbf{k}; \mathbf{r})$ は Green 関数であり、 $(\nabla^2 + k^2) G_0(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r})$ を満たす次の関数で表される。

$$G_0^{(\pm)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{\exp(i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r})}{(k \pm i\epsilon)^2 - k'^2} d\mathbf{k}' = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(\pm ikr)}{r} \quad (2.9)$$

以上から、全系の波動関数は次の積分方程式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \psi^{(\pm)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \phi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \xi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) \\ &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\exp(\pm i\mathbf{k} \cdot |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \mathcal{V}(\mathbf{r}') \psi^{(\pm)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここで、式 2.10 は自己無撞着方程式となるので、 $\mathcal{V}(\mathbf{r}')$ が十分に小さいならば、以下のように逐次近似を用いて求めることが可能である。

$$\begin{aligned}\psi^{(\pm)(0)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ \psi^{(\pm)(1)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\exp(\pm i k |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \mathcal{V}(\mathbf{r}') \psi^{(\pm)(0)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ \psi^{(\pm)(2)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\exp(\pm i k |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \mathcal{V}(\mathbf{r}') \psi^{(\pm)(1)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}'\end{aligned}\quad (2.11)$$

ここで、 $\psi^{(\pm)(n)}$ は n 回代入をした時の計算結果であり、物理的には n 回 $\mathcal{V}$ によって散乱させられた時の波動関数を表している。(図 2.1) [6]

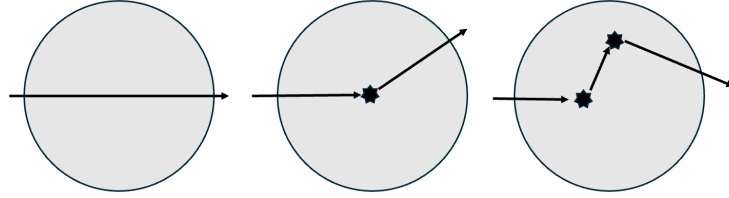


図 2.1: 左から順に 0 次, 1 次, 2 次 Born 近似を模式的に描いた図

2.2.3 歪曲波への拡張 (DWBA)

先ほどの Born 近似では相互作用 V が十分小さいという仮定の下、平面波から自己無撞着方程式を用いて求めていった。しかし、現実にかかる反応では V は無視できないほど大きい。そこで、ある光学ポテンシャル U を仮定して、 $V - U$ が十分小さい (真のポテンシャルとの差がほとんどない) という仮定の下で近似を行う DWBA が、反応計算でよく用いられている。

まず、 $U' = U(r) - V$ が十分小さくなるような $U(r)$ を仮定する。いま、全系と歪曲波の Schrödinger 方程式は

$$H\psi = E\psi, \quad H_{opt}\chi = E\chi \quad \implies \quad (\nabla^2 + k^2 - U(r))\chi = 0 \quad (2.12)$$

と書ける。ただし、 $U(r) = \frac{2m}{\hbar^2}U(r)$ とする。全系の波動関数を $\psi = \chi + \xi$ と表すと、この時の差分 ξ は

$$\xi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \int G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r} - \mathbf{r}') (\mathcal{V}(\mathbf{r}') - U(\mathbf{r}')) \psi(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.13)$$

で求めることができる。ただし、 $\mathcal{V}$ は $\frac{2m}{\hbar^2}V$, $G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r})$ は Green 関数であり、 $(\nabla^2 + k^2 - U(r))G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r})$ を満たす。

以上から、全系の波動関数は次の積分方程式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
\psi^{(\pm)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \chi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \xi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) \\
&= \chi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \int G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r} - \mathbf{r}')(\mathcal{V}(\mathbf{r}') - \mathcal{U}(\mathbf{r}'))\psi^{(\pm)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}'
\end{aligned} \tag{2.14}$$

ここで、式 2.14 は自己無撞着方程式となる。いま、 $\mathcal{U}(\mathbf{r}') - \mathcal{V}(\mathbf{r}')$ は十分に小さいので、以下のように右辺そのものを代入する逐次近似を用いて求めることが可能である。

$$\begin{aligned}
\psi^{(\pm)(0)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \chi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) \\
\psi^{(\pm)(1)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \chi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \int G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r} - \mathbf{r}')(\mathcal{V}(\mathbf{r}') - \mathcal{U}(\mathbf{r}'))\psi^{(\pm)(0)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\
\psi^{(\pm)(2)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) &= \chi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \int G_{opt}(\mathbf{k}; \mathbf{r} - \mathbf{r}')(\mathcal{V}(\mathbf{r}') - \mathcal{U}(\mathbf{r}'))\psi^{(\pm)(1)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}') d\mathbf{r}'
\end{aligned} \tag{2.15}$$

ここで、 $\psi^{(\pm)(n)}$ は n 回代入をした時の計算結果であり、 n 回 $\mathcal{V} - \mathcal{U}$ によって散乱させられた時の波動関数を表している。[6]

2.2.4 内部状態との切り分け

Born 近似や DWBA 近似を用いて求めてきた波動関数が、相対運動の波動関数と内部波動関数に分けられるものとする、

$$\psi(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \phi_{rel}(\mathbf{k}; \mathbf{r})\phi_{in} \tag{2.16}$$

と書くことが出来る。この時、遷移行列要素は

$$\begin{aligned}
T_{\beta\alpha} &= \int \psi_{\beta}^{(-)}(\mathbf{k}_{\beta}, \mathbf{r}_{\beta})^* V \psi_{\alpha}^{(+)}(\mathbf{k}_{\alpha}, \mathbf{r}_{\alpha}) d\mathbf{r}_{\alpha} d\mathbf{r}_{\beta} \\
&= \int \phi_{rel-\beta}^{(-)}(\mathbf{k}_{\beta}, \mathbf{r}_{\beta})^* < \phi_{in-\beta} | V | \phi_{in-\alpha} > \phi_{rel-\alpha}^{(+)}(\mathbf{k}_{\alpha}, \mathbf{r}_{\alpha}) d\mathbf{r}_{\alpha} d\mathbf{r}_{\beta}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

と書くことが出来る。

2.2.5 組み換え反応

今、組み換え反応

$$a + \underbrace{(B+x)}_{=A} \rightarrow \underbrace{(a+x)}_{=b} + B \tag{2.18}$$

について考える。ここで、 b は a と x からなる粒子、 A は B と x からなる粒子を表す。いま直接反応について考えると、摂動項で使われる相互作用 V は始状態、終状態で以下のように表される。

$$\begin{aligned} V_{\text{prior}} &= V_{Ba} + V_{xa} - U_{Aa} \\ V_{\text{post}} &= V_{Ba} + V_{Bx} - U_{Bb} \end{aligned} \quad (2.19)$$

この座標系は図 2.2 で表される。ただし、始状態を i チャンネル、終状態を f チャンネルとした。始状態での内部座標は $\xi_i = (\mathbf{r}_i, \xi_x, \xi_B, \xi_a)$, 終状態での内部座標は $\xi_f = (\mathbf{r}_f, \xi_x, \xi_B, \xi_a)$ で表される。この 2 つの座標系は 1 つにまとめて $\xi = (\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_f, \xi_x, \xi_B, \xi_a)$ で次のように表すことが出来る。

$$\mathbf{r}_i = -\frac{M_b M_B}{M_x (M_B + M_b)} \left(\mathbf{R}_f - \frac{M_B}{M_A} \mathbf{R}_i \right), \mathbf{r}_f = -\frac{M_b M_B}{M_x (M_B + M_b)} \left(\mathbf{R}_f - \frac{M_a}{M_b} \mathbf{R}_i \right) \quad (2.20)$$

また、この変換のヤコビアンは

$$J = \left| \frac{\partial (\mathbf{R}_i, \xi_i)}{\partial (\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_f, \xi_{if})} \right| = \left| \frac{\partial (\mathbf{R}_i, \mathbf{r}_i)}{\partial (\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_f)} \right| = \left(\frac{M_b M_B}{M_x (M_B + M_b)} \right)^3 \quad (2.21)$$

と表される。遷移行列要素は式 (2.17) の V に $V_{\text{prior}}, V_{\text{post}}$ を用いて、ヤコビアンを掛けることで求めることが可能になる。

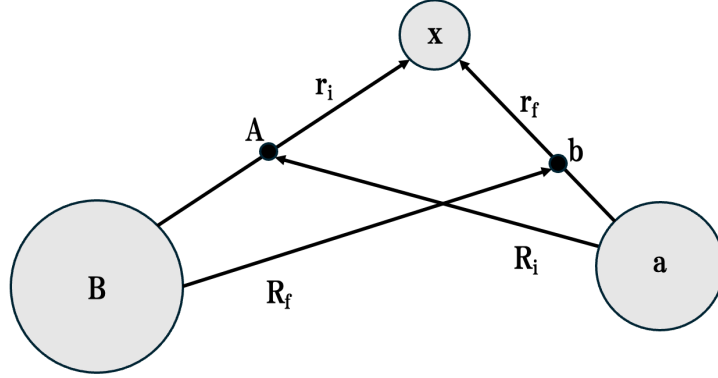


図 2.2: 組み換え反応における座標設定

2.3 角度分布と軌道角運動量移行

表面型の反応で得られる角度分布は軌道角運動量移行に大きく依存することを示す。今 $a + A(B + x) \rightarrow b(a + x) + B$ という反応について考える。すると始状態の波動関数は

$$\psi = \exp \left[i \mathbf{k}_A \cdot \frac{M_B \mathbf{r}_B + M_x \mathbf{r}_x}{M_B + M_x} \right] \phi_A(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_x) \quad (2.22)$$

と書くことが出来る。ただし、 $\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_x$ はそれぞれ粒子 B、x と粒子 a との相対座標を表し、 ϕ_a は a に対する A の波動関数を表す。

この時、 ϕ_A のフーリエ変換

$$G(k) = \int \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \phi_A(r) d\mathbf{r} \quad (2.23)$$

を用いて、

$$\psi = \int \exp(i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_x) G(K) d\mathbf{k}_B \quad (2.24)$$

と書くことが出来る。ただし、 $\mathbf{q}, K$ とは

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_B - \frac{1}{2}\mathbf{k}_A, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B \quad (2.25)$$

と表され、 $\mathbf{q}$ は運動量移行である。この波動関数をレイリー展開すると以下のように書ける。

$$\psi = \int \exp(i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}_B) \sum_{\ell} (2\ell + 1) i^{\ell} j_{\ell}(qr_x) P_{\ell}(\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_x) G(K) d\mathbf{k}_B \quad (2.26)$$

ただし、 j_{ℓ} は球 Bessel 関数を表す。ところで、移行反応のような直接反応では原子核の表面で起こることが期待される。これは表面でなければ、より複雑な反応へと進む可能性が高いからである。よって、入射粒子と標的核の半径の和を $\mathcal{R}$ とすると、 $\mathbf{r}_x = \mathcal{R}$ の時に反応が起こる。軌道角運動量移行が l の粒子 x に対して反応が起こった時を考えると、その微分断面積は

$$|j_l(q\mathcal{R})G(K)|^2 \quad (2.27)$$

と書くことができる。ここで、 j_{ℓ} は遠方では次のような振る舞いをする。

$$j_l(r) = \frac{\sin\left(r - \frac{l\pi}{2}\right)}{r} \quad (r \rightarrow \infty) \quad (2.28)$$

つまり、これは軌道角運動量移行 l によって、微分断面積の形、つまり角度分布が特徴付けられていることを示している。[5] これは実際に、4.1.2 にて確かめることができる。

2.4 HFB+QRPA 計算

HFB 近似とは、平均場とペアリング場を統合し、準粒子 (粒子とホールの混合) で多体系を記述する近似理論である。また、QRPA とは、ある超流動基底状態が与えられた際に、多体量子系の励起状態を記述する近似理論である。今回は HFB 近似から ^{120}Sn に対する基底状態を計算して、そこから励起状態を QRPA 計算で求め、粒子除去演算子を作用させることで内部波動関数を計算した。

2.4.1 HFB 近似

2 対相互作用を考慮した原子核全体でのハミルトニアンは以下のように書ける。

$$\hat{H} = \sum_{ij} t_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \quad (2.29)$$

ただし、 $c_i^\dagger c_j$ は調和振動子の生成消滅演算子、 t_{ij} , $\bar{v}_{ijkl}$ はそれぞれ 1 体相互作用 (運動エネルギー), 2 体相互作用のポテンシャルに対応する。この時、平均場ハミルトニアンは次のように書くことができる。

$$\hat{h}_{\text{HFB}} = \hat{h} - \lambda \hat{N} = \sum_{ij} \left[(t_{ij} + \Gamma_{ij}[\rho] - \delta_{ij} \lambda) c_i^\dagger c_j + \Delta_{ij}[\kappa] c_i^\dagger c_j^\dagger + \Delta_{ij}^*[\kappa] c_j c_i \right] \quad (2.30)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}[\rho] &= \sum_{kl} \bar{v}_{ikjl} \rho_{lk} & \rho_{ij} &= \langle \Phi_{\text{HFB}} | c_j^\dagger c_i | \Phi_{\text{HFB}} \rangle \\ \Delta_{ij}[\kappa] &= \frac{1}{2} \sum_{kl} \bar{v}_{ijkl} \kappa_{kl} & \kappa_{ij} &= \langle \Phi_{\text{HFB}} | c_j c_i | \Phi_{\text{HFB}} \rangle \end{aligned} \quad (2.31)$$

とする。また、 $\Gamma_{ij}\lambda$ は粒子数の拘束条件に対する未定乗数を表す。このとき、次のように生成演算子のみ、消滅演算子のみ項が出ないように対角化することを考える。

$$\hat{h}_{\text{HFB}} = \langle \Phi_{\text{HFB}} | \hat{h}_{\text{HFB}} | \Phi_{\text{HFB}} \rangle + \sum_{\mu>0} \left(E_\mu \alpha_\mu^\dagger \alpha_\mu + E_{\bar{\mu}} \alpha_{\bar{\mu}}^\dagger \alpha_{\bar{\mu}} \right) \quad (2.32)$$

これは式 2.4.1 に示す Bogoliubov 変換を行うことで可能である。

$$\begin{pmatrix} \alpha_\mu \\ \alpha_\mu^\dagger \end{pmatrix} = \sum_k \begin{pmatrix} U^\dagger & V^\dagger \\ V^T & U^T \end{pmatrix}_{\mu k} \begin{pmatrix} c_k \\ c_k^\dagger \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

この時の生成消滅演算子の変換ベクトル U, V は以下の HFB 方程式から求めることができる。

$$\begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_\mu \\ V_\mu \end{pmatrix} = E_\mu \begin{pmatrix} U_\mu \\ V_\mu \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

以上方程式を数値的に解くことで、基底状態が計算できる。[7]

2.4.2 QRPA 計算

先ほどの HFB 近似から基底状態を求めることができたので、ここからは励起状態について QRPA 計算を用いて求めていく。基底状態から準粒子の particle-hole 状態を作って励起させる演算子を $\hat{Q}_\nu^\dagger$ とすると、以下のように書ける。

$$\hat{Q}_\nu^\dagger = \frac{1}{2} \sum_{mi} X_{mi}^\nu \hat{\alpha}_m^\dagger \hat{\alpha}_i^\dagger - \sum_{mi} Y_{mi}^\nu \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_m \quad (2.35)$$

ここで、 i, j は空孔状態に対応し、 m, n は粒子空間に対応している添え字とする。また、 X_{mi}^ν, Y_{mi}^ν はそれぞれ前方振幅、後方振幅に対応している。(図 2.3)

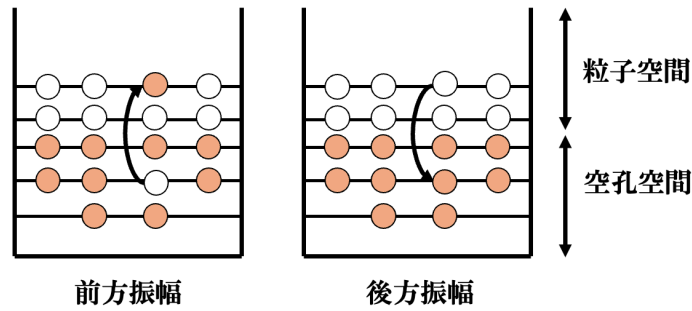


図 2.3: 前方振幅と後方振幅

この時、 X_{mi}^ν, Y_{mi}^ν に対して次の関係式が求まる。

$$\begin{aligned} \sum_{nj} (A_{mi,nj} X_{nj}^\nu + B_{mi,nj} Y_{nj}^\nu) &= (E_\nu - E_0) X_{mi}^\nu \\ \sum_{nj} (B_{mi,nj}^* X_{nj}^\nu + A_{mi,nj}^* Y_{nj}^\nu) &= -(E_\nu - E_0) Y_{mi}^\nu \end{aligned} \quad (2.36)$$

ただし、ここで $A_{mi,nj}, B_{mi,nj}$ は以下を表す。

$$\begin{aligned} A_{mi,nj} &\equiv \langle \text{HFB} | \left[\hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_m, \left[\hat{H}, \hat{\alpha}_n^\dagger \hat{\alpha}_j^\dagger \right] \right] | \text{HFB} \rangle = (E_m + E_i) \delta_{mn} \delta_{ij} + H_{mi,nj}^{22} \\ B_{mi,nj} &\equiv -\langle \text{HFB} | \left[\hat{\alpha}_i^\dagger \hat{\alpha}_m, \left[\hat{H}, \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_n \right] \right] | \text{HFB} \rangle = 4! H_{mi,nj}^{40} \end{aligned} \quad (2.37)$$

ここで、 $|\text{HFB}\rangle$ は HFB 近似で求めた基底状態を表している。また演算子 H_{22}, H_{40} は、 $\hat{H}$ を次の式で表した際の係数を表す。

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & H^0 + \sum_{k_1 k_2} H_{k_1 k_2}^{11} \alpha_{k_1}^* \alpha_{k_2} + \frac{1}{2} \sum_{k_1 k_2} (H_{k_1 k_2}^{20} \alpha_{k_1}^* \alpha_{k_2}^* + \text{h.c.}) \\
& + \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} (H_{k_1 k_2 k_3 k_4}^{40} \alpha_{k_1}^* \alpha_{k_2}^* \alpha_{k_3}^* \alpha_{k_4}^* + \text{h.c.}) \\
& + \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} (H_{k_1 k_2 k_3 k_4}^{31} \alpha_{k_1}^* \alpha_{k_2}^* \alpha_{k_3}^* \alpha_{k_4} + \text{h.c.}) \\
& + \frac{1}{4} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} H_{k_1 k_2 k_3 k_4}^{22} \alpha_{k_1}^* \alpha_{k_3}^* \alpha_{k_4} \alpha_{k_2}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

関係式 2.36 を解くことで、励起演算子 $\hat{Q}_\nu^\dagger$ が求まり、励起状態の波動関数を計算することが可能となる。[8] [9] [10]

第3章 反応機構に対する解析

通常の1粒子移行反応や非弾性散乱では、反応機構は1つしか持たないが、今回研究対象である2粒子移行反応($\alpha, {}^6\text{He}$)には、粒子が1つずつ移行する2段階移行と、2粒子が1つの粒子として振る舞い移行する1段階移行の2つが存在する。ここでは、その反応機構の違いによる角度分布への影響について述べる。

3.1 反応機構が及ぼす角度分布への影響

2章3節にて、反応が表面型であれば、角度分布は軌道角運動量移行 l に大きく依存すると述べた。そこで、今回は表面型の散乱を起こしやすい ${}^{120}\text{Sn}(\alpha, {}^6\text{He})$ と、内部でも散乱を起こす ${}^{120}\text{Sn}(p, t)$ という2種類の2粒子移行反応に対して実際に DWBA 計算を行い、散乱ポテンシャルの値と2つの反応機構が角度分布へどのような影響を及ぼすかについて、 $J^\pi = 0^+$, ${}^{120}\text{Sn}$ の基底状態から $J^\pi = 0^+$, ${}^{118}\text{Sn}$ の基底状態への遷移を用いて具体的に調べた。ポテンシャルの形は Woods-Saxon 型(式 3.1)を用いて、計算する際に用いた。光学ポテンシャルのパラメータは表 3.1 に対応する反応から得られた文献値を用いて、表 3.2 から表 3.4 のように設定した。

$$\begin{aligned}
 U(r) &= V(r) + iW(r) \\
 V(r) &= -\frac{V}{1 + \exp\left(\frac{r - A^{\frac{1}{3}}r_{0;r}}{a_r}\right)} \\
 W(r) &= -\frac{W}{1 + \exp\left(\frac{r - A^{\frac{1}{3}}r_{0;i}}{a_i}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

今回の反応での対応粒子	$E_{\text{beam}}(\text{MeV})$	文献値に用いた対応粒子	$E_{\text{beam}}(\text{MeV})$
${}^{120}\text{Sn}-\alpha$	100	${}^{124}\text{Sn}-\alpha$ [11]	104
${}^{119}\text{Sn}-{}^5\text{He}$	100	${}^{124}\text{Sn}-\alpha$ [11]	104
${}^{118}\text{Sn}-{}^6\text{He}$	100	${}^{118}\text{Sn}-{}^6\text{Li}$ [12]	73.7
${}^{120}\text{Sn}-p$	21	${}^{120}\text{Sn}-p$ [13]	22.2
${}^{119}\text{Sn}-d$	21	${}^{118}\text{Sn}-d$ [14]	183
${}^{118}\text{Sn}-t$	21	${}^{118}\text{Sn}-t$ [15]	20

対応粒子	変数名	入力値
$^{118}\text{Sn}-^6\text{He}$	V	163.9MeV
	$r_{0;r}$	1.226fm
	a_r	0.798fm
	W	21.9MeV
	$r_{0;i}$	1.602fm
	a_i	0.924fm
$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$	V	60MeV
	$r_{0;r}$	1.383fm
	a_r	0.742fm
	W	40.88MeV
	$r_{0;i}$	1.383fm
	a_i	0.742fm
$^{119}\text{Sn}-^5\text{He}$	$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$ と同じ	
$^{118}\text{Sn}-^4\text{He}$	$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$ と同じ	

表 3.1: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の光学ポテンシャルパラメータ

対応粒子	変数名	入力値
$^{118}\text{Sn}-t$	V	176MeV
	$r_{0;r}$	1.14fm
	a_r	0.6fm
	W	20MeV
	$r_{0;i}$	1.30fm
	a_i	0.5fm
$^{120}\text{Sn}-p$	V	50MeV
	$r_{0;r}$	1.35fm
	a_r	0.65fm
	W	5MeV
	$r_{0;i}$	1.2fm
	a_i	0.5fm
$^{119}\text{Sn}-d$	V	78.53MeV
	$r_{0;r}$	1.1fm
	a_r	0.6fm
	W	12MeV
	$r_{0;i}$	1.3fm
	a_i	0.5fm
$^{118}\text{Sn}-p$	$^{120}\text{Sn}-p$ と同じ	

表 3.2: $^{120}\text{Sn}(p, t)$ の光学ポテンシャルパラメータ

対応粒子	変数名	入力値
$^4\text{He}-n$	V	53MeV
	$r_{0;r}$	1.25fm
	a_r	0.65
$^5\text{He}-n$	$^4\text{He}-n$ と同じ	
$^4\text{He}-2n$	$^4\text{He}-n$ と同じ	
$^{118}\text{Sn}-n$	V	50MeV
	$r_{0;r}$	1.25fm
	a_r	0.65

表 3.3: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の束縛ポテンシャルパラメータ

対応粒子	変数名	入力値
$p-n$	V	100MeV
	$r_{0;r}$	0.40fm
	a_r	0.60
$d-n$	V	100MeV
	$r_{0;r}$	0.95fm
	a_r	0.65
$p-2n$	$d-n$ と同じ	
$^{118}\text{Sn}-n$	V	50MeV
	$r_{0;r}$	1.25fm
	a_r	0.65

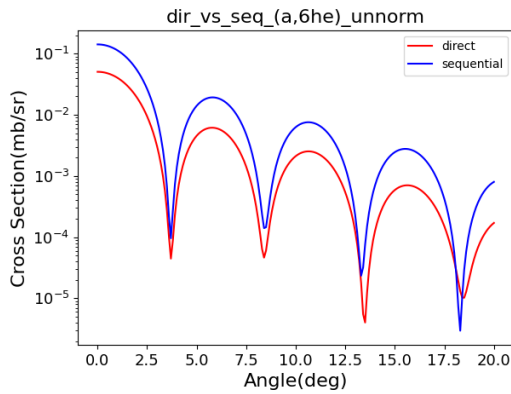
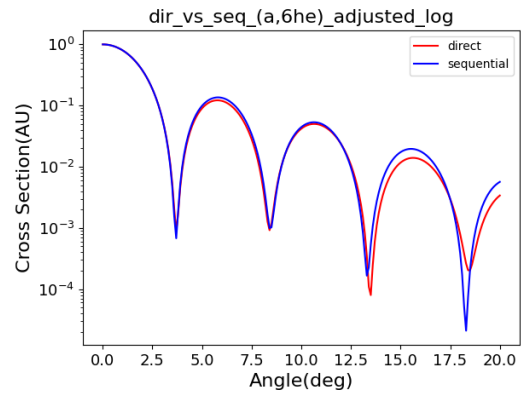
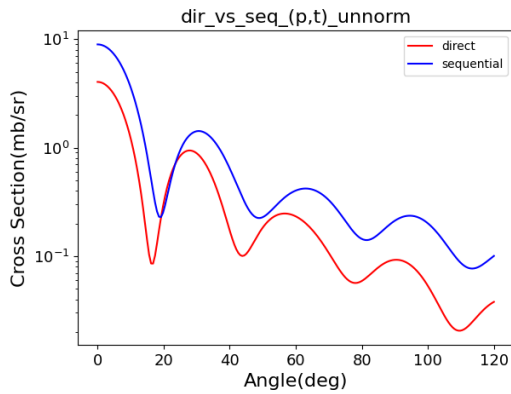
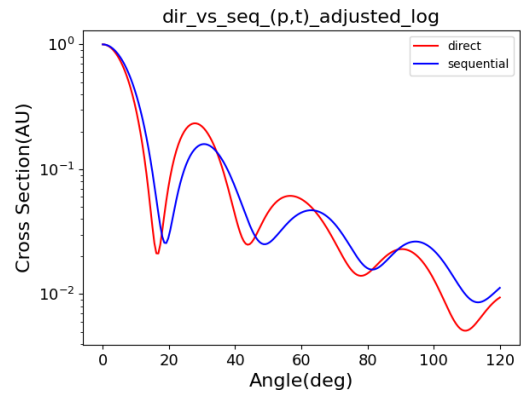
表 3.4: $^{120}\text{Sn}(p, t)$ の束縛ポテンシャルパラメータ

また、 ^{120}Sn において反応が起こりうる軌道としては、 $2s_{1/2}, 1d_{3/2}, 1d_{5/2}, 0g_{7/2}, 0h_{11/2}$ の 5 つを考え、それぞれの Form Factor は以下のように設定した。

軌道	FormFactor
$2s_{1/2}$	0.5297
$1d_{3/2}$	0.7679
$1d_{5/2}$	0.5123
$0g_{7/2}$	0.7679
$0h_{11/2}$	1.0539

表 3.5: ^{120}Sn のそれぞれの軌道に対する FormFactor の設定

また計算には反応計算ソフト FRESCO [16] を用いて、有限レンジの 2 次 DWBA を用いて計算した。その結果を図 3.4, 3.2 に示す。1 段階移行を赤色、2 段階移行を青色で表した。

図 3.1: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応での角度分布比較 (規格化前)図 3.2: $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応での角度分布比較 (規格化後)図 3.3: $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応での角度分布比較 (規格化前)図 3.4: $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応での角度分布比較 (規格化後)

以上の結果を見比べると、 $^{120}\text{Sn}(p, t)$ では 1 段階移行と 2 段階移行によって、角度分布の形の違いが大きく見られたが、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ では違いがほとんど見られなかった。

この原因について考察する。 $^{120}\text{Sn}(p, t)$ との大きな違いは、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の散乱ポテンシャルが表面型、つまり、光学ポテンシャルの吸収項が大きいというものである。そのため、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$

では 2 段階移行における 2 度の散乱箇所が離れてしまうと、波動関数が吸収されてしまうので、結果的に散乱箇所が近いものしか表れない。つまり、1 段階とほとんど変わらない反応を示すと予測される (図 3.5)。

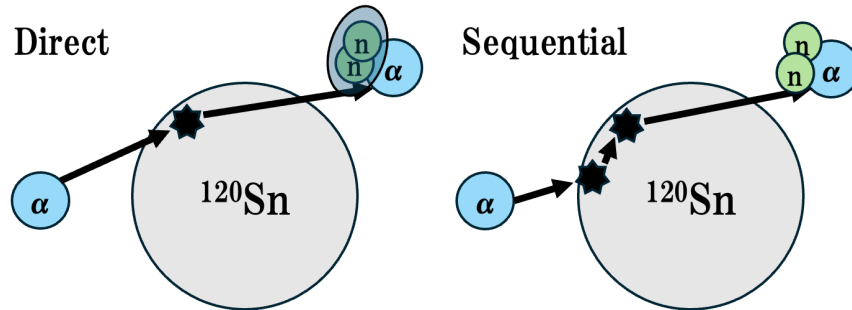


図 3.5: 1 段階移行と 2 段階移行が一致するイメージ

上記の仮説を確かめるために、DWBA 計算に用いる光学ポテンシャルの吸収項を変化させた時の角度分布の変化について調べた。 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応は吸収項を 0.4 倍に、 $^{120}\text{Sn}(p, t)$ 反応は吸収項を 2 倍に変化させた (表 3.7)。また、それ以外の条件は全て一致させた。グラフでは 1 段階移行を赤色、2 段階移行を青色で表した。

対応粒子	変数名	入力値
$^{118}\text{Sn}-^6\text{He}$	W	8.76MeV
$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$	W	16.352MeV
$^{119}\text{Sn}-^5\text{He}$	$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$ と同じ	
$^{118}\text{Sn}-^4\text{He}$	$^{120}\text{Sn}-^4\text{He}$ と同じ	

表 3.6: 吸収項を 0.4 倍にした

対応粒子	変数名	入力値
$^{118}\text{Sn}-t$	W	40MeV
$^{120}\text{Sn}-p$	W	10MeV
$^{119}\text{Sn}-d$	W	24MeV
$^{118}\text{Sn}-p$	$^{120}\text{Sn}-p$ と同じ	

表 3.7: 吸収項を 2 倍にした

$^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の光学ポテンシャルパラメータ $^{120}\text{Sn}(p, t)$ の光学ポテンシャルパラメータ

先ほどの仮説が正しければ、 $(\alpha, ^6\text{He})$ 反応では反応機構により角度分布が異なり、 (p, t) 反応では一致するはずである。計算結果を図 3.7 に示す。ただし、グラフでは 1 段階移行を赤色、2 段階移行を青色で表した。

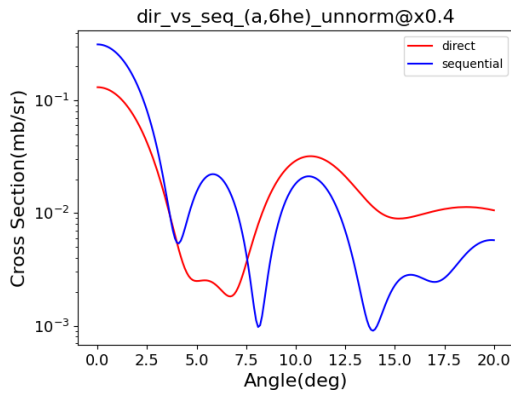


図 3.6: 吸収項を 0.4 倍にした際の $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の角度分布 (規格化前)

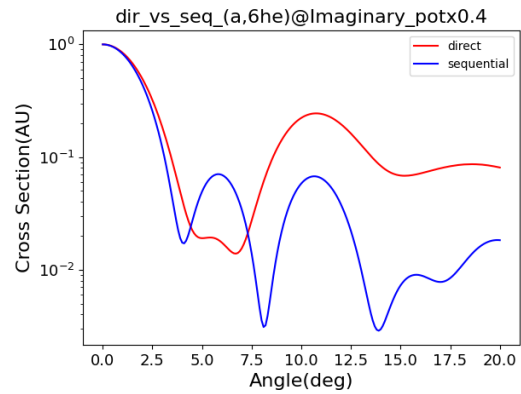


図 3.7: 吸収項を 0.4 倍にした際の $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ の角度分布 (規格化後)

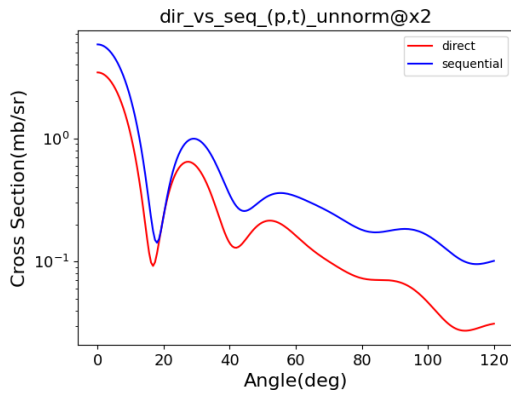


図 3.8: 吸収項を 2 倍にした際の $^{120}\text{Sn}(p, t)$ の角度分布 (規格化前)

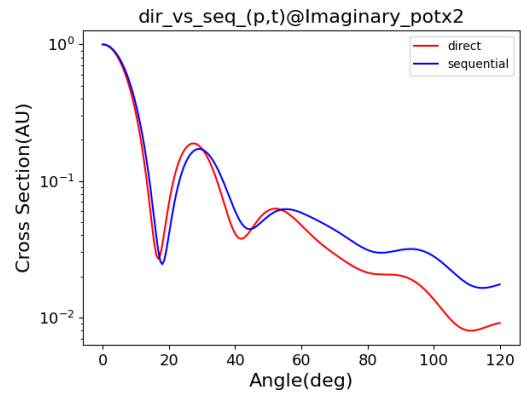


図 3.9: 吸収項を 2 倍にした際の $^{120}\text{Sn}(p, t)$ の角度分布 (規格化後)

図 3.7 の結果から、吸収項の大きさが、1 段階移行と 2 段階移行に角度分布の違いをもたらしていることが確かめられた。以上から、研究対象となっている $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ では、この 2 つの機構で角度分布がほぼ一致するので、MDA を行う際に区別する必要がないことがわかる。よって、今後角度分布を計算する際は、1 段階移行のみの計算結果を用いる。

第4章 多重極展開解析

4.1 QRPA,DWBA で実際に得られた理論計算の結果

ここでは、QRPA,DWBA を利用して最終的に得られた理論計算の結果を示す。

4.1.1 QRPA 計算結果

QRPA 計算は QRPA 計算用コード HFB+QRPA を用いた。入力パラメータ (Skyrme 力) は SkP を使用した。また、遷移強度分布は 0.5MeV で鈍らせた。

この計算によって得られた遷移密度は図 4.1 から図 4.7 までのようになった。

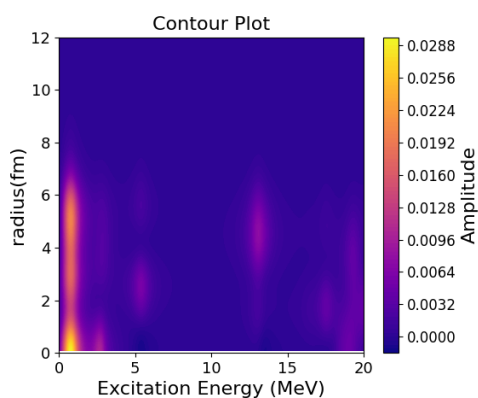


図 4.1: $\Delta L=0$ の遷移密度

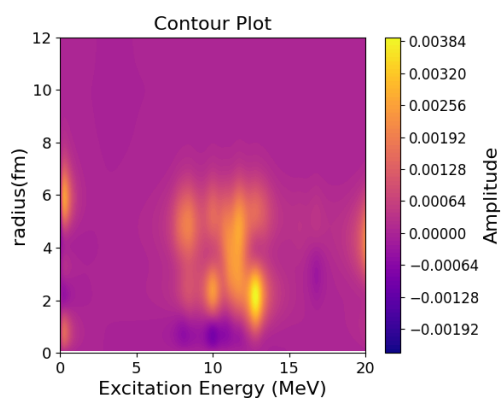


図 4.2: $\Delta L=1$ の遷移密度

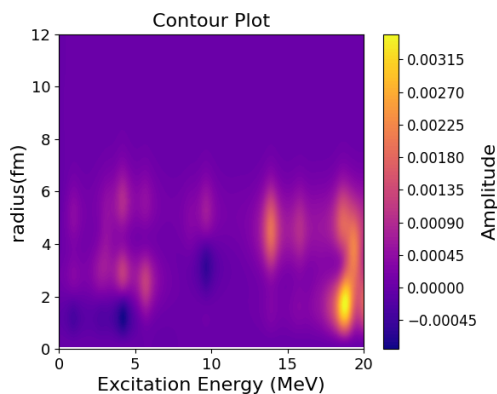


図 4.3: $\Delta L=2$ の遷移密度

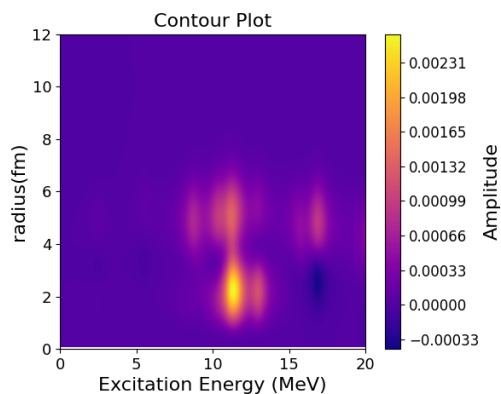
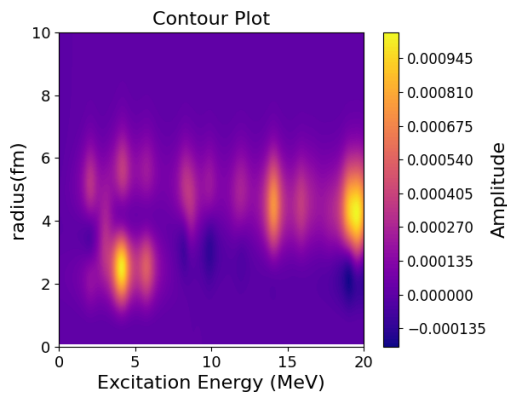
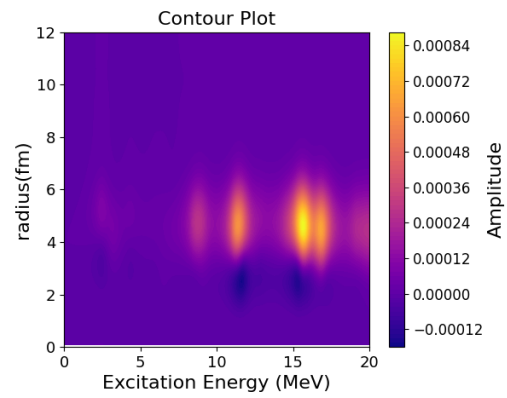
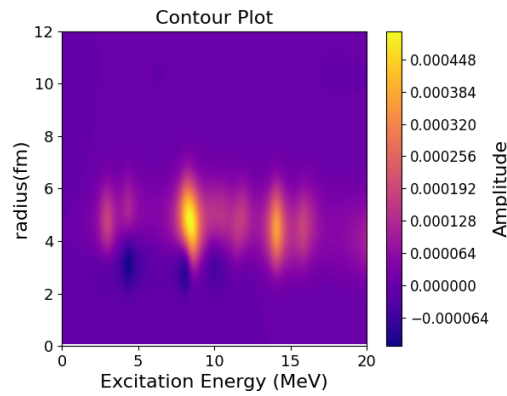
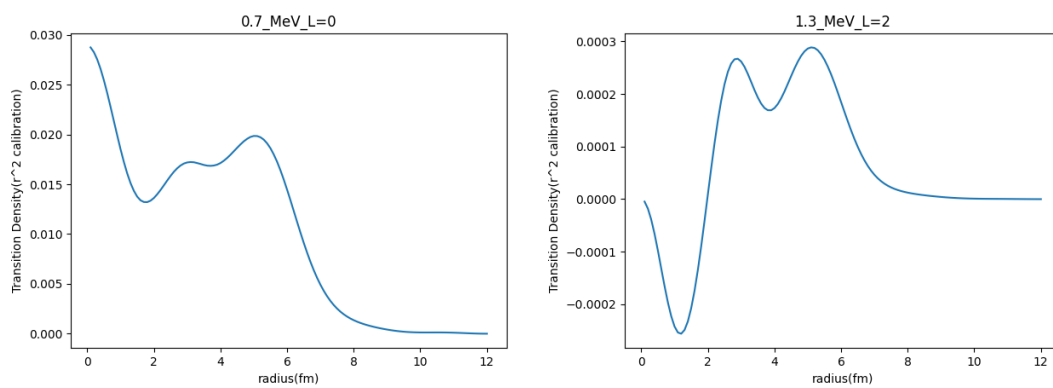


図 4.4: $\Delta L=3$ の遷移密度

図 4.5: $\Delta L=4$ の遷移密度図 4.6: $\Delta L=5$ の遷移密度図 4.7: $\Delta L=6$ の遷移密度

このうち、典型的な励起エネルギー E_x での遷移密度を図 4.1.1 から図 4.9 に示す。

図 4.8: 左: $\Delta L=0, E_x=0.7\text{MeV}$ の遷移密度 右: $\Delta L=2, E_x=1.3\text{MeV}$ の遷移密度

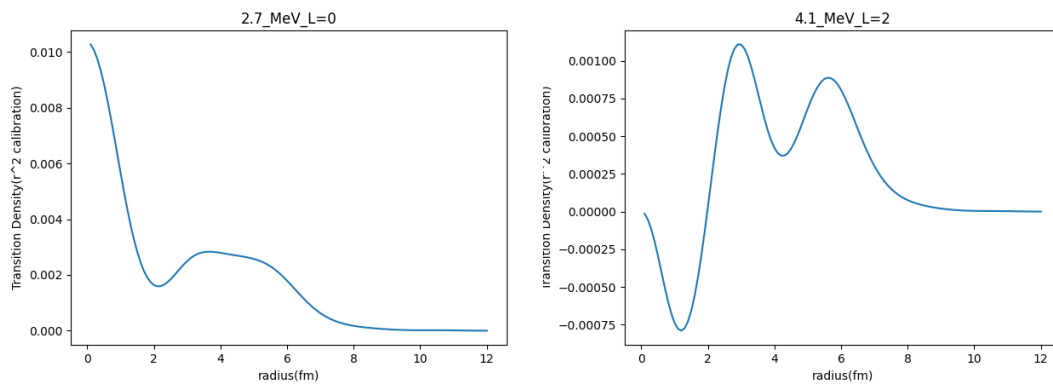


図 4.9: 左: $\Delta L=0, Ex=2.7\text{MeV}$ の遷移密度 右: $\Delta L=2, Ex=4.1\text{MeV}$ の遷移密度

また、遷移強度分布は、図 4.1.1 から図 4.13 のようになった。

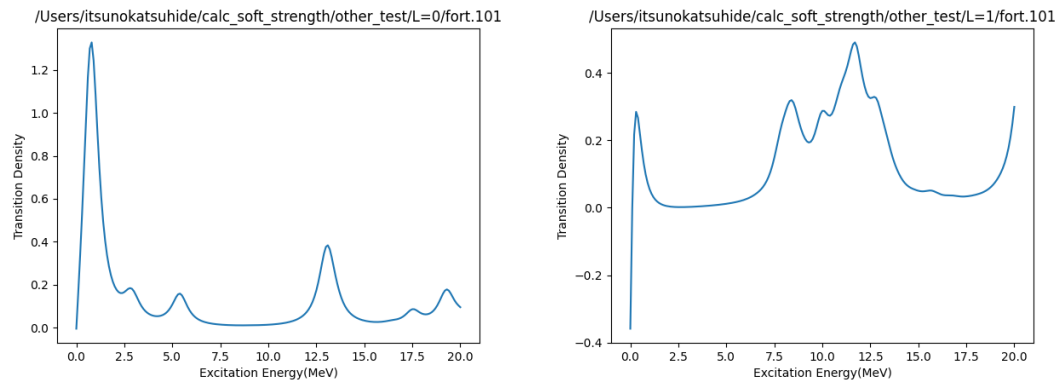


図 4.10: $\Delta L=0,1$ の遷移強度分布

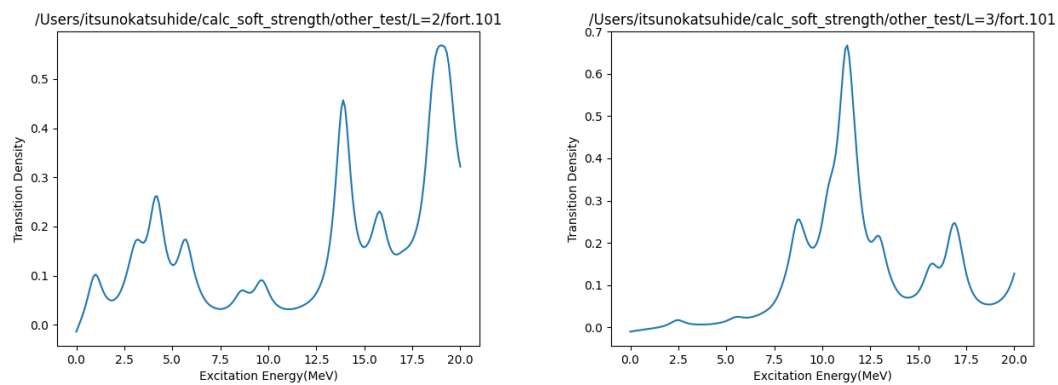
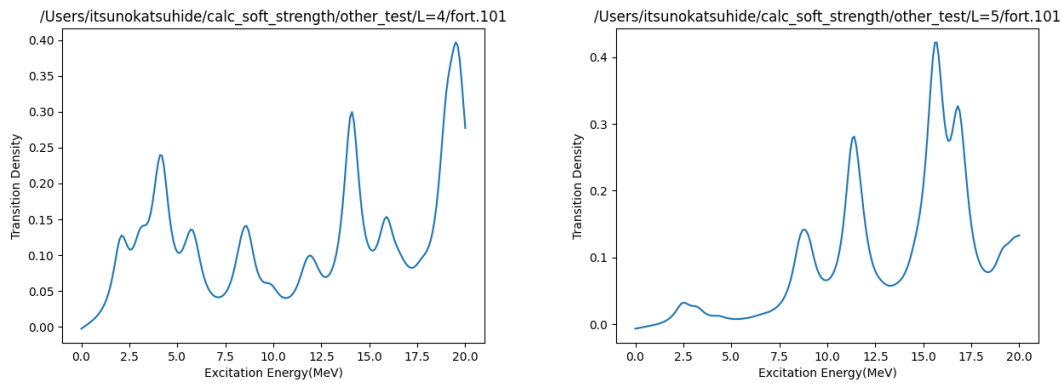
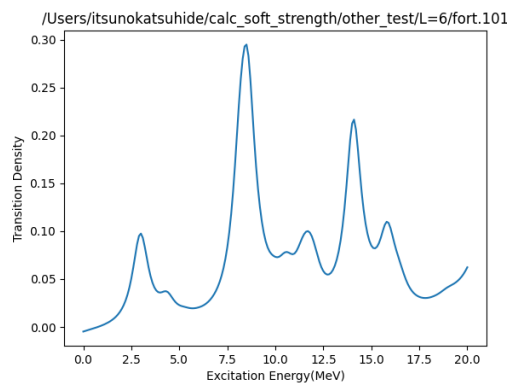


図 4.11: $\Delta L=2,3$ の遷移強度分布

図 4.12: $\Delta L=4,5$ の遷移強度分布図 4.13: $\Delta L=6$ の遷移強度分布

得られた遷移強度分布 (図 4.1.1 から図 4.13) を見ると、 0^+ の 0MeV 励起状態と 2.5MeV 励起状態、 2^+ の 1.2MeV 励起状態など、過去の $^{120}\text{Sn}(p,t)$ 実験で得られたスペクトル (4.4.1 節, 表 4.2) をあらかじめ再現していることが確認できる。ただし、 0^+ は若干高めの位置にピークが見えることがわかる。ただし、上記 QRPA 計算では変形効果を考慮していないので、実際の遷移強度のピークは分散されて観測されることがある。

以上から、今回計算された遷移密度は概ね正しいものであると考えられる。

4.1.2 DWBA 計算結果

DWBA 計算は核物理計算用コードである FRESCO [16] で、ゼロレンジの 1 次 DWBA を用いて計算した。この入力パラメータ (光学ポテンシャル) には表 3.2 を用いた。Sn の構造計算には先ほどの QRPA 計算の結果を用いた。以上から得られた計算結果の一例を図 4.1.2 に示す。

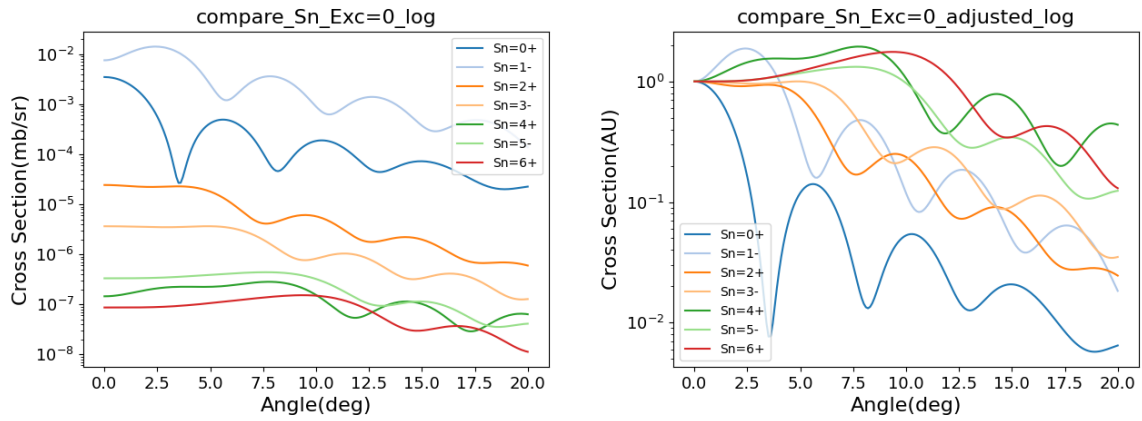


図 4.14: 左: 励起エネルギー $E_x=0\text{MeV}$ における DWBA 計算結果 右: 0 度で規格化した計算結果

この図を見ると、節 2.3 で示したように、角度分布の位相が ΔL によって、大きく異なっていることが確認できた。以上からこの角度分布は MDA に適用可能であると予想される。

4.2 実験結果に合わせた理論計算結果の較正

理論計算で得られる角度分布は重心座標系であるので、実験室系に変換する必要がある。ここでは理論計算結果を実験から得た角度分布に照らし合わせる修正方法について述べていく。

4.2.1 重心座標系から実験系への変換

今回得た角度分布は重心座標系のものなので、これを実験系に変換する必要がある。まず、4.15 のような 2 つの座標系を考える。

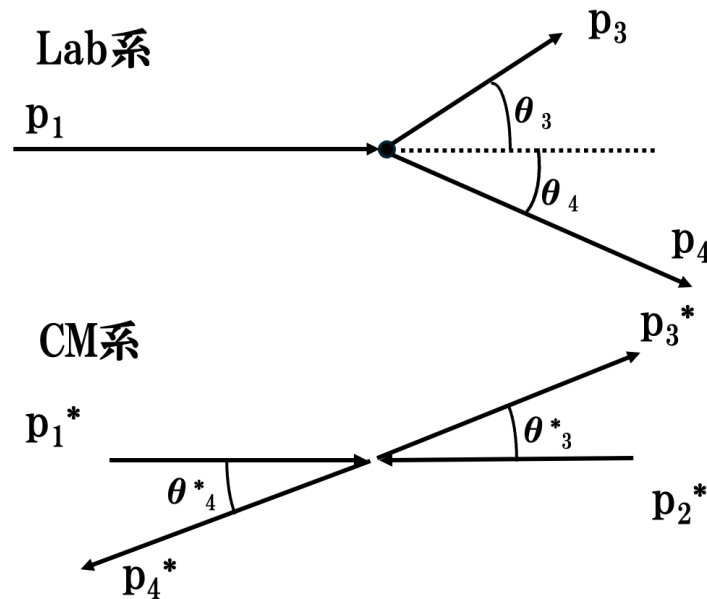


図 4.15: Lab 系と CM 系の座標、用語設定

この時、実験系と重心座標系の断面積 Ω, Ω^* の間には次の関係式が成り立つ。[17]

$$\frac{d\Omega_i}{d\Omega_3^*} = \frac{\gamma_2^* (1 + \delta_{23} \cos \theta_i^*)}{\left[\sin^2 \theta_i^* + \gamma_2^{*2} (\delta_{23}^* + \cos \theta_3)^2 \right]^{3/2}} \quad (4.1)$$

ここで、重心座標系の角度 θ_3^* を実験系 θ_3 の角度に直すには、以下の式を用いる。[17]

$$\cos \theta_3 = \frac{\gamma_2^* + (\cos \theta_3^* + \delta_{23}^*)}{\left[\sin^2 \theta_3^{*2} + \gamma_2^{*2} (\delta_{23}^* + \cos \theta_3^*)^2 \right]^{1/2}} \quad (4.2)$$

ここで、 γ, γ^* は実験系、重心座標系のローレンツ因子を表し、 $\delta_{ij}, \delta_{ij}^*$ はそれぞれ粒子の速さ β を用いて $\frac{\beta_i}{\beta_j}, \frac{\beta_i^*}{\beta_j^*}$ と表す。

式 4.1 と式 4.2 を用いて励起エネルギー $Ex=0\text{MeV}$ での $0^+, 2^+$ の変換前後の角度分布の比較を図 4.16 に示す。

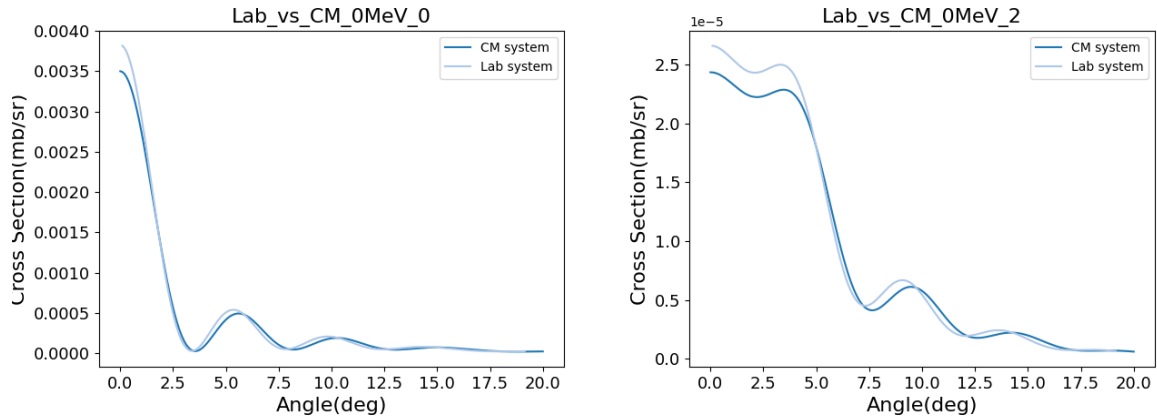


図 4.16: 励起エネルギー $Ex=0\text{MeV}$ の $0^+, 2^+$ における重心座標系と実験系の比較

4.3 単一状態と理論計算の比較

今回実験で得たスペクトルのうち、次の 3 つは単一状態として見えていた。そこで、この 3 つの角度分布と今回の理論計算結果を比較することで、今回得た理論計算の

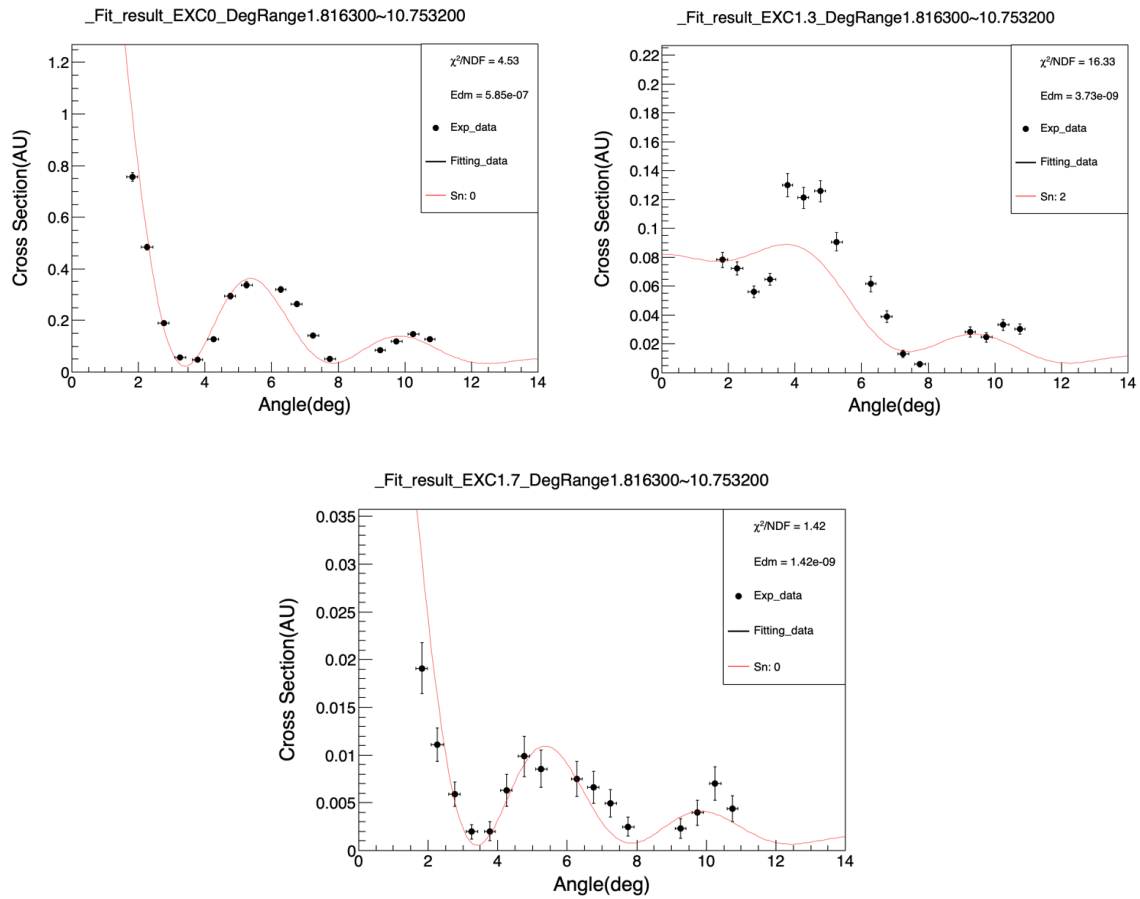


図 4.17: 単一状態での角度分布の比較

左上: 基底状態の 0^+ 右上: 第一励起状態の 2^+ 真ん中下: 第二励起状態の 0^+

図 4.17 を見ると、基底状態と第二励起状態の 0^+ は再現できているが、第一励起状態の 2^+ 成分が再現できなかった。光学ポテンシャルのパラメータが原因だと考えられるが、今回は Q 値を変更することで再現した本来の Q 値 Q を Q' に $\Delta Q = Q' - Q$ だけ変えた中で最も第一励起状態を再現していた値での角度分布を用いることにした (図 4.19、表 4.1)。

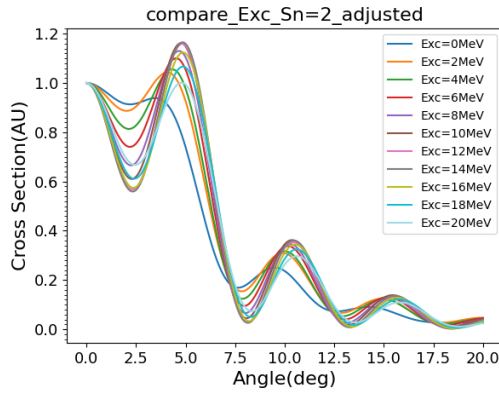


図 4.18: ΔQ を 0 から 20MeV まで変化させた時の角度分布の比較

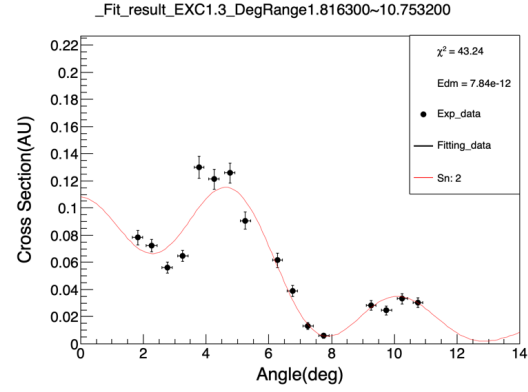


図 4.19: 18MeV 変化させた時の角度分布でのフィッティング結果

$\Delta Q(\text{MeV})$	χ^2
0	343.27
2	209.19
4	145.2
6	87.4
8	58.13
10	52.13
12	52.48
14	54.81
16	46.32
18	43.24
20	61.39

表 4.1: Q 値別のフィッティング結果

以降では、上記の $\Delta Q=18\text{MeV}$ の時の角度分布を 2^+ の角度分布として扱うことにする。

4.4 多重極展開法 (MDA) の結果

今までの理論計算を用いて、実際に実験で得た角度分布に対して、 $\Delta L=0$ から 6 の角度分布を用いて 1.5MeV から 7.4MeV の範囲で MDA を実行した。なお、MDA には χ^2 フィッティングを行った。1.5MeV から 3.5MeV の範囲の結果は、過去に (p, t) 反応の実験で得たスペクトルと比較することで、MDA が正しく機能しているのかどうかを検証していく。3.5MeV から 7.4MeV の範囲の結果は、QRPA 計算で得た遷移強度分布の図と比較することで実験と理論の両面から 0^+ のスペクトルについて議論していく。

4.4.1 3.5MeV まで結果と、過去の実験結果 (p, t) との比較

低励起状態 (1.5MeV から 3.5MeV) での MDA の結果は図 4.22 となった。図に示した 1.8, 4.7, 7.7 度のスペクトルは、それぞれ 0^+ , 2^+ , 4^+ がわかりやすい角度での結果を表す。

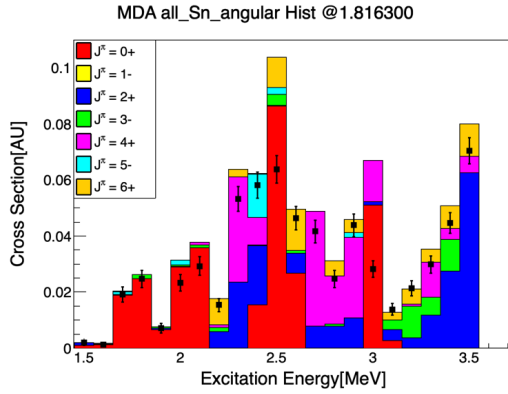


図 4.20: 1.8 度での MDA 結果

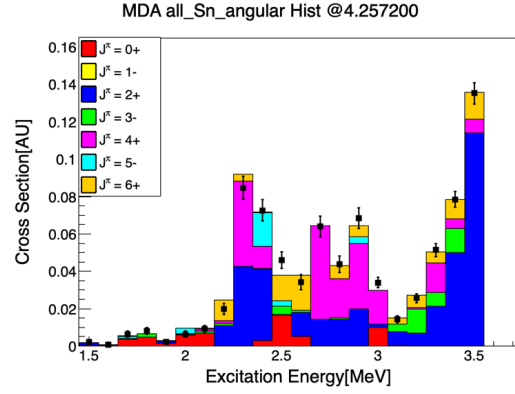


図 4.21: 4.7 度での MDA 結果

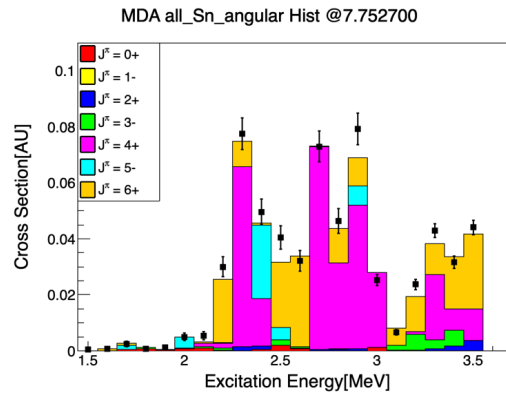


図 4.22: 3.5MeV 以下での 1.8, 4.7, 7.7 度での MDA 結果

また、4.22 で行った MDA のうち、 0^+ , 2^+ , 4^+ が観測された典型的な励起エネルギーでの角度分布のフィッティング結果を示す。

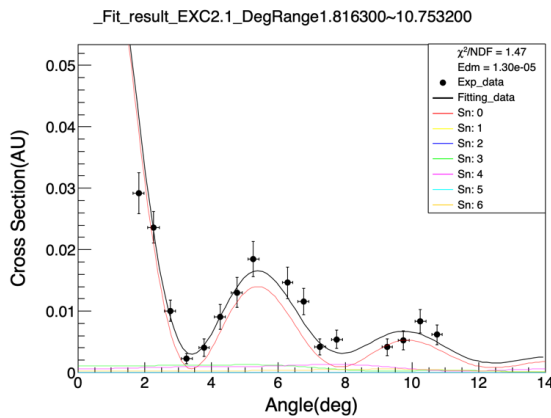


図 4.23: 2.1MeV のフィッティング結果

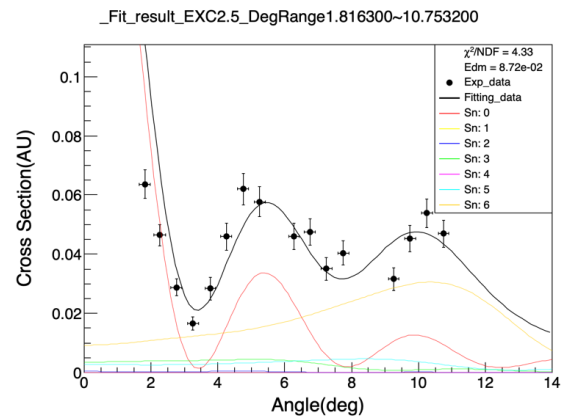


図 4.24: 2.5MeV のフィッティング結果

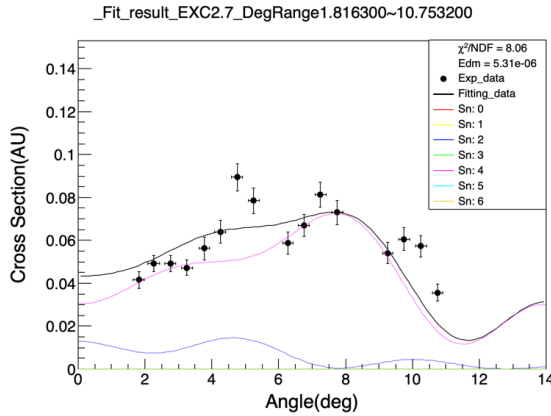


図 4.25: 2.7MeV のフィッティング結果

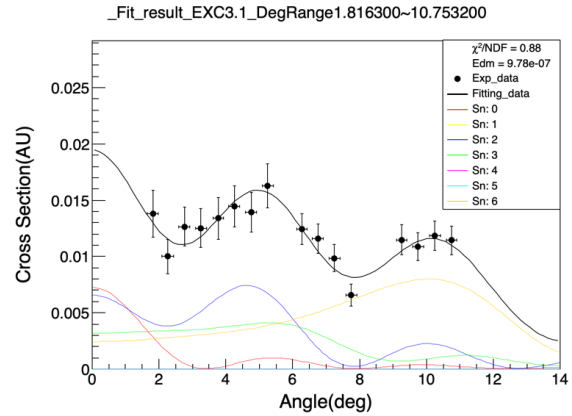


図 4.26: 3.1MeV のフィッティング結果

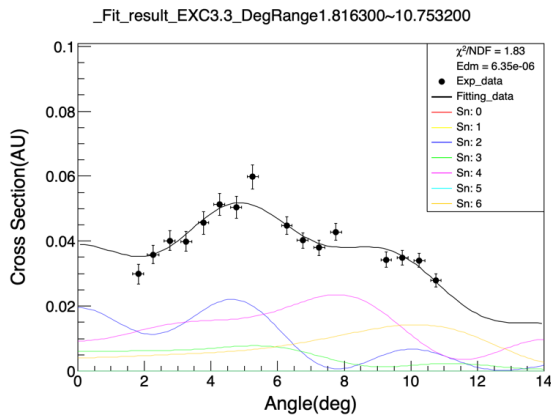


図 4.27: 3.3MeV のフィッティング結果

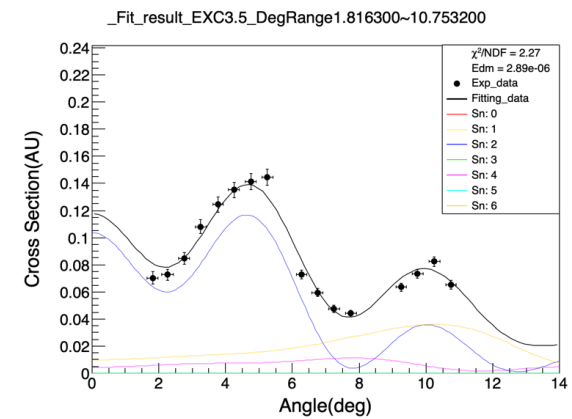


図 4.28: 3.5MeV のフィッティング結果

図 4.23 から図 4.28 の角度分布を見ると、実験で得られた角度分布を理論計算の MDA でおよそ再現できていることが確認できる。また 0^+ 成分の特徴として、1.5 度から 3.5 度の範囲にある 4 点での断面積が、前方に向かうにつれて断面積が高くなるような角度分布の場合は、強く表れてくることが確認できる。

以上からフィッティングがうまくいっていることは確認できたので、この結果と過去の (p, t) 反応での実験で得られた主なスペクトルが一致しているか比較していく。

過去の実験で得られたスペクトルは表 4.2 の通り

対振動モードに対応する 0^+ を見ると、過去実験では 1.7MeV, 2.0MeV, 2.5MeV, 3MeV, 3.3MeV 付近で観測された。MDA の結果と見比べると、実際に 1.7MeV, 2.0MeV, 2.5MeV, 3MeV にピークが発生していたが、3.3MeV は表れなかった。これは表 4.2 によれば、3.3MeV の 0^+ は他の 0^+ と比較すると断面積が小さく、他の成分にかき消されてしまったことが要因の 1 つとして考えられる。

1^- は、低励起状態ではほとんど観測されないと予測されている。これは、 ^{120}Sn のバレンス軌道である $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1d_{5/2}$, $0g_{7/2}$, $0h_{11/2}$ の 5 つの軌道の組み合わせからは 1^- を作り出すことは不可能で、バレンスでない軌道の中性が必要になるからである。実際に、過去の (p, t) 反応でも

E_{exc} (MeV)	J^π	σ_{int} (μb)	E_{exc} (MeV)	J^π	σ_{int} (μb)
0.0	0^+	2250 ± 14	3.108	7^-	1 ± 0.3
1.230	2^+	613 ± 12	3.137	0^+	3 ± 1
1.758	0^+	32 ± 2	3.218	0^+	7 ± 1
2.043	2^+	13 ± 1	3.228	2^+	6 ± 1
2.057	0^+	33 ± 2	3.237	0^+	1 ± 0.5
2.280	4^+	28 ± 2	3.252	6^+	4 ± 1
2.323	$5^- + 3^- + 2^+$	415 ± 6	3.274	$1^- + 3^-$	15 ± 1
2.403	2^+	16 ± 1	3.309	$1^- + 2^+$	6 ± 1
2.489	4^+	71 ± 2	3.344	3^-	8 ± 1
2.497	0^+	20 ± 1	3.355	0^+	12 ± 1
2.575	7^-	25 ± 1	3.375	5^-	38 ± 2
2.677	2^+	44 ± 2	3.395	5^-	7 ± 1
2.734	4^+	119 ± 3	3.427	3^-	9 ± 1
2.879	5^-	8 ± 1	3.463	2^+	19 ± 1
2.904	2^+	25 ± 1	3.524	2^+	9 ± 1
2.930	0^+	10 ± 1	3.541	3^-	4 ± 1
2.963	5^-	115 ± 3	3.559	6^+	5 ± 1
2.999	6^+	0.8 ± 0.2	3.585	2^+	43 ± 2
3.057	2^+	6 ± 1	3.597	2^+	10 ± 1

表 4.2: 過去の (p, t) 反応で得られた ^{118}Sn のスペクトルとその断面積

3.3MeV 付近に少し見られる程度である。今回の MDA の結果と比べると、全く 1^- は観測されなかった。これは物理を正しく表している結果が得られたといえることができる。

2^+ は、過去実験では 2.0MeV, 2.3MeV, 2.7MeV, 2.9MeV, 3.2MeV から 3.5MeV 付近で観測された。MDA の結果と比べると、2.0MeV 以外には 2^+ 成分が多く存在することが確認できたが、2.0MeV は表れなかった。これも同様に表 4.2 によれば、2.0MeV の 2^+ を見ると、他の 2^+ よりも断面積が小さいために表れてこなかったものと考えられる。

以上をまとめると、MDA を用いて出てきたスペクトルは、過去の (p, t) 反応で得られた ^{118}Sn のスペクトルをほぼ再現しており、MDA が機能していることが確かめられた。特に前方ピークである角度分布を持つ 0^+ は再現されやすいことがわかった。ただし、小さい断面積を持つ成分は MDA に反映されにくいことが確かめられた。これは他の強い成分にかき消されていることが 1 つ要因であると考えられる。

以上から、過去実験でのスペクトルがこの MDA によっておよそ再現されていることが確認できる。つまり、MDA はうまく機能しているといえる。図 4.23 から図 4.28 に主要な励起エネルギー別角度分布の MDA 結果を示す。

4.4.2 7.4MeV までの励起状態での結果、 0^+ の位置議論

次に、3.5MeV 以上での MDA を行った結果を図 4.29 に示す。

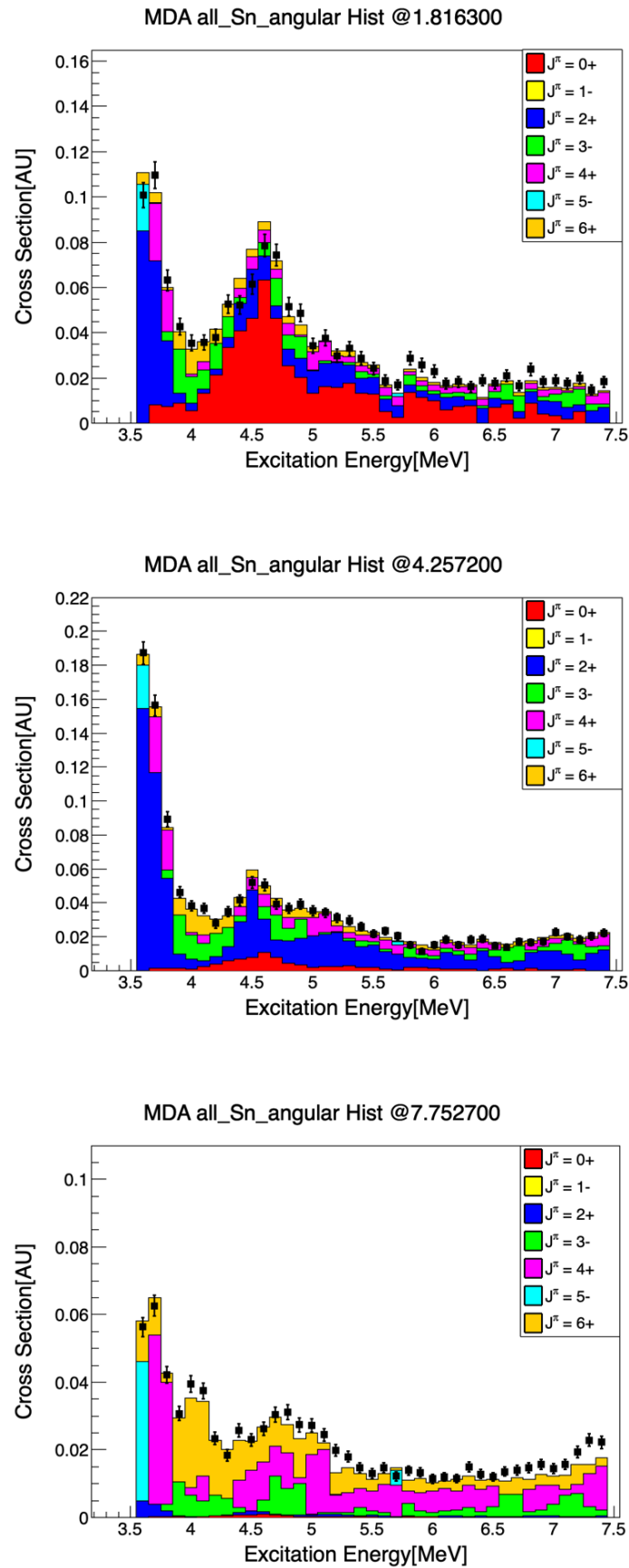


図 4.29: 3.5MeV 以上での 1.8, 4.7, 7.7 度での MDA で得られたスペクトル

MDA を行った結果の中で、特に 0^+ , 2^+ , 4^+ がはっきり見えていた励起エネルギー別角度分布のフィッティング結果を図 4.30 から図 4.35 に示す。

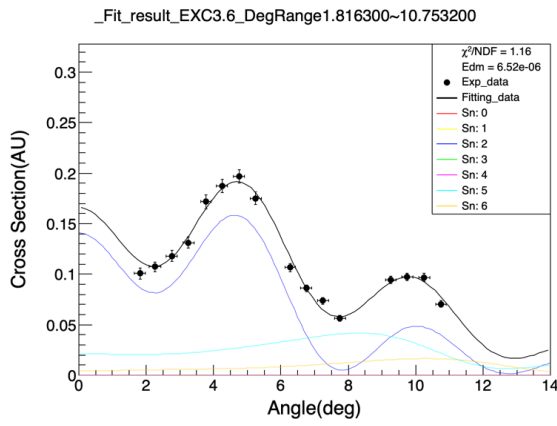


図 4.30: 3.6MeV のフィッティング結果

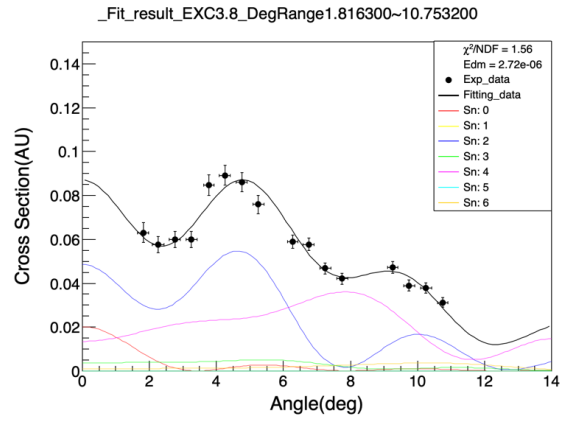


図 4.31: 3.8MeV のフィッティング結果

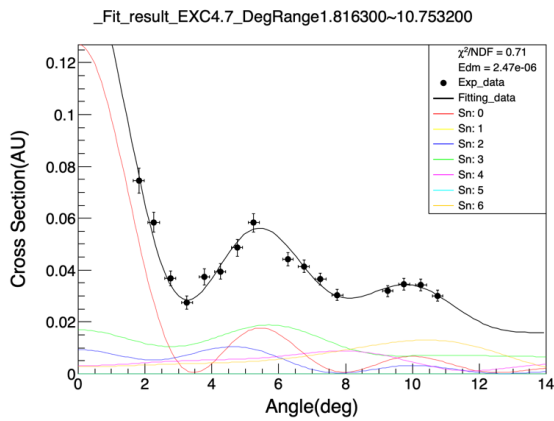


図 4.32: 4.7MeV のフィッティング結果

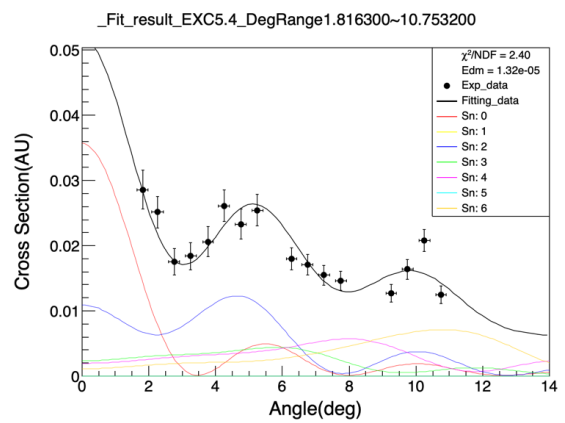


図 4.33: 5.4MeV のフィッティング結果

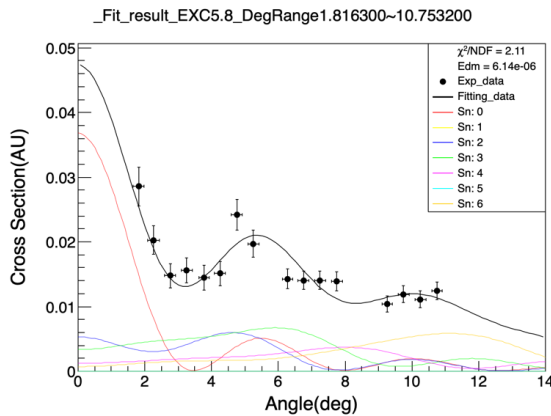


図 4.34: 5.8MeV のフィッティング結果

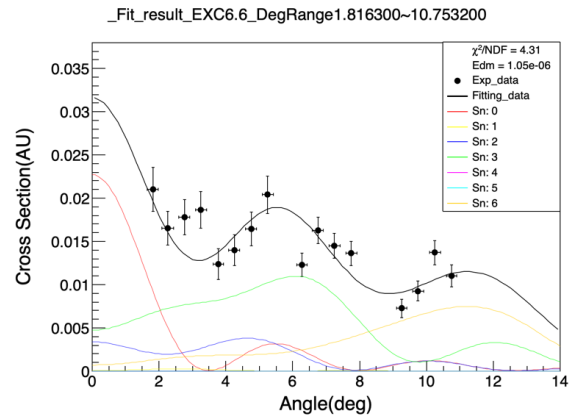


図 4.35: 6.6MeV のフィッティング結果

図 4.30 から図 4.35 をみると、正しくフィッティングができていることが確認できる。図 4.29 の MDA 結果を見ると、4.7MeV 付近に強い 0^+ のピークを確認することができた。また、4.7MeV 以上でも満遍なく 0^+ 成分が存在することが確認できた。実際に、図 4.30 から図 4.35 の励起エネルギー別角度分布を見ると、4.7MeV 以上の角度分布では強い前方ピークの角度分布を持っていることが確認できる。この結果を QRPA 計算と見比べてみると、 0^+ (図 4.1) では、5MeV 付近に 0^+ のピークが存在することがわかった。この結果は遷移強度の基底状態のピークが 0.3MeV に立っているようにやや高めに再現されると考えると、理論計算出た遷移強度と一致していると考えることができる。よって、理論と実験の両方の面から 4.7MeV 付近に 0^+ ピークがあることが確認できた。

また、 2^+ のピークも 4.5MeV 付近で観測することができた。これも 2^+ での QRPA 計算結果 (図 4.3) では、4.3MeV 付近にピークが存在していたので、これも再現することができている。以上から、4.7MeV に新たな 0^+ ピークを発見し、4.7MeV 以降にも 0^+ 成分が満遍なく存在していることが確認できた。

第5章 結論と今後の展望

$^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ という2核子移行反応のスペクトルに対して、多重極展開 (MDA) を実行した。その結果、 (p, t) 反応により測定された ^{120}Sn の対振動モードを再現することができた。また、4.7MeV 付近に新たな対振動モードを発見することができた。

2核子移行反応は、粒子が1つずつ移行する2段階移行と、2粒子が同時に移行する1段階移行の2つが存在している。この2つの機構が多重極展開を行うにあたりどのような影響を及ぼすかを ^{120}Sn の (p, t) と共に理論計算を行い比較した。計算には DWBA 計算を用いた。その結果、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応の場合は1段階移行と2段階移行のどちらの場合も角度分布が一致して、 ^{120}Sn の (p, t) は異なっていることがわかった。

この原因としては、2段階移行の散乱箇所が考えられる。 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ 反応の場合、標的核の吸収効果が大きく、2段階移行での2度の散乱箇所は、互いが近い場所のみに限定される。そのため、1段階移行とほとんど変わらないような経路でしか散乱を行わず、角度分布が一致すると考えられた。実際に、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ に対して吸収効果を0.4倍にして計算すると、1段階移行と2段階移行の角度分布は異なった。以上から $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ は反応機構の詳細によらず角度分布が決まるので、MDA 可能なことが判明した。

この結果を用いて、1段階移行のみの計算を用いて MDA を行った。この時、 ^{120}Sn の遷移密度計算には2粒子を1粒子とした HFB+QRPA 計算を用いた。その結果、過去に ^{120}Sn の (p, t) で低励起状態にて単一状態として測定されたピークを、 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ でも再現することができた。以上から $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ に対しては MDA が正しく機能することが確かめられた。

今後は、MDA のより詳細な解析として、MDA に用いるパラメータ依存性などを調べる。また、 2^+ の第一励起状態を再現できるような光学ポテンシャルを調べる必要がある。さらに高励起の領域にも MDA を適用することで残りの対振動成分も探索する予定である。

謝辞

本研究を行うにあたり、大変多くの方々にお世話になりました。この場を借りて皆様にお礼申し上げます。指導教員である同研究室の堂園昌伯助教には研究に関して直接指導頂きました。2年間ものあいだ本当にお世話になりました。また論文の執筆にあたり、講演会などで忙しい中大変親身になって何度も添削して頂きました。本当にありがとうございました。松尾正之さんと大田晋輔さんには計算に必要なコードの提供や計算に関する相談に乗ってくださいました。同研究室の池水玄くんには今回の解析で用いた励起スペクトルを抽出する解析を行なって下さいました。同研究室である銭廣十三准教授には多重極展開解析を行うにあたり詰まった際に、解決するためのヒントを下さいました。また同研究室の富田夏希助教授には論文を書くにあたって役に立つアドバイスを多く頂きました。上記の方々やここには書ききれなかった同研究室の方々、E585グループの方々に深くお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] et al. T. Takatsuka. Progress of Theoretical Physics Supplement, volume 112. 1993.
- [2] D. Page. “50 Years of Nuclear BCS”. 2013.
- [3] A. Gezerlis and J. Carlson. Low-density neutron matter. Physical Review C, 81, 2010.
- [4] Kengo Takahashi, Yusuke Matsuda, and Masayuki Matsuo. Progress of theoretical and experimental physics. 2023.
- [5] 酒井 英行 and 岡村 弘之. タンデム-バンデグラフ加速器を用いた原子核反応の実験、物理学実験 ii 講義資料, 1997.
- [6] 岡村 弘之. スピン偏極と原子核反応 (と分解反応), 2005. 東大夏学期集中講義.
- [7] 日野原 伸生. 原子核集団現象への平均場アプローチ, 2019. 第二章平均場理論.
- [8] 関澤 一之. Microscopic mean-field approaches for collective excitations: Tamm-dancoff and random phase approximations.
- [9] 日野原 伸生. 原子核集団現象への平均場アプローチ, 2019. 第三章 QRPA.
- [10] P. Ring and P. Schuck. The Nuclear Many-Body Problem. 1980.
- [11] G. Hauser, R. Löhken, H. Rebel, G. Schatz, W. Schweimer, and J. Specht. Elastic scattering of 104 mev alpha particle. Physical Review C, 27, 1968.
- [12] R. Huffman, A. Galonsky, R. Markham, and C. Williamson. Elastic scattering of 6Li at 73.7 mev. Physical Review C, 22:1522, 1980.
- [13] F. G. Perey. Optical-model analysis of proton elastic scattering in the range of 9 to 22 mev. Physical Review, 131:745, 1963.
- [14] Haixia An and Chonghai Cai. Global deuteron optical model potential for the energy range up to 183 mev. Physical Review C, 73, 2006.
- [15] Donald G. Fleming, Marshall Blann, H. W. Fulbright, and John A. Robbins. (p, t) reactions on the even tin isotopes. Nuclear Physics A, 157, 1970.
- [16] I.J. Thompson. Fresco.
- [17] L. G. Greeniaus. TRIUMF Kinematics Handbook Section V. 1987.

付 録 A

A.1 理論計算で用いた入力

ここでは実際に計算に用いた入力の一部を示していく。

A.1.1 DWBA 計算

計算コード FRESCO [16] で角度分布の計算を行った。QRPA 計算を用いない DWBA 計算に必要なものは

- 光学ポテンシャルのパラメータ
- 束縛ポテンシャルのパラメータ
- 反応に用いる軌道の指定
- Form Factor

の 4 つである。 $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ に対して 1 段階移行と 2 段階移行の有限レンジ計算を行った際の入力例を以下に示す。

Listing A.1: 1step と 2step での有限レンジ DWBA 計算の入力例 (fresco.in)

```
1 Sn120(a,6He)    Sn118 @    100.000 MeV
2 NAMELIST
3 &FRESCO hcm=0.04 rmatch=  30.00 rintp=0.20 hnl=0.1 rnl=16.00
4   centre=-1.2 hnn=0.300 rnn=10.00 rmin=0.30
5   jtmin=0.0   jtmax=100 absend=0.01 thmin=0.00 thmax=20.00 thinc
6   iter=2 nnu=36  chans=1 xstabl=1 smats=2
7 pel=2   elab=   100.000 /
8
9 &PARTITION
10  namep='6He' massp=6.0188 zp=2 nex=1
11  namet='Sn118' masst= 118.0000 zt=50 qval=-14.6121/
12 &STATES jp=0.0 bandp=1 ep=0.0 cpot=1 jt= 0.00 bandt=1 et=0.0000
13   /
14 &PARTITION
15  namep='alpha' massp=4.0026 zp=2 nex= 1
16  namet='Sn120' masst=119.9022 zt=50 qval=0.0000/
```

```

17 &STATES jp=0.0 bandp=1 ep=0.0 cpot=2 jt= 0.00 bandt=1 et=0.0000
    /
18
19 &PARTITION
20   namep='He5' massp=5.0122 zp=2
21   namet='Sn119' masst=119.000 zt= 50 nex= -5 qval= -9.839 /
22 &STATES jp=1.5 bandp=-1 ep=0.0
23           cpot=9 jt= 2.5 bandt= 1 et= 0.000 /
24 &STATES copyp=1 cpot=9 jt= 3.5 bandt= 1 et= 0.000 /
25 &STATES copyp=1 cpot=9 jt= 0.5 bandt= 1 et= 0.000 /
26 &STATES copyp=1 cpot=9 jt= 1.5 bandt= 1 et= 0.000 /
27 &STATES copyp=1 cpot=9 jt= 5.5 bandt=-1 et= 0.000 /
28 &partition /
29
30
31 &POT kp=1 at=118 rc=1.4 /
32 &POT kp=1 type=1 p1=163.9 p2=1.226 p3=0.798 p4=21.9 p5=1.602 p6
    =0.924 /
33
34 &POT kp=2 at=120 rc=1.4 /
35 &POT kp=2 type=1 p1=60.0 p2=1.383 p3=0.742 p4=40.88 p5=1.383 p6
    =0.742 /
36
37 &POT kp=3 at=4.000 rc=1.4 /<4He|6He>
38 &POT kp=3 type=1 p1= 53. p2=1.25 p3=0.65 /
39 &POT kp=3 type=3 p1=7.0 p2=1.25 p3=0.65 / #4に対するが受けるポテンシヤ
    ルHen
40
41 &POT kp=5 at=118 rc=1.4 /Core-Core
42 &POT kp=5 type=1 p1=60.0 p2=1.383 p3=0.742 p4=40.88 p5=1.383 p6
    =0.742 /
43
44 &POT kp=6 at=118.000 rc=1.4 /<118Sn|119Sn>
45 &POT kp=6 type=1 p1=50. p2=1.25 p3=0.65 /
46 &POT kp=6 type=3 p1=6.5 p2=1.25 p3=0.65 /
47
48 &POT kp=9 at=119 rc=1.4 /
49 &POT kp=9 type=1 p1=60.0 p2=1.383 p3=0.742 p4=40.88 p5=1.383 p6
    =0.742 /
50
51 &POT kp=11 at=4.000 rc=1.4 /<4He|5He>
52 &POT kp=11 type=1 p1= 53. p2=1.25 p3=0.65 /
53 &POT kp=11 type=3 p1=7.0 p2=1.25 p3=0.65 / #4に対するが受けるポテンシヤ
    ルHen

```



```

54
55 &POT kp=12 at=5.000 rc=1.4 /<5He|6He>
56 &POT kp=12 type=1 p1= 53. p2=1.25 p3=0.65 /
57 &POT kp=12 type=3 p1=7.0 p2=1.25 p3=0.65 / #5に対するが受けるポテンシャルHen
58
59 &pot /
60
61
62
63 &OVERLAP kn1= 1 ic1=1 ic2=3 in= 1 kind=0 nn= 1 l=1 sn= 0.5 j=
    1.5
64         kbpot= 12 be= 1.8635 isc= 1 ipc=0 / # <5He|6He>
65
66 &OVERLAP kn1= 2 ic1=2 ic2=3 in= 1 kind=0 nn= 1 l=1 sn= 0.5 j=
    1.5
67         kbpot= 11 be= 0.0010 isc= 1 ipc=0 / # <4He|5He>
68
69 &Overlap kn1=3 ic1=1 ic2=3 in=1 kind=0 nn=1 l=1 sn=0.5
70         j=1.5 kbpot=3 be= 0.4868 isc=1 ipc=0 /
71 &Overlap kn1=30 kn2=100 ic1=1 ic2=2 in=1 kind=6 nn=1
72         l=0 lmax=0 sn=0.0 ia=1 j= 0.0 ib=1
73         kbpot=1 be=0.1000 isc=0 ipc=1 /
74 &twont
75         tnt(1,1)=3 tnt(2,1)=3 coef(1)= 1.00000 /
76
77 &Overlap kn1=12 ic1=3 ic2=1 in=2 kind=0 nn= 2 l= 2 sn=0.5 j=
    2.50 kbpot=6 be= 7.794 isc=1 ipc=0 /
78 &Overlap kn1=13 ic1=3 ic2=1 in=2 kind=0 nn= 1 l= 4 sn=0.5 j=
    3.50 kbpot=6 be= 7.794 isc=1 ipc=0 /
79 &Overlap kn1=14 ic1=3 ic2=1 in=2 kind=0 nn= 3 l= 0 sn=0.5 j=
    0.50 kbpot=6 be= 7.794 isc=1 ipc=0 /
80 &Overlap kn1=15 ic1=3 ic2=1 in=2 kind=0 nn= 2 l= 2 sn=0.5 j=
    1.50 kbpot=6 be= 7.794 isc=1 ipc=0 /
81 &Overlap kn1=16 ic1=3 ic2=1 in=2 kind=0 nn= 1 l= 5 sn=0.5 j=
    5.50 kbpot=6 be= 7.794 isc=1 ipc=0 /
82
83 &Overlap kn1=200 kn2=270 ic1=2 ic2=1 in=2 kind=6 nn= 5 l=0 lmax=0
84         sn=0.0 ia=1 j= 0.0 ib=1
85         kbpot=1 be=0.1000 isc=0 ipc=2 /
86 &twont
87         tnt(1, 1)=12 tnt(2, 1)=12 coef( 1)= 0.5123
88         tnt(1, 2)=13 tnt(2, 2)=13 coef( 2)= 0.2774
89         tnt(1, 3)=14 tnt(2, 3)=14 coef( 3)= 0.5297

```

```

90          tnt(1, 4)=15 tnt(2, 4)=15 coef( 4)= 0.7679
91          tnt(1, 5)=16 tnt(2, 5)=16 coef( 5)= -1.0539
92 /
93 &overlap /
94
95 &Coupling icto=2 icfrom=1 kind=7 ip1=0 ip2=-1 ip3=5/ これは
    #2n transfer
96 &CFP in=1 ib=1 ia=1 kn=30 a=1.00 /
97 &CFP in=-2 ib=1 ia=1 kn=200 a=1.00 /
98 &COUPLING icto= 3 icfrom= 1 kind=7 ip1= 1 ip2= -1 ip3= 0 p1=
    -163.2 / # transfer (6He,5He)
99 &cfp in= 1 ib= 1 ia= 1 kn= 1 a= 1.0000 /
100 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 1 kn= 12 a= 0.5123 /
101 &cfp in= 2 ib= 2 ia= 1 kn= 13 a= 0.2774 /
102 &cfp in= 2 ib= 3 ia= 1 kn= 14 a= 0.5297 /
103 &cfp in= 2 ib= 4 ia= 1 kn= 15 a= 0.7679 /
104 &cfp in= 2 ib= 5 ia= 1 kn= 16 a= -1.0539 /
105 &cfp /
106 &COUPLING icto= 2 icfrom= 3 kind=7 ip1= 0 ip2= -1 ip3= 0 p1=
    -122.5 / # transfer (5He,alpha)
107 &cfp in= 1 ib= 1 ia= 1 kn= 2 a= 1.000 /
108 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 1 kn= 12 a= 1.4142 /
109 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 2 kn= 13 a= 1.4142 /
110 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 3 kn= 14 a= 1.4142 /
111 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 4 kn= 15 a= 1.4142 /
112 &cfp in= 2 ib= 1 ia= 5 kn= 16 a= 1.4142 /
113 &cfp /
114 &coupling /

```

次に $^{120}\text{Sn}(\alpha, ^6\text{He})$ に対して QRPA 計算結果を fort.20 として用いて、1 段階移行のゼロレンジ計算を行った際の入力例を以下に示す。ゼロレンジ計算の場合は、束縛ポテンシャルのパラメータと反応に用いる軌道の指定は不要になる。

Listing A.2: QRPA 計算を用いた 1step でのゼロレンジ DWBA 計算の入力例 (fresco.in)

```

1 Comment Line
2 NAMELIST
3 &FRESCO hcm=0.04 rmatch=30.00 rintp=0.20 hnl=0.1 rnl=16.00
4 centre=-1.2 hnn=0.300
5 jtmin=0.0 jtmax=55 absend=-1 thmin=0.00 thmax=20.00 thinc=0.10
6 iter=1 nnu=36 chans=1 xstabl=1 smats=4 wdisk=2
7 pel=2 elab=100.000 /
8
9 &PARTITION
10 namep='6He' massp=6.01779 zp=2 nex=1 pwf=T
11 namet='Sn118' masst=117.87436 zt=50 qval=-14.6121 /

```

```

12 &STATES jp=0.0 ptyp=1 ep=0.0000 cpot=1 jt=0 ptyt=1 et=0.0 /
13
14 &PARTITION
15 namep='alpha' massp=4.00151 zp=2 nex=1 pwf=T
16 namet='Sn120' masst=119.87495 zt=50 qval=0.0000/
17 &STATES jp=0.0 ptyp=1 ep=0.0 cpot=2 jt=0.0 ptyt=1 et=0.0000 /
18
19 &partition / ! END OF DEFINING PARTITIONS
20
21
22
23 &POT kp=1 at=118 rc=1.4 / #Sn118+He6 optical
24 &POT kp=1 type=1 p1=163.9 p2=1.226 p3=0.798 p4=21.9 p5=1.602 p6
    =0.924 /
25
26 &POT kp=2 at=120 rc=1.4 / #Sn120+He4 optical
27 &POT kp=2 type=1 p1=60.0 p2=1.383 p3=0.742 p4=40.88 p5=1.383 p6
    =0.742 /
28
29 &POT kp=3 at=4.000 rc=1.25 /
30 &POT kp=3 type=1 p1=69.363 p2=1.1969 p3=0.65 /
31
32
33 &POT kp=4 at=118.000 rc=1.4 /
34 &POT kp=4 type=1 p1=50. p2=1.25 p3=0.65 /
35
36 &POT kp=5 ap=4.000 at=118.000 rc=1.4 /
37 &POT kp=5 type=1 p1=60.0 p2=1.383 p3=0.742 p4=40.88 p5=1.383 p6
    =0.742 /
38
39 &pot / ! END OF DEFINING POTENTIALS
40 &OVERLAP
41 kn1=1 kn2=0 ic1=1 ic2=2 in=1 kind=0
42 nn=2 l=0 sn=0.0 j=0.0 kbpot=3 krpot=0
43 be=0.975 isc=1 ipc=3 ampl=1.0000 /
44 &OVERLAP
45 kn1=20 kn2=0 ic1=1 ic2=2 in=2 kind=0
46 nn=1 l=0 sn=0.0 j=0 kbpot=4 krpot=0
47 be=15.5875 isc=1 ipc=3 ampl=1.0000 nfl=20 /
48 &overlap / ! END OF DEFINING OVERLAPS
49
50
51 &Coupling icto=2 icfrom=1 kind=5 ip1=0 ip2=-1 ip3=5 p1=1 p2=0 /

```

```

52 &CFP in=1 ib=1 ia=1 kn=1 a=1.00 /
53 &CFP in=-2 ib=1 ia=1 kn=20 a=1.00 /
54 &coupling /

```

A.2 理論計算での出力結果

節 A.1.1 の様々な入力での遷移密度と角度分布の出力結果を示していく。

A.2.1 QRPA 計算で得られた 0.1MeV ごとの励起エネルギー別の遷移密度

左上を 0MeV として 0.1MeV 間隔で 7.5MeV までの遷移密度を載せた。ただし、横軸は 2 中性子の重心と ^{118}Sn との距離 (fm) を表し、縦軸は遷移密度を半径の 2 乗で割ったものを表す。

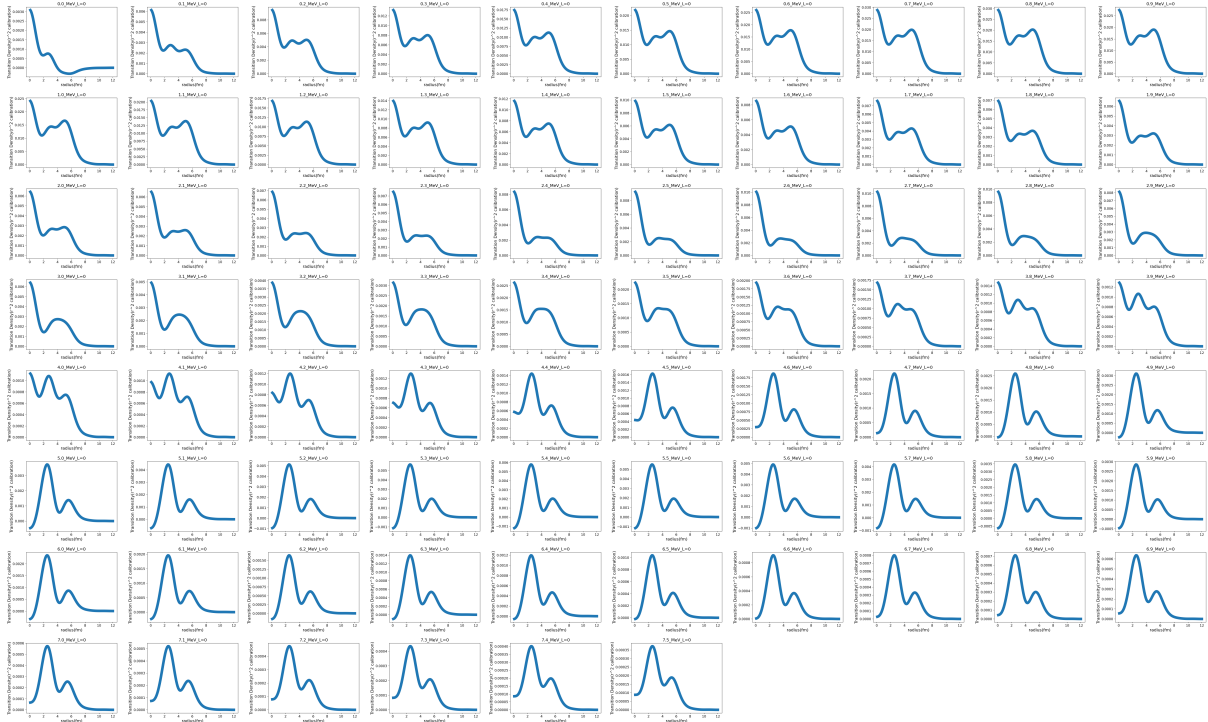
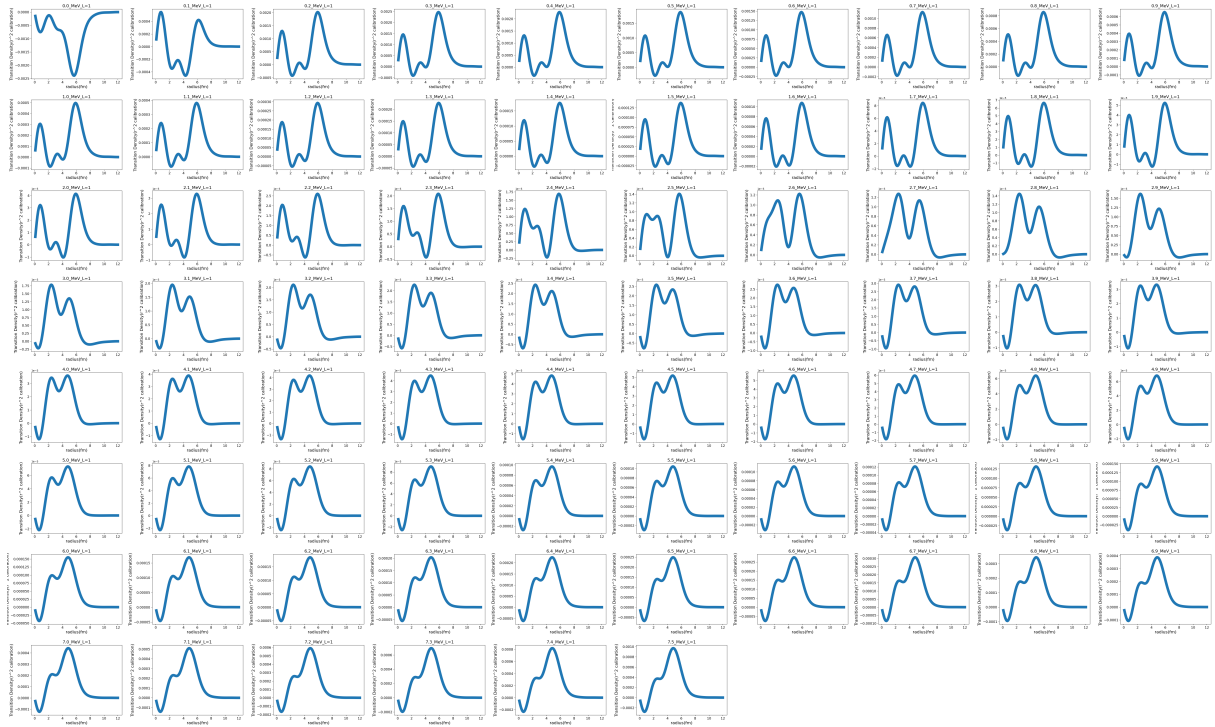
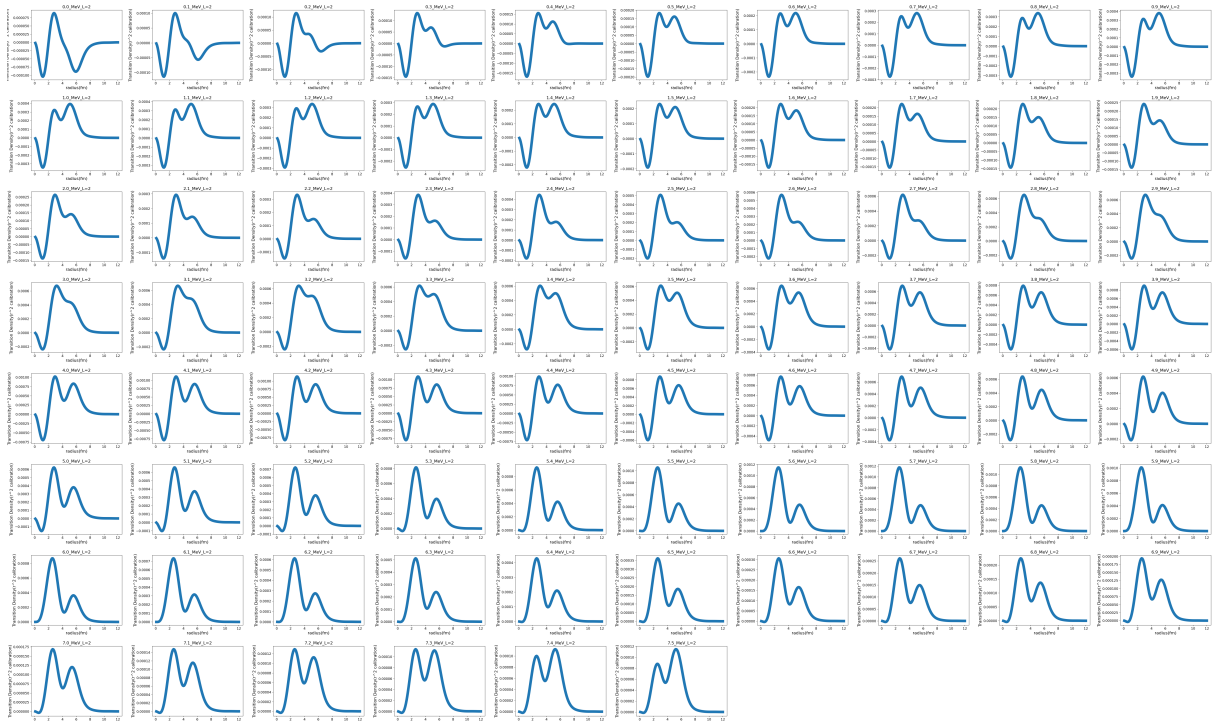
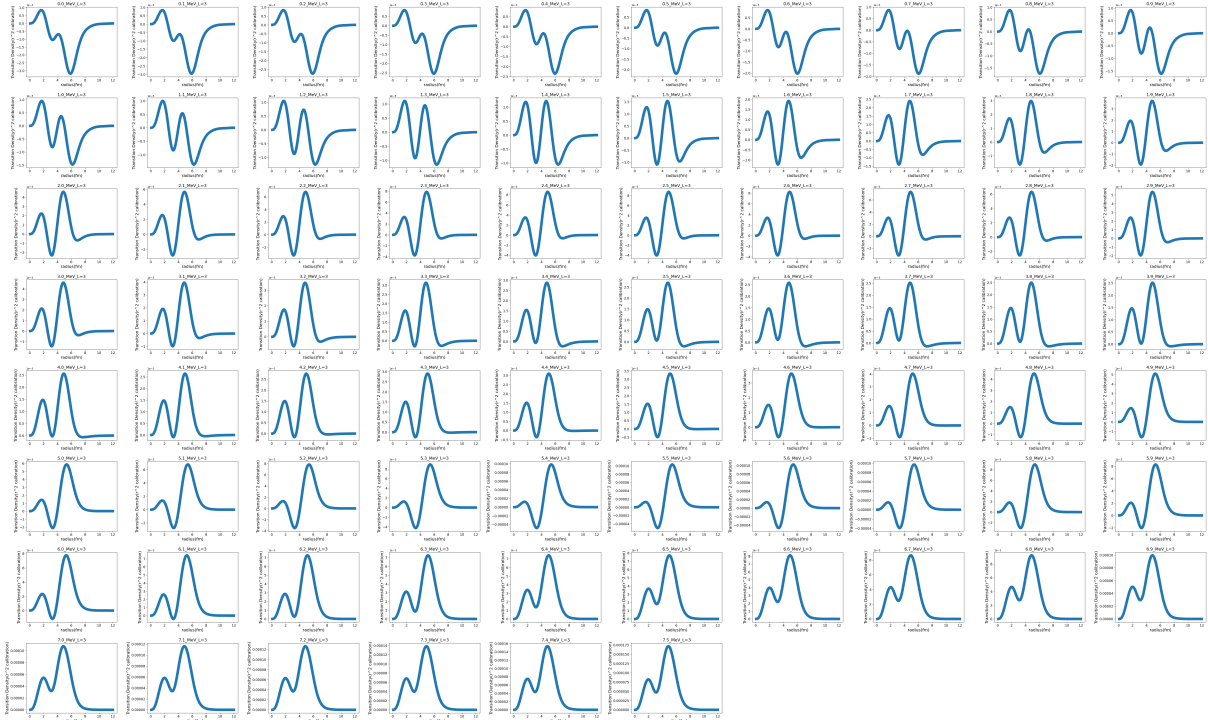
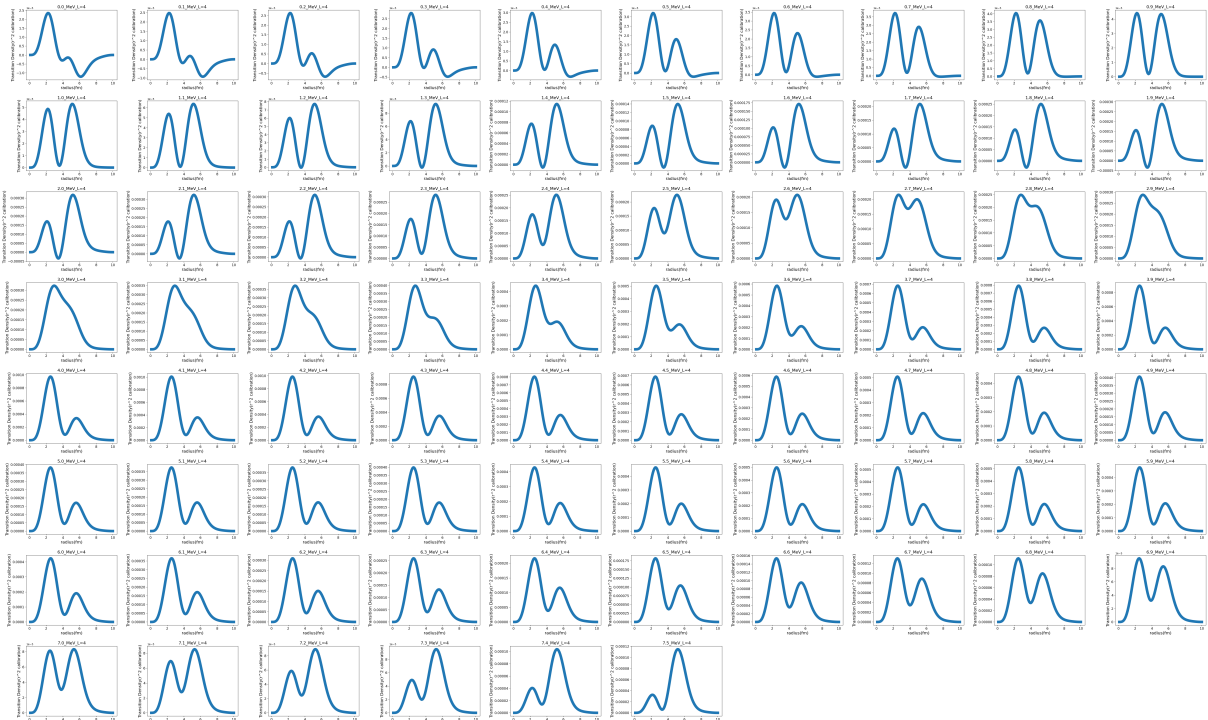
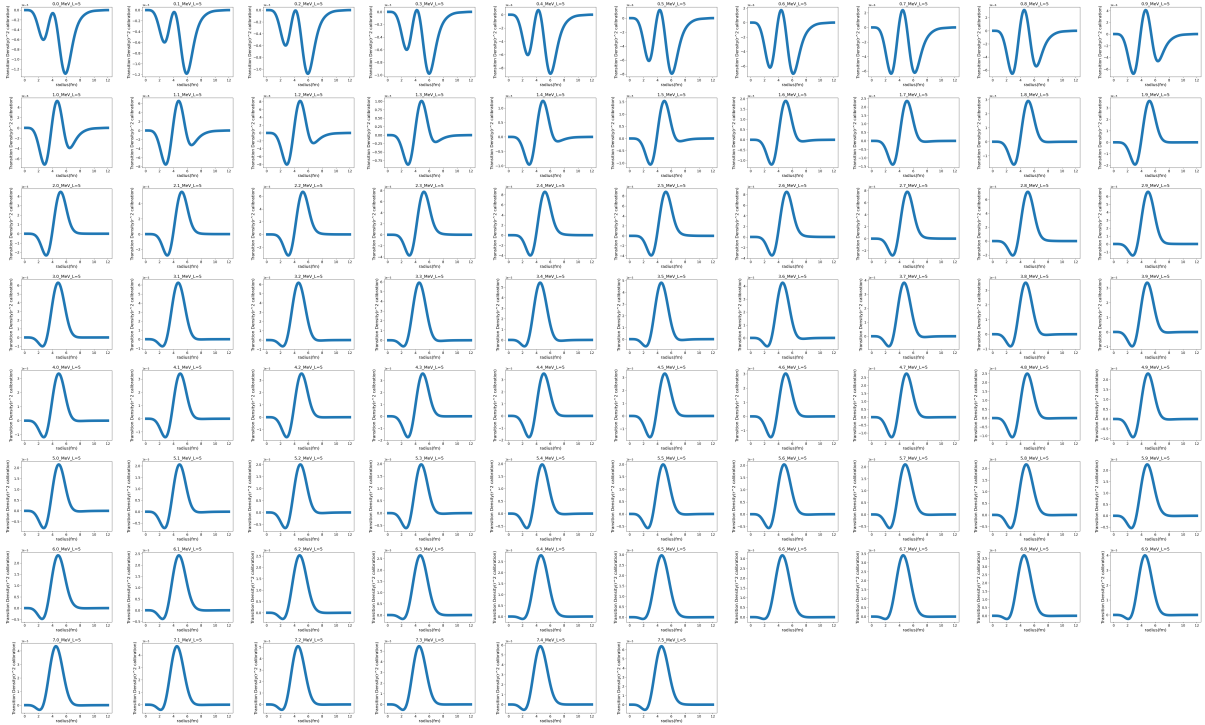
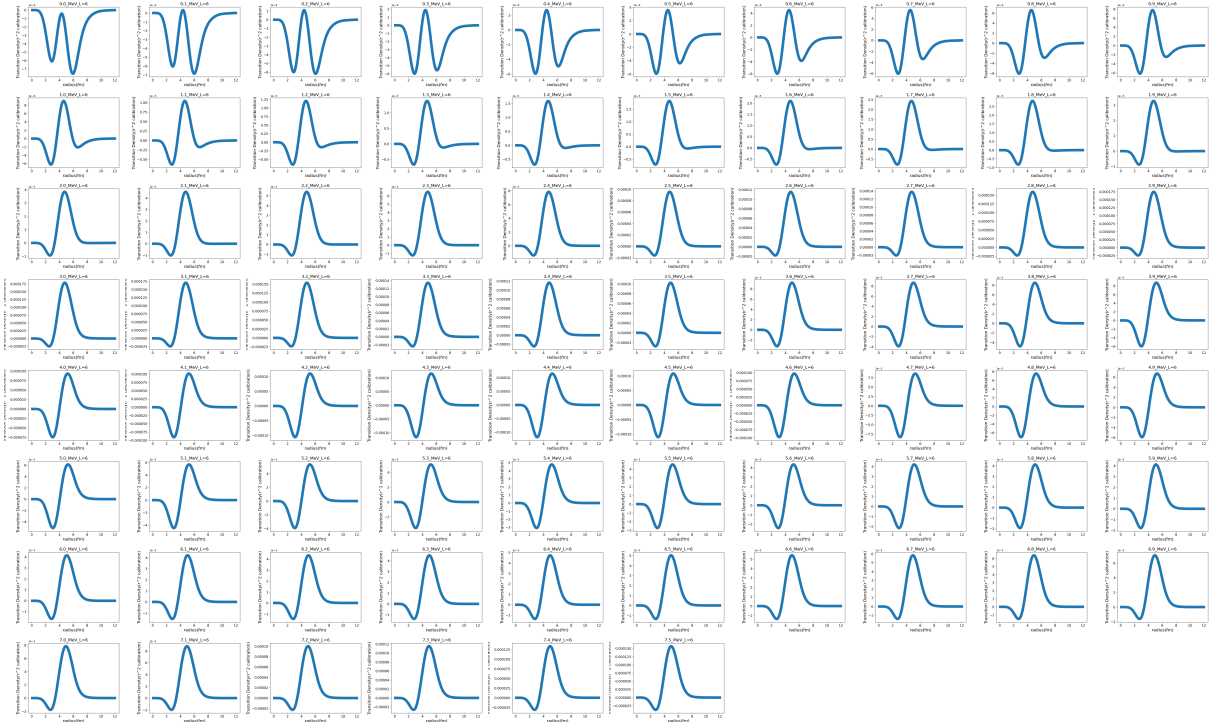


図 A.1: $\Delta L=0$ の時の励起エネルギー別の遷移密度

図 A.2: $\Delta L=1$ の時の励起エネルギー別の遷移密度図 A.3: $\Delta L=2$ の時の励起エネルギー別の遷移密度

図 A.4: $\Delta L=3$ の時の励起エネルギー別の遷移密度図 A.5: $\Delta L=4$ の時の励起エネルギー別の遷移密度

図 A.6: $\Delta L=5$ の時の励起エネルギー別の遷移密度図 A.7: $\Delta L=6$ の時の励起エネルギー別の遷移密度

A.2.2 DWBA 計算で得られた軌道角運動量移行 ΔL ごとの励起エネルギー別の角度分布

励起エネルギー 1.5MeV から 7.5MeV まで 0.1MeV 区切りで DWBA で計算した角度分布を ΔL ごとにまとめて、図 A.8 から図 A.14 に示した。

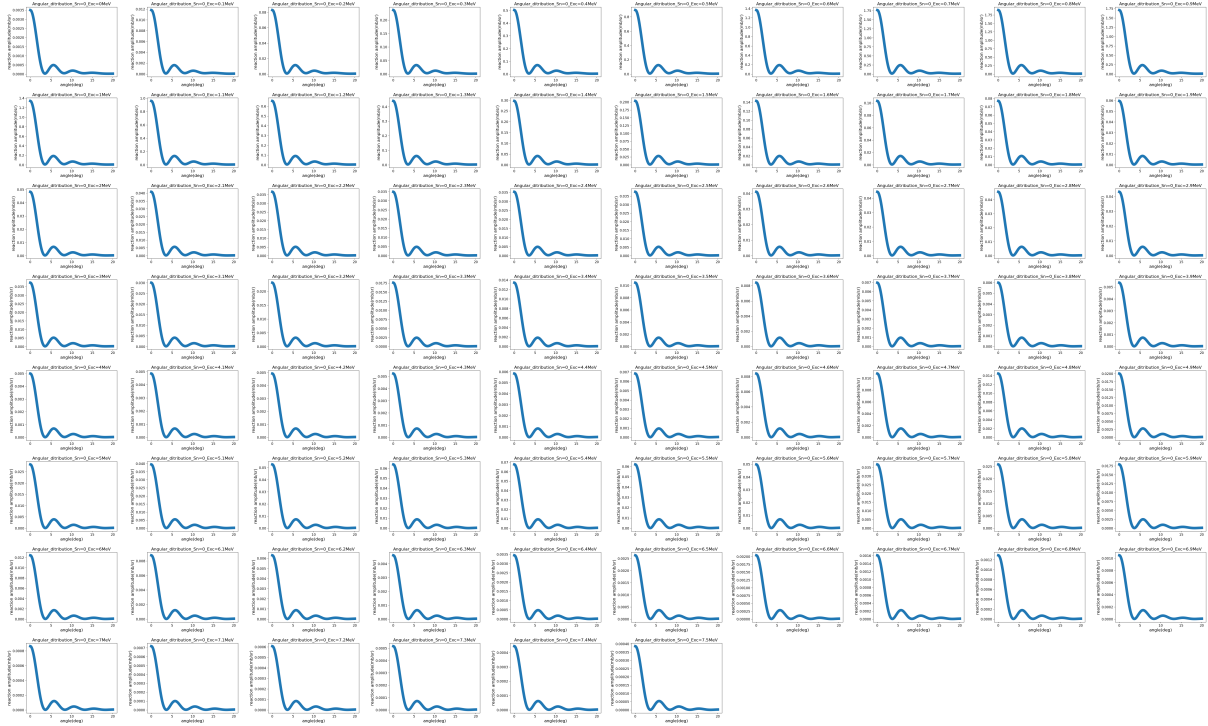
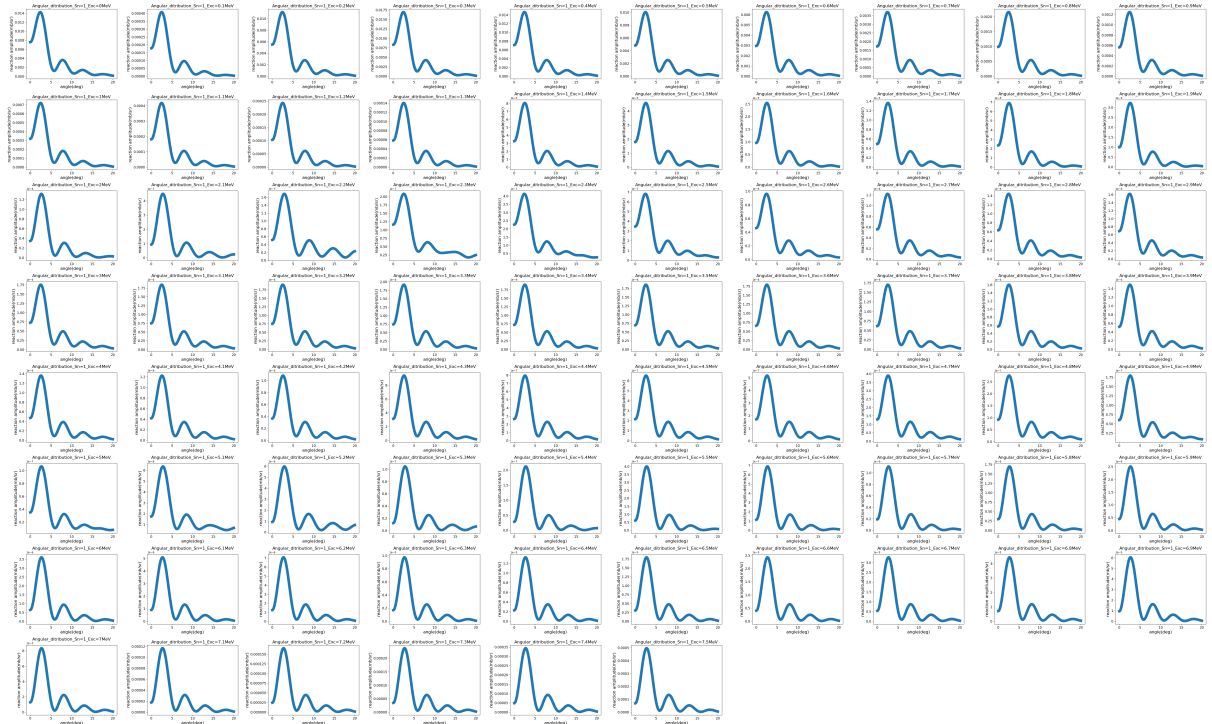
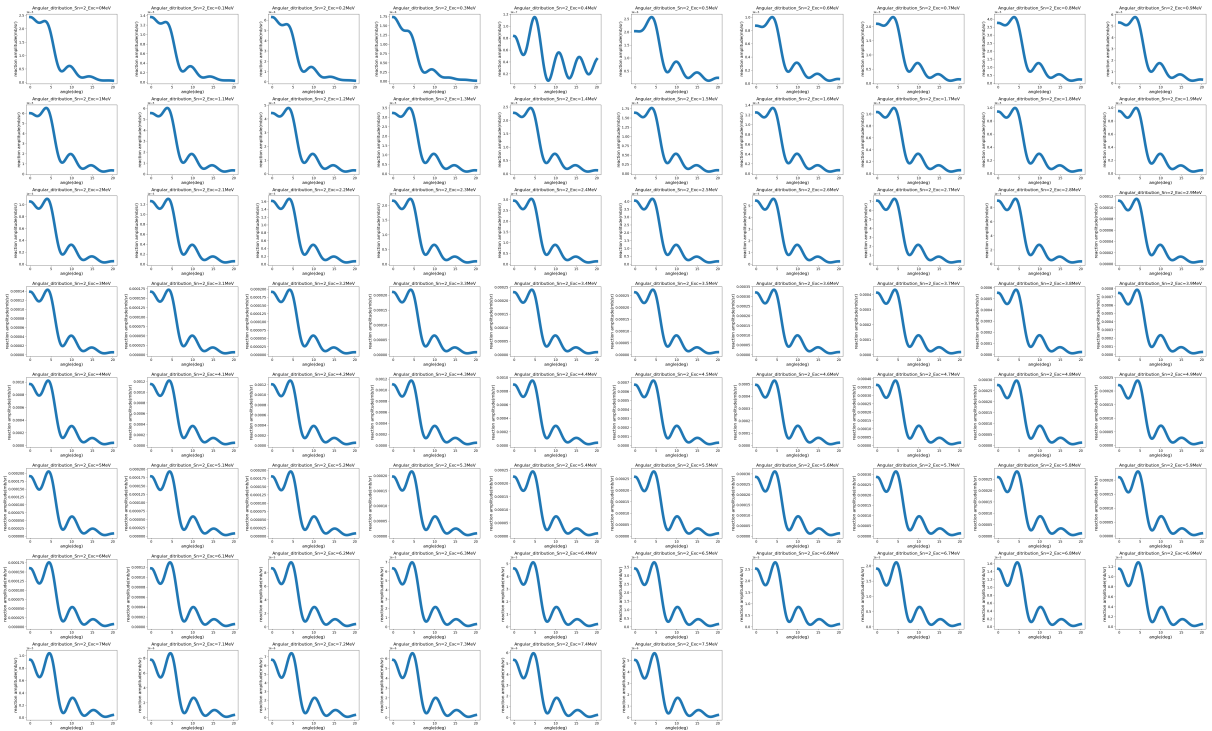
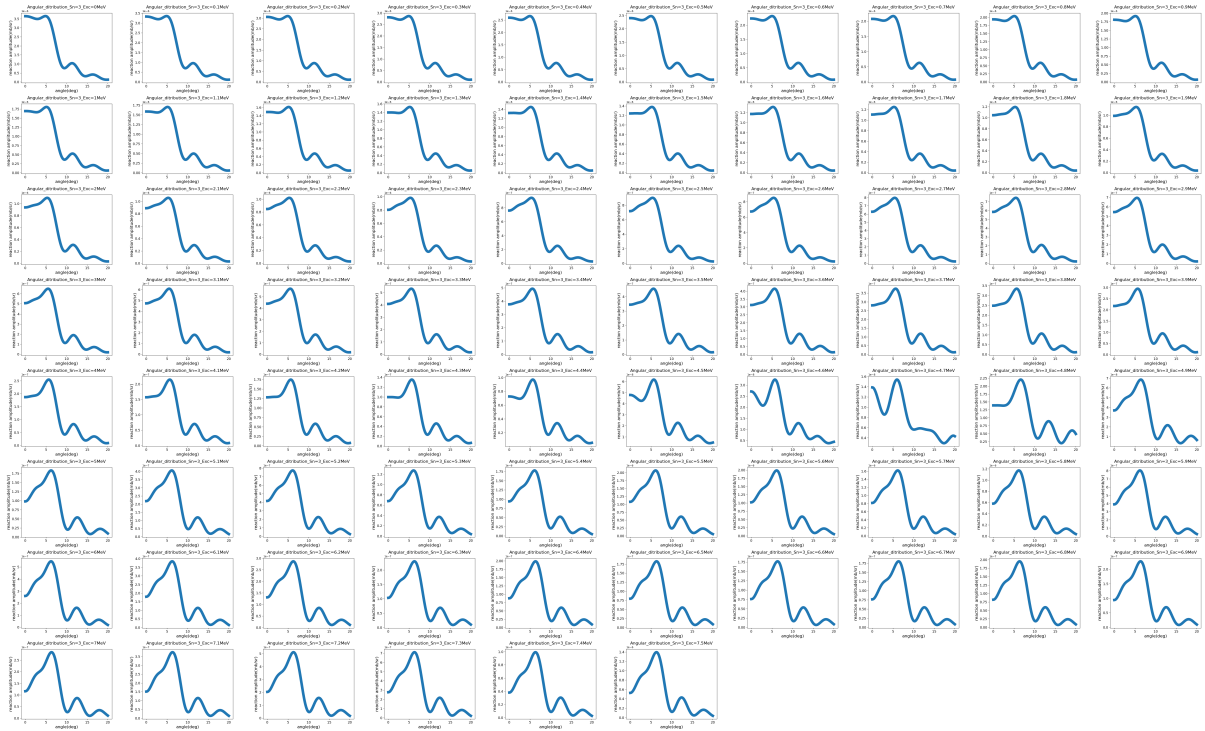
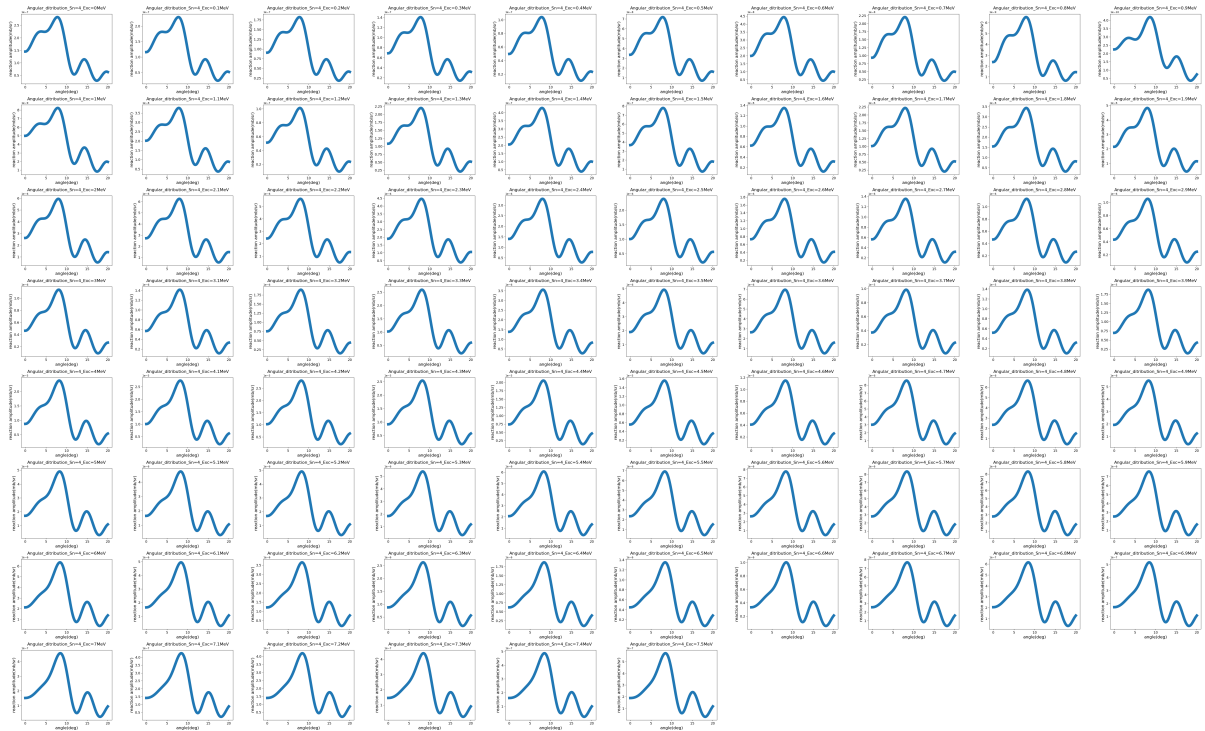
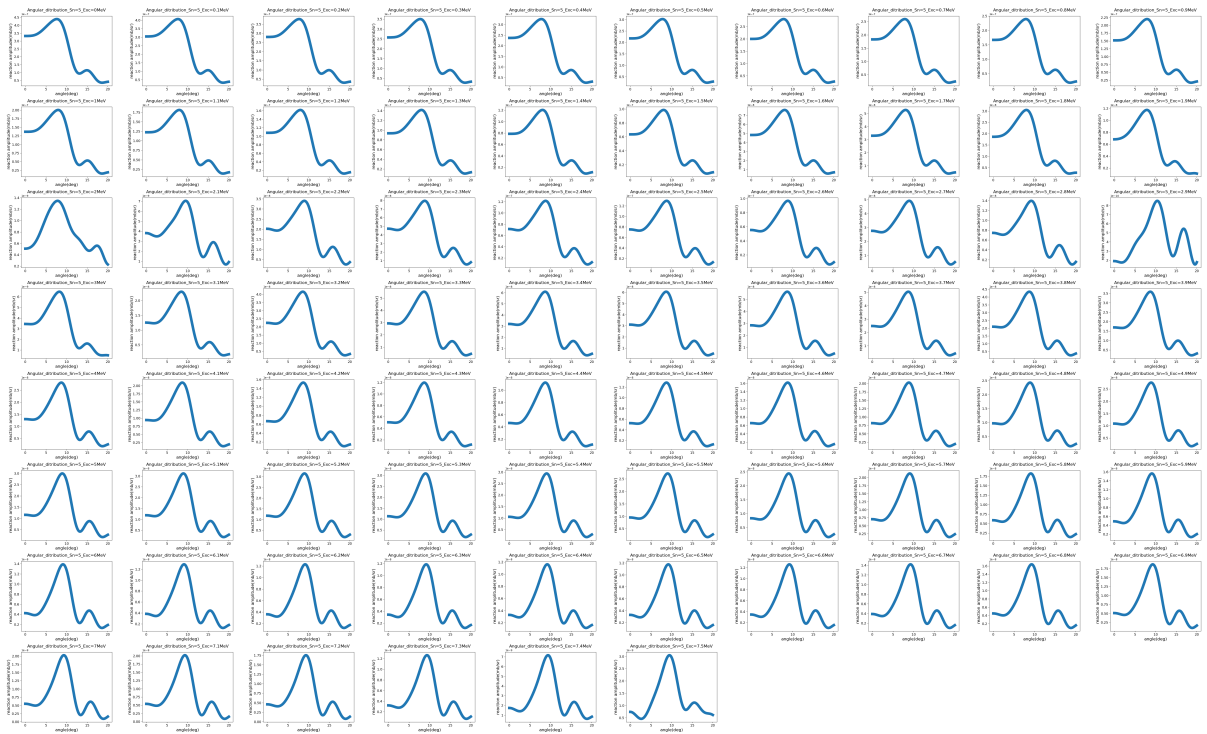
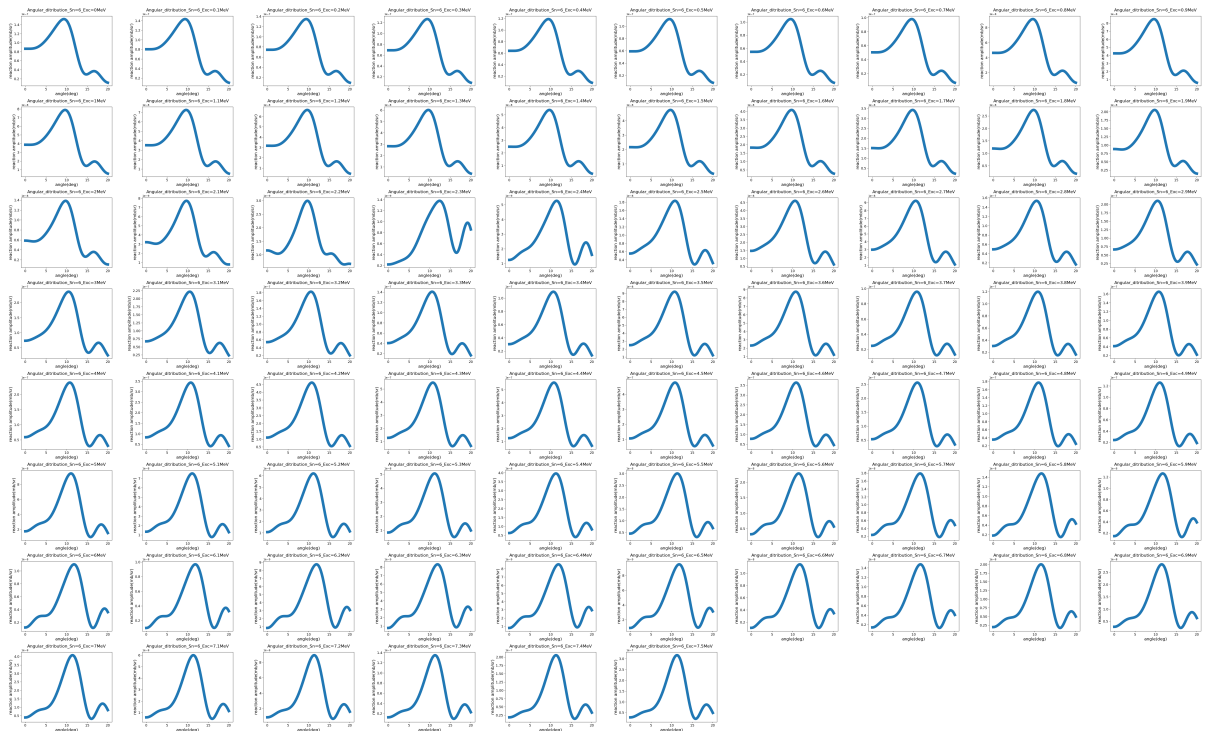


図 A.8: $\Delta L=0$ の時の励起エネルギー別の角度分布

図 A.9: $\Delta L=1$ の時の励起エネルギー別の角度分布図 A.10: $\Delta L=2$ の時の励起エネルギー別の角度分布

図 A.11: $\Delta L=3$ の時の励起エネルギー別の角度分布図 A.12: $\Delta L=4$ の時の励起エネルギー別の角度分布

図 A.13: $\Delta L=5$ の時の励起エネルギー別の角度分布図 A.14: $\Delta L=6$ の時の励起エネルギー別の角度分布

A.2.3 多重極展開 (MDA) を行った際の、励起エネルギーごとのフィッティング結果

励起エネルギー 1.5MeV から 7.4MeV まで、0.1MeV 区切りで角度分布にフィッティングをした結果を図 A.15 に示す。

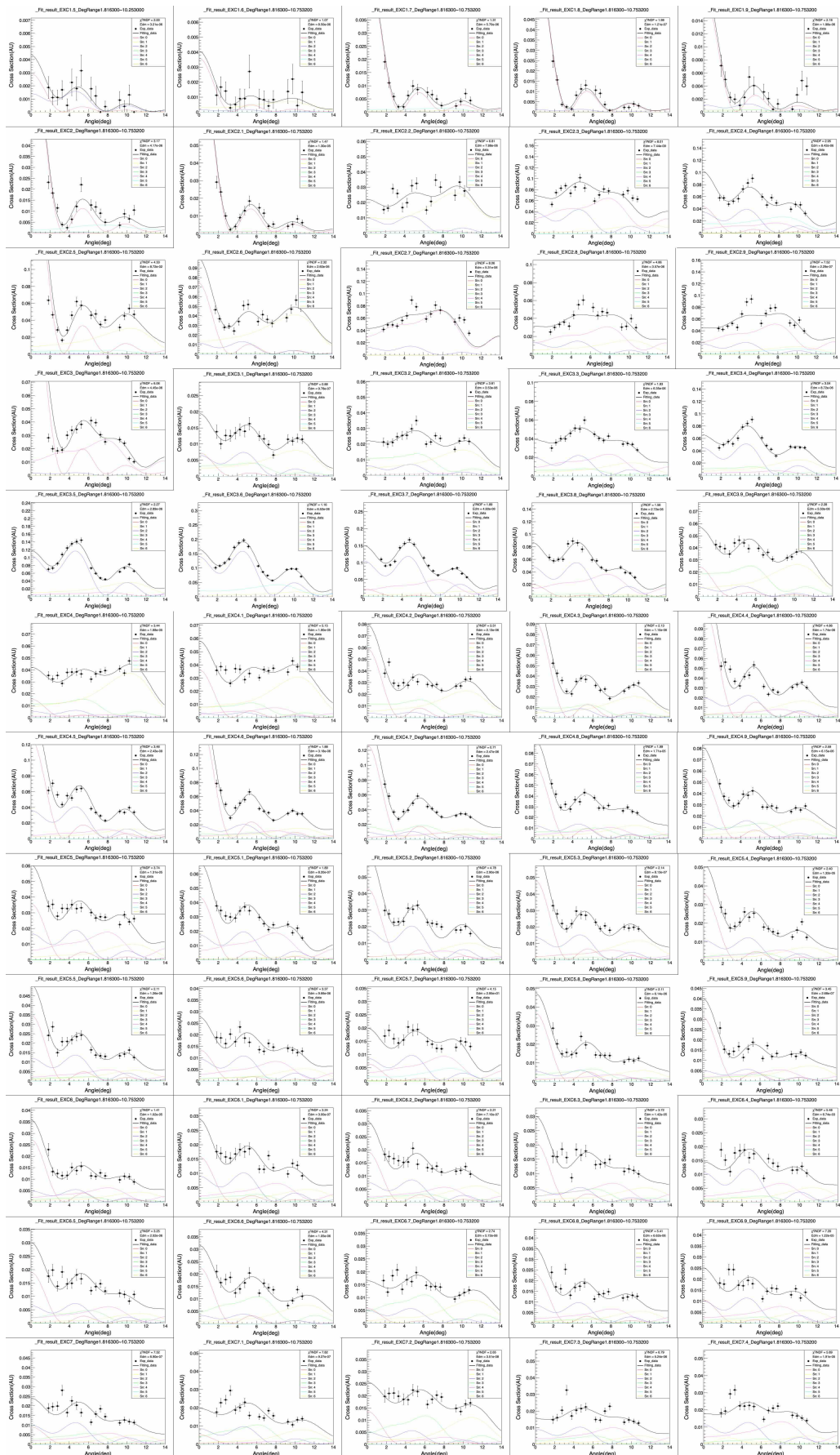


図 A.15: 1.5MeV から 7.4MeV までの励起エネルギー別の MDA 結果

A.2.4 多重極展開 (MDA) を行った際に得られた角度別のスペクトル

最終的に MDA を行うことで得られたスペクトルを、MDA に用いたデータポイントの角度別に図 A.2.4 から図 A.23 に示す。

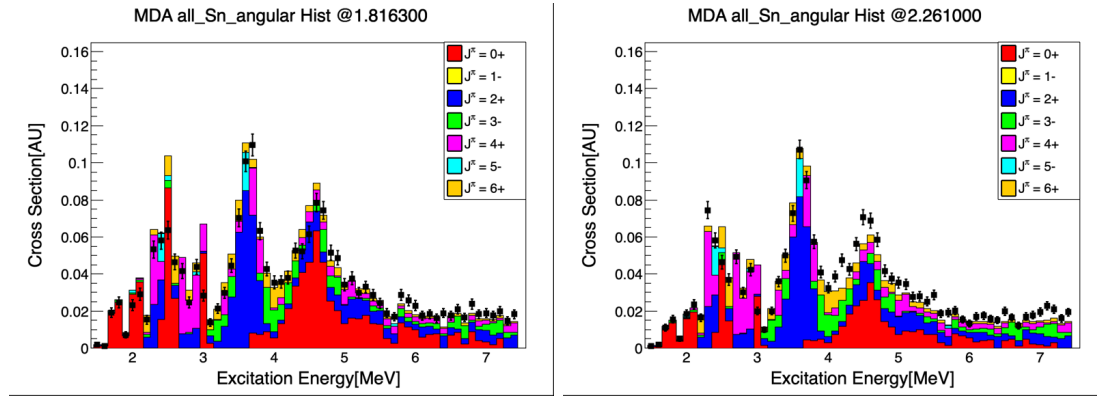


図 A.16: 1.81 度と 2.26 度での MDA で得られたスペクトル

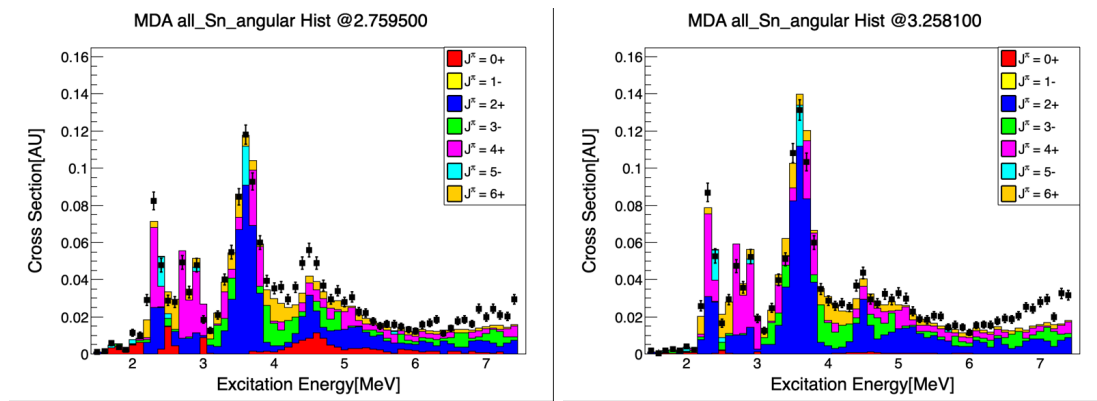


図 A.17: 2.75 度と 3.25 度での MDA で得られたスペクトル

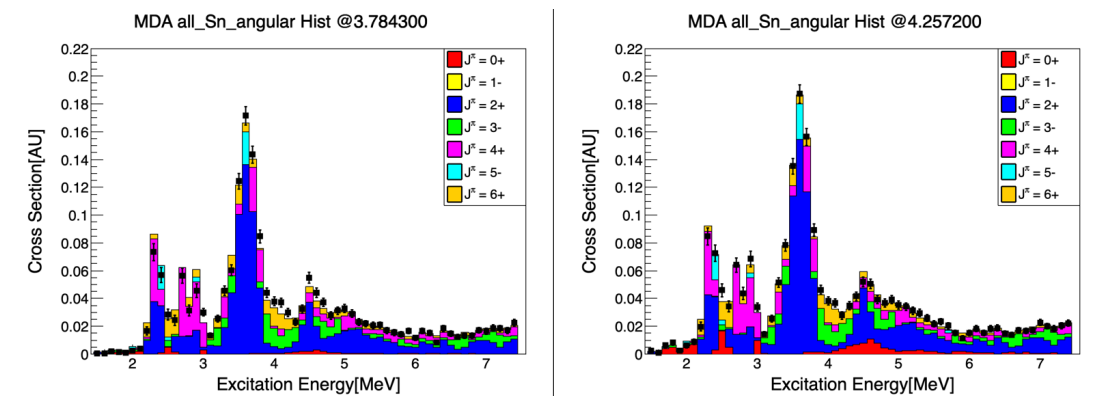


図 A.18: 3.78 度と 4.25 度での MDA で得られたスペクトル

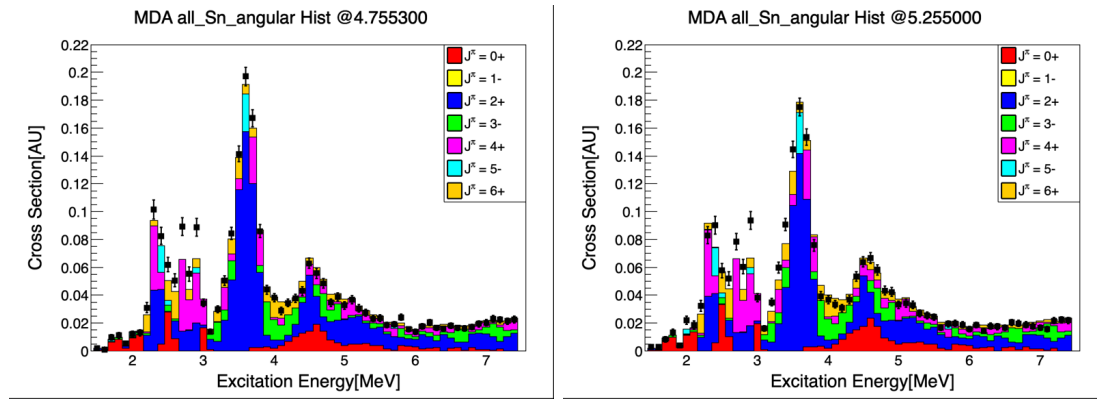


図 A.19: 4.75 度と 5.25 度での MDA で得られたスペクトル

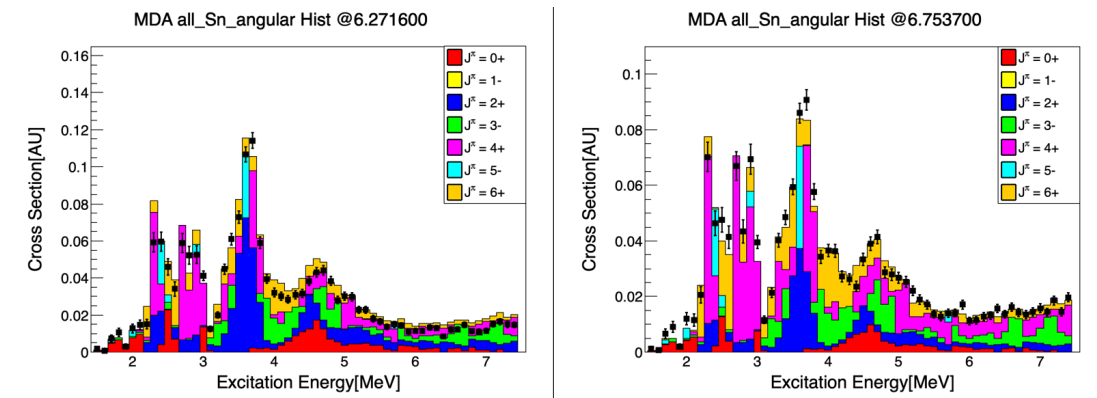


図 A.20: 6.27 度と 6.75 度での MDA で得られたスペクトル

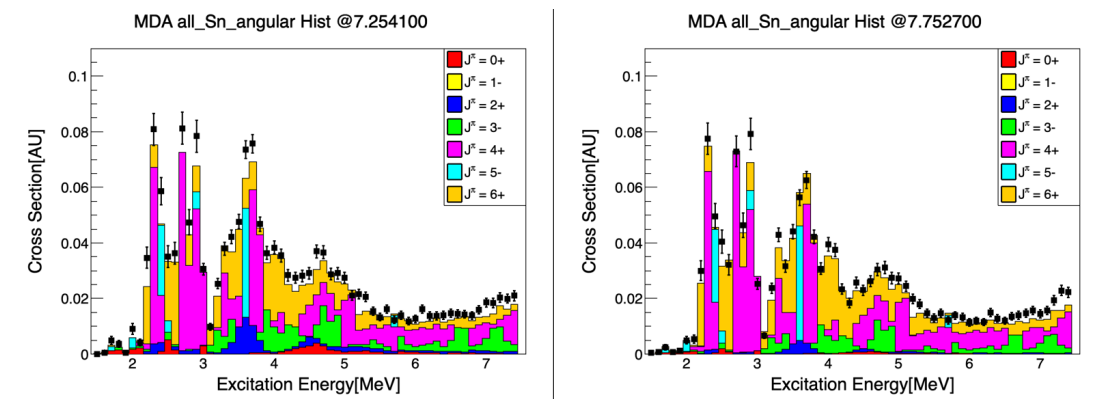


図 A.21: 7.25 度と 7.75 度での MDA で得られたスペクトル

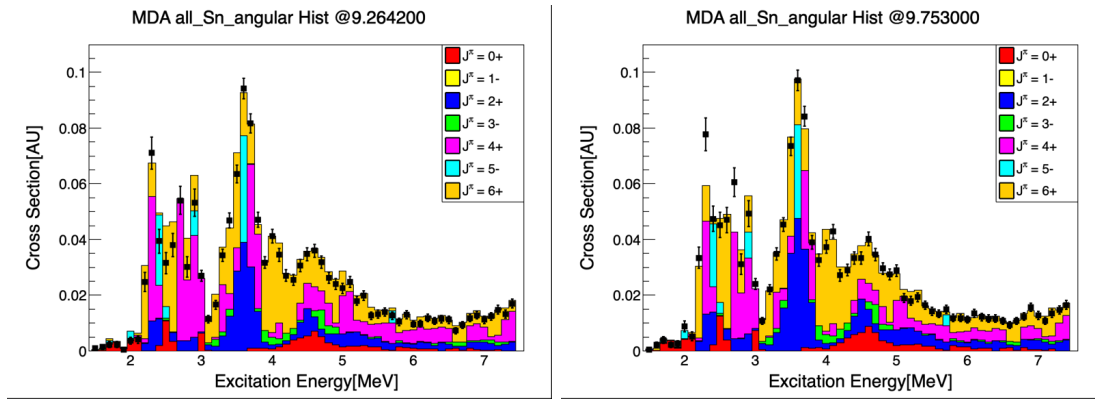


図 A.22: 9.26 度と 9.75 度での MDA で得られたスペクトル

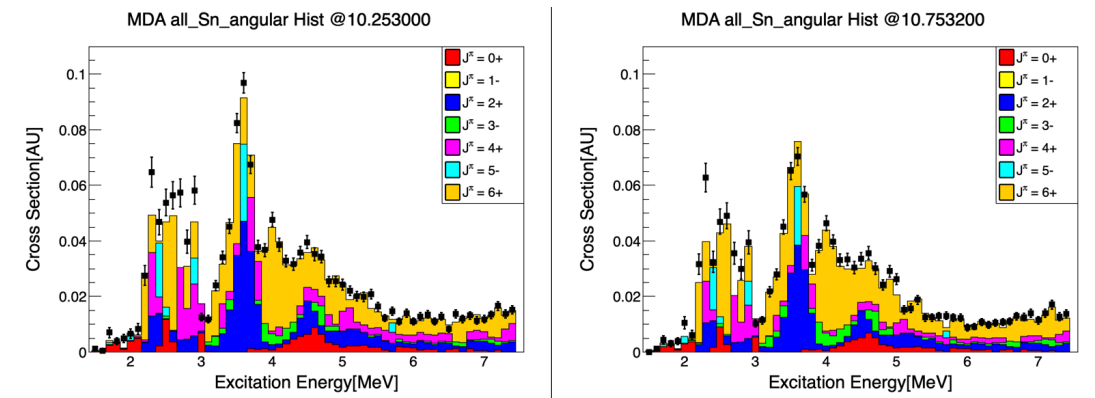


図 A.23: 10.25 度と 10.75 度での MDA で得られたスペクトル