

η' 中間子原子核分光実験における
データ収集システムの開発

京都大学大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
原子核・ハドロン物理学研究室
山上大貴

2015 年 1 月 28 日

概要

$\eta'(958)$ 中間子は有限密度中で $U_A(1)$ 異常とカイラル対称性の部分的回復によって大きく質量が減少することが予測されており、その場合には原子核中で束縛状態を形成しうる。我々はドイツ重イオン研究所 GSI および現在建設中の反陽子イオン研究施設 FAIR において 2.5 GeV 陽子ビームを用いた $^{12}\text{C}(p, d)$ 反応による欠損質量分光実験を行い、この束縛状態を探索する。実験では多パイオン生成を主とするバックグラウンドとなる事象が存在するものの崩壊幅の狭い束縛状態に対応するピーク構造が観測される可能性がある。ただし、S/N 比は高々 1/100 と非常に小さいため、大強度の一次陽子ビームかつ厚い標的を用いた高統計での測定が必要である。

2014 年 8 月に行った実験では VME インターフェースでの読み出し系を利用して約 1 kHz の読み出し速度を実現していた。今後の実験では更に高統計での実験を行うために読み出し系の高速化によって 10 kHz 以上の速度を目指す。

データ収集システム高速化の試みとしてまず MWDC 読み出し系のアップグレードを行う。Belle-II CDC 読み出し回路として開発されたボードに汎用性を持たせた改良型を用いる。このボードでは 1 枚につき 64 チャンネルの多芯ドリフトチェンバー (MWDC) からのアナログ信号を ASD、TDC で処理してデジタル化し、イーサネットを利用した TCP 通信でのデータ転送までを行う。

さらに、複数の読み出しボードが独立にデータを構築するために読み出し後のイベント照合を確実に行うためのモジュールが開発されており、これを新たに採用する。このモジュールでは各読み出しボードヘタグ情報を分配し、これによって異なるボード間でのイベント同期の確実性を保証する。

本論文では、新たに開発した読み出しボードおよびタグ情報配布用のトリガモジュールを用いたデータ収集システムについて述べる。また、新たに導入するモジュールを用いて信号読み出しを行い、 β 線の飛跡を MWDC を用いて計測したテストの結果と、これらのモジュールの高トリガ時読み出しの性能評価についての報告を行う。

目次

| | | |
|-------|-----------------------------|----|
| 第 1 章 | 序章 | 9 |
| 1.1 | 有限密度における η' 中間子の性質の変化 | 9 |
| 1.2 | GSI における η' 中間子原子核分光実験 | 10 |
| 1.3 | FAIR Super-FRS における実験計画 | 16 |
| 1.4 | データ収集システム更新の動機 | 17 |
| 第 2 章 | データ収集システム | 21 |
| 2.1 | 現在用いられている読み出し系 | 21 |
| 2.2 | MWDC 読み出し用 TDC | 22 |
| 2.3 | トリガ分配モジュール | 26 |
| 2.4 | DAQ 概略図 | 29 |
| 第 3 章 | データ収集システムの性能評価 | 31 |
| 3.1 | 64ch RAINER の基本性能の確認 | 31 |
| 3.2 | 収集効率の評価 | 32 |
| 3.3 | STM を用いた複数の RAINER でのイベント同期 | 38 |
| 3.4 | まとめ | 41 |
| 第 4 章 | MWDC を用いたテスト | 43 |
| 4.1 | MWDC の構造 | 43 |
| 4.2 | MWDC のトラッキング | 47 |
| 4.3 | 解析 | 50 |
| 第 5 章 | まとめと今後の展望 | 55 |
| | 参考文献 | 59 |
| 付録 A | 最小二乗法によるチェンバーの直線トラッキング | 61 |

| | | |
|-----|---------------------------|----|
| A.1 | 2次元平面内でのトラッキング | 61 |
| A.2 | 3次元空間内の直線トラッキング | 62 |

表目次

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | エネルギー分解能への寄与 | 13 |
| 2.1 | 64ch RAINER のデータフォーマット | 25 |
| 3.1 | イベント照合不一致の事象数 | 40 |
| 4.1 | 64ch RAINER での検出効率 (アルゴン・イソブタン混合ガス) | 51 |
| 4.2 | 64ch RAINER での位置分解能 [mm] (FWHM) | 51 |

目次

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | 中間子の質量の密度依存性 | 10 |
| 1.2 | CBELSA/TAPS 実験での Transparency ratio の原子核依存性 | 11 |
| 1.3 | $^{12}\text{C}(p, d)$ 反応の模式図. | 12 |
| 1.4 | シミュレーションで得た 4.5 日の包括的測定での欠損質量スペクトル | 13 |
| 1.5 | FRS 実験でのセットアップ | 14 |
| 1.6 | S4 セットアップ | 15 |
| 1.7 | GSI の実験で使用する MWDC. | 15 |
| 1.8 | HIRAC の写真と模式図 | 16 |
| 1.9 | TORCH の写真と模式図 | 16 |
| 1.10 | S2-S4 間の TOF 分布 | 17 |
| 1.11 | FAIR 施設の概略図 | 18 |
| 1.12 | FRS と Super-FRS | 19 |
| 2.1 | 更新前の ASD | 22 |
| 2.2 | 更新前に使用の 64ch AMT-TDC-VME | 22 |
| 2.3 | 64ch RAINER | 23 |
| 2.4 | 64ch RAINER のデータ構築プロセス | 24 |
| 2.5 | 信号のタイミング | 24 |
| 2.6 | トリガモジュールのやり取り | 27 |
| 2.7 | Sub Trigger Module. | 28 |
| 2.8 | MTM(左)、VME 用 RM(右) と VME GPIO Unit で動作中の RM(中央) | 29 |
| 2.9 | トリガモジュールの信号のタイミング | 29 |
| 2.10 | DAQ 回路の模式図 | 30 |
| 3.1 | 64ch RAINER の TDC の線形性 | 32 |
| 3.2 | 64ch RAINER の TDC 分解能 | 32 |
| 3.3 | テストパルス入力用回路 | 33 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.4 | 電荷ごとのスレッシュホールド DAC 値とヒット判定率の関係 | 33 |
| 3.5 | DAC 値と電荷量の関係 | 33 |
| 3.6 | 高レートトリガ読み出しテストの回路 | 34 |
| 3.7 | テストパルス用クロックとトリガ | 35 |
| 3.8 | 記録イベント数の時間推移 (1 台) | 36 |
| 3.9 | 記録イベント数の時間推移 (5 台) | 37 |
| 3.10 | 複数読み出しテスト用回路 | 39 |
| 3.11 | STM タグ情報反映に要する遅延時間 | 39 |
| 4.1 | テストに用いた MWDC | 44 |
| 4.2 | MWDC の構造 | 44 |
| 4.3 | MWDC と 64ch RAINER の接続 | 45 |
| 4.4 | トリガ用シンチレータの配置 | 45 |
| 4.5 | シンチレータと線源の配置 | 45 |
| 4.6 | ノイズによる TDC 分布への影響 | 46 |
| 4.7 | ノイズによるヒット数への影響 | 46 |
| 4.8 | ASD のアナログ出力 | 47 |
| 4.9 | ASD のデジタル出力 | 47 |
| 4.10 | X 面での TDC のヒストグラム | 48 |
| 4.11 | X 面での X-T Curve | 49 |
| 4.12 | ドリフト長とドリフト時間の相関。赤色の破線は X-T Curve を表す。 | 50 |
| 4.13 | ドリフト時間を特定の時刻に選んだ場合のドリフト長の分布 | 50 |
| 4.14 | 残差の分布 | 52 |
| 4.15 | モンテカルロシミュレーションによる検証手順 | 53 |
| 4.16 | シミュレーションによって得た再構成後のずれの分布 | 53 |

第 1 章

序章

1.1 有限密度における η' 中間子の性質の変化

陽子、中性子や π 中間子をはじめとするハドロンは 3 つないし 2 つのクォークで成り立っているが、陽子を例にとるとハドロンの質量のうちクォークによって説明できるのは 2% 程度であり、残る 98% は量子色力学におけるカイラル対称性の破れに起因して生じているとされている。このカイラル対称性の破れの度合いを表す指標であるカイラル凝縮 $\langle \bar{q}q \rangle$ は真空中で $-(250\text{MeV})^3$ の値を取る。有限密度中ではカイラル対称性の部分的な回復が生じて、原子核密度では $|\langle \bar{q}q \rangle|$ が 30% 減少すると考えられている。有限密度中での $\langle \bar{q}q \rangle$ の変化は π 中間子-原子核間の相互作用などに影響を及ぼすため、 π 中間子原子の精密分光などが行われている。このようにカイラル対称性の破れはハドロンの性質と密接に関連しており、理論と実験の両方の側面から活発に研究が進められている。

η' 中間子は他の擬スカラー中間子である π, K 中間子と比較して $958 \text{ MeV}/c^2$ と大きな質量を獲得している。この大きな質量は量子色力学における $U_A(1)$ 異常とカイラル対称性の部分的な破れの両方が書け合わさるようにして寄与し引き起こされていると考えられている [1]。一方で、 η' 中間子が原子核中などの有限密度中に置かれた場合にはカイラル対称性の部分的回復により $U_A(1)$ 異常の効果が弱まることで、質量が大きく減少することが理論によって予想されている。例えば、Nambu-Jona-Lasinio 模型を用いた理論計算では図 1.1 のように密度に依存して質量が変化すると計算されており、真空中に対して原子核密度中では 150 MeV の質量の減少が予測される [2, 3]。他に、線形シグマ模型を用いた計算では 80 MeV の質量減少が予測されており [4]、QMC (quark-meson coupling) 模型では $\eta\eta'$ 間の混合角が -20° の場合に 37 MeV の減少が予測されている [5]。この質量の減少は η' 中間子と原子核の間の光学ポテンシャルが引力的であるとみなせるため、 η' 中間子が原子核中で束縛された状態の存在が予想されている。

また、CBELSA/TAPS 実験では原子核標的に対する η' 中間子の光生成反応を用いて η' 中間

子と原子核間の相互作用の情報を引き出した [6, 7]。この実験では $A(\gamma, \eta')A'$ の反応断面積について透過率 (transparency ratio)

$$T_A = \frac{\sigma_{\gamma A \rightarrow \eta' A'} / A}{\sigma_{\gamma C \rightarrow \eta' C} / 12} \quad (1.1)$$

の A に対する依存性を実験的に得て、図 1.2 の結果を示した。理論の計算値との比較を行うと、 η' の吸収幅を 15-25 MeV の範囲で実験とおおむね一致することを示した。

これらの理論、実験での先行研究により崩壊幅の狭い η' 中間子原子核が存在することが予想されている。

η' 中間子原子核を実験により観測することができれば、原子核中における η' 中間子の質量を調べることで有限密度中でのカイラル対称性の部分的回復や、それに伴う $U_A(1)$ 異常の効果の変化についての実験的情報を得ることにつながり、さらには η' 中間子の質量獲得の仕組みに対する理解が深まるものと考えられる。

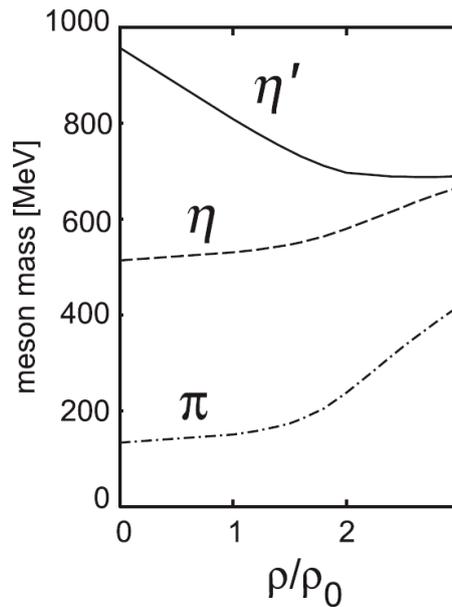


図 1.1 中間子の質量の密度依存性 [3]。 ρ_0 は通常の原子核の密度で $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ である。

1.2 GSI における η' 中間子原子核分光実験

1.2.1 概要

η -PRiME 実験は $^{12}\text{C}(p, d)$ 反応を用いた η' 中間子原子核の分光実験をドイツの重イオン研究所 (GSI) で行う [10]。反応の模式図を図 1.3 に示す。素過程における $p + n \rightarrow d + \eta'$ の反応の閾値である 2.4 GeV よりも少し大きな値の 2.5 GeV 陽子ビームを ^{12}C 標的へ入射す

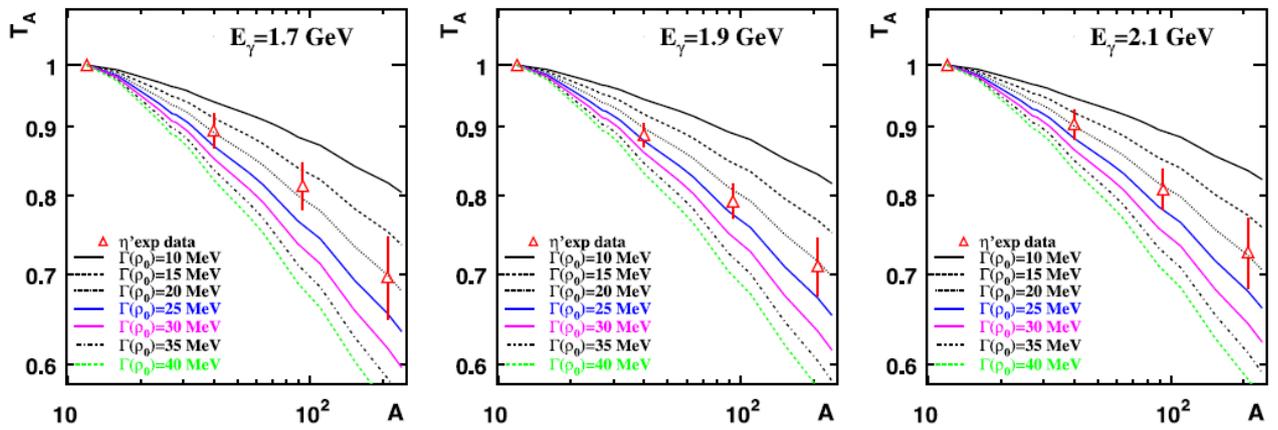


図 1.2 CBELSA/TAPS 実験と理論計算での透過率 (T_A) の質量数 (A) 依存性 [6]。異なる入射陽子のエネルギーでの結果を示しており、理論は異なる崩壊ごとに理論は計算している。15-25 MeV の崩壊幅で理論と実験がおおむね一致している。

る。陽子は標的原子核から中性子を取り込み重陽子として射出され、その際に生成される η' 中間子が ^{11}C 原子核に束縛されることで、 η' 中間子原子核 $^{11}\text{C} \otimes \eta'$ を生成する。射出される重陽子を包括的に測定する欠損質量分光によって η' 中間子原子核に関する情報を得る。ちなみに η' 中間子原子核の分光実験は SPring-8 における LEPS2 実験などでも行われており、逆コンプトン γ 線による (γ, p) 反応が用いられている。LEPS2 実験では η' 中間子原子核の崩壊に伴う η 中間子を BGO から成り立つ γ 線検出器である BGOegg を用いて同時測定している。

実際の実験条件を仮定したシミュレーションによって得られた $^{12}\text{C}(p, d)$ の欠損質量スペクトル分布を図 1.4 に示す。4.5 日間のデータ取得を想定しており、 η' -原子核間の光学ポテンシャル $V_0 + iW_0$ をパラメータとして様々な場合について結果を示している。ここで $|V_0|$ は η' 中間子の原子核飽和密度での質量減少の値、 $|W_0|$ は吸収幅の半分に対応する。準自由行程で生じる多パイオン生成などがバックグラウンドとして寄与する。その断面積は COSY-ANKE 実験 [8] のデータに基づいて評価されている。また、シグナルに相当する η' 中間子原子核の生成スペクトルは理論計算の結果 [9] が用いられている。これにより $|V_0|$ が大きく、 $|W_0|$ が小さな場合には統計的に優位なピーク構造を観測可能であるが、小さな $|V_0|$ あるいは大きな $|W_0|$ の場合にはピーク構造を観測するのは困難であるという傾向が分かった。高統計で実験を行い、統計誤差を十分に小さくすることで、ピーク構造を実験的に観測できる (V_0, W_0) の領域が広がることになる。

実験では SIS-18 シンクロトロンで加速された 2.5 GeV の陽子ビームを 4 g/cm^2 厚の炭素標的に照射する。fragment separator (FRS) をスペクトロメータとして利用し、射出された重陽子の運動量を高分解能で測定する。実験セットアップの詳細は 1.2.2 節に記す。標的の内を

通過する陽子と重陽子の間でエネルギー損失の違いは小さく、標的内での反応位置の不定性に伴うエネルギー分解能への影響が小さいため、この厚い標的の利用による大きな輝度での実験が可能となる。また、1 次ビームは長さ 7 秒で強度は $10^{10}/\text{spill}$ 程度を想定する。2014 年 8 月の実験では 4 秒のスピルオンと 3 秒のスピルオフのサイクルで実験を行っていた。

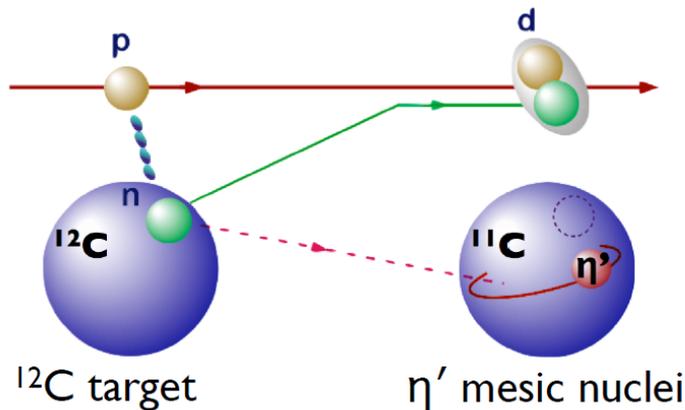


図 1.3 $^{12}\text{C}(p, d)$ 反応の模式図.

1.2.2 実験のセットアップ

GSI-SIS 施設を利用した実験のセットアップを図 1.5 に示す。SIS-18 シンクロトロンからの 2.5 GeV の陽子ビームは標的である ^{12}C へ照射して $^{12}\text{C}(p, d)$ 反応により生じた重陽子を FRS で分光する。

FRS の光学系は、S2 を achromatic 焦点面、S4 を分散焦点面とするように構築する。そうすることで、ビームが D1 双極電磁石に当たって発生する二次粒子を S2 焦点面で区別しトリガレベルで取り除くことができる。また、S4 焦点面で重陽子の通過位置を測定することで、運動量を求めることができる。一次ビームを用いた光学系のスタディにより分散は 36 mm/% と評価した。

質量分解能は $\sigma = 1.6 \text{ MeV}$ と見積もられている。その内訳は表 1.1 の通りである。1.2.1 節に示した、炭素標的中での陽子と重陽子のエネルギー損失の違いによる影響が最も大きいものの、これは η' 核の束縛状態の崩壊幅に対して十分に小さな分解能を達成できる見込みである。

S4 での粒子の位置測定には 5 mm 間隔で 48 本のワイヤが張られた 8 面の多芯ドリフトチェンバー (MWDC) を 2 台用いて行う (図 1.7)。2 台の MWDC は S4 の焦点面をはさむ位置関係で配置して粒子のトラッキングを行い、トラッキングによって焦点面上での位置を求めることで運動量の情報を得る。MWDC は本論文 4 章のテストで用いた MWDC とほぼ同

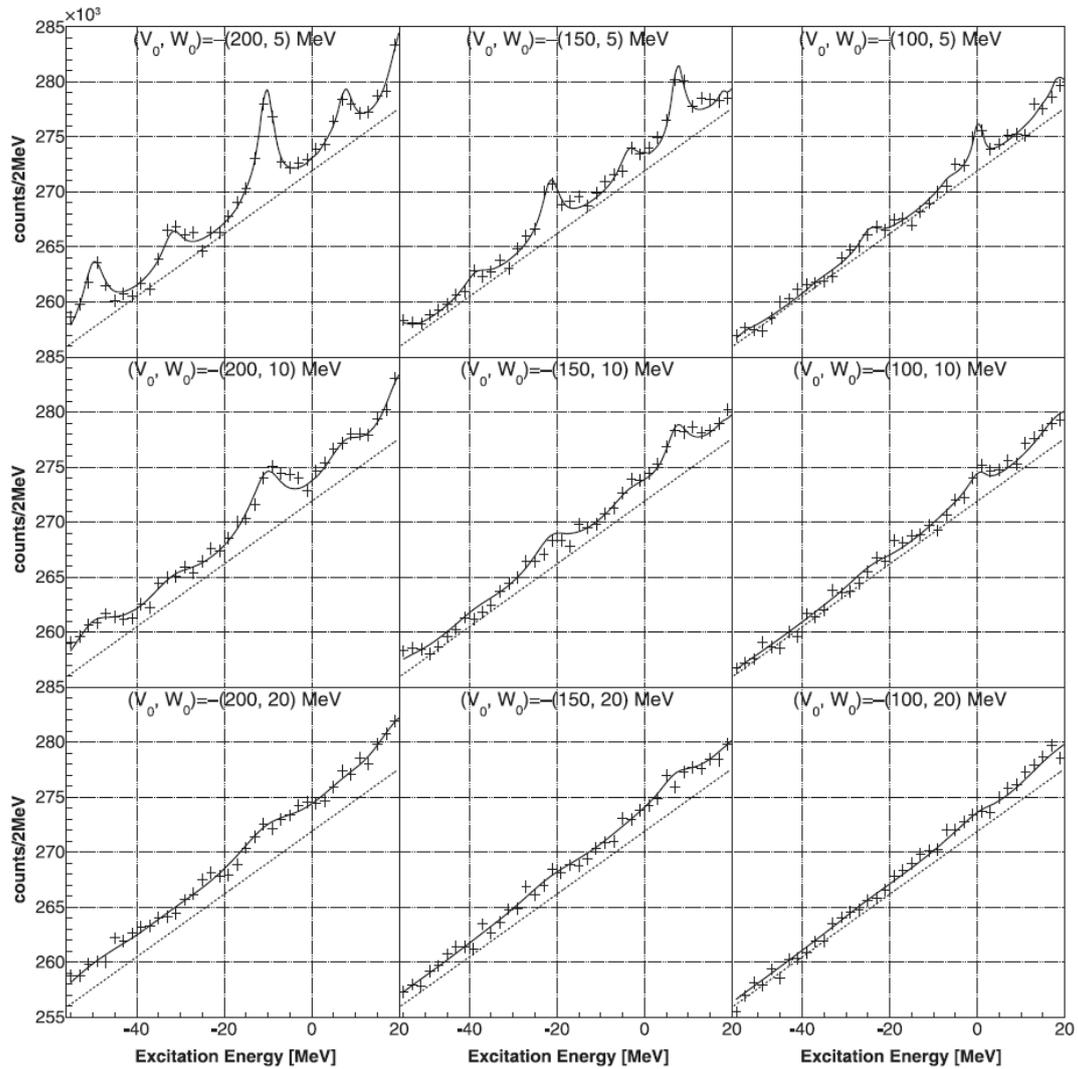


図 1.4 シミュレーションで得た 4.5 日の包括的測定での欠損質量スペクトル。破線は準自由行程によるバックグラウンド事象を示す。

表 1.1 エネルギー分解能への寄与

| 要因 | 分解能への寄与 (σ) [MeV] |
|--------------|----------------------------|
| ビームの運動量広がり | 0.40 |
| 標的内でのエネルギー損失 | 1.3 |
| スペクトロメータ | 0.77 |
| 合計 | 1.6 |

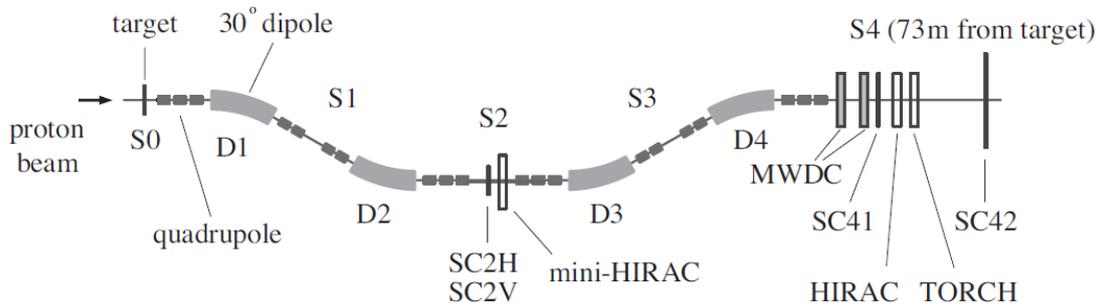


図 1.5 FRS 実験でのセットアップ

じ構造のものを使用する。

我々の実験では S4 に到達する重陽子を測定するが、S4 へ到達する粒子の 99 % 以上は S0 の標的内での非弾性散乱に由来するバックグラウンドの陽子のうち、測定したい重陽子と同じ運動量を持つものがあるため、陽子のバックグラウンドを効率的に除去するトリガを作る必要がある。このために S2 と S4 にシンチレータを設置して粒子の飛行時間 (TOF) を計測することで粒子識別を行う。S2 と S4 の間の飛行時間 (TOF) は陽子と重陽子で約 20 ns 異なっている。

また、両粒子の速度の違いを利用したチェレンコフ検出器を 2 台導入した。1 つは高屈折率エアロジェルを用いた high-refractive-index aerogel Cherenkov counter (HIRAC) である。陽子は $\beta \sim 0.95$ の速度に対して重陽子は $\beta \sim 0.83$ であり、HIRAC は 1.18 前後の高い屈折率を持つエアロジェルを輻射体として用いているために、陽子通過時のみチェレンコフ光を生じる。HIRAC からの信号で陽子抑制用の veto 信号を作り、偶発的に生じるトリガ抑制を行うことができる [11]。

S4 では他にチェレンコフ検出器である TORCH (Position sensing and β Selection type Cherenkov counter) を設置している (図 1.9)。TORCH では β の違いから生じるチェレンコフ光のうち、 $\beta \sim 0.87$ 未満の粒子によって生じる開き角度の小さなチェレンコフ光のみがアクリルの輻射体から空気中に透過することができるようになっている。それにより、重陽子のイベントの選択を行うことができる [12]。

TOF によるトリガ条件化ではバックグラウンドの 2 つの陽子が約 20 ns の時間差で S2 を通過し、後発の物だけが S4 に到達することでもトリガを生じる。ビーム強度が増加した場合にはこの偶発的同時計測によるバックグラウンドの寄与が大きくなるため、TOF による粒子識別に加えてチェレンコフ検出器が必要になる可能性がある。2014 年 7 月での実験では上述 TOF は図 1.10 のような結果となり、このトリガ作成のみで重陽子を約 1/2 の純度で選択できることが分かったためチェレンコフ検出器をトリガには使用しなかった。

以上によってトリガを構築し、得られた S4 の位置情報から運動量を得て、欠損質量分光

で解析することによってスペクトル分布を得る。

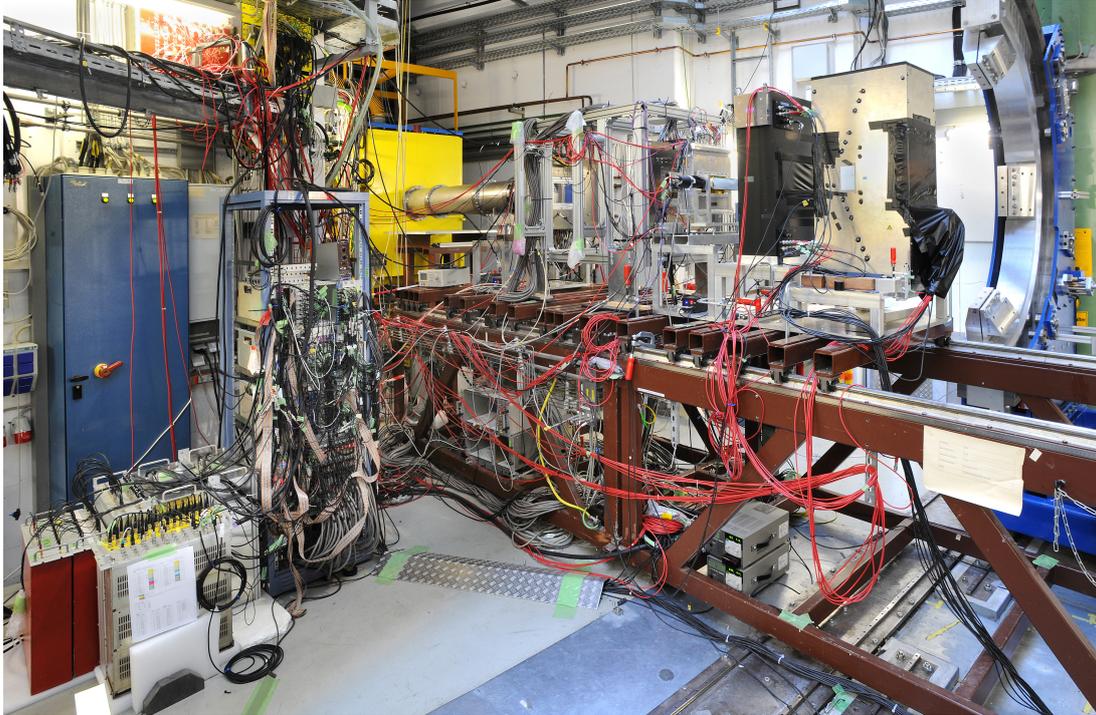


図 1.6 S4 セットアップ。左側のビームライン上流から順に MWDC と黒色の HIRAC 銀色の TORCH が並ぶ。左側がビーム上流である。データ収集系の回路は左側に設置してある。

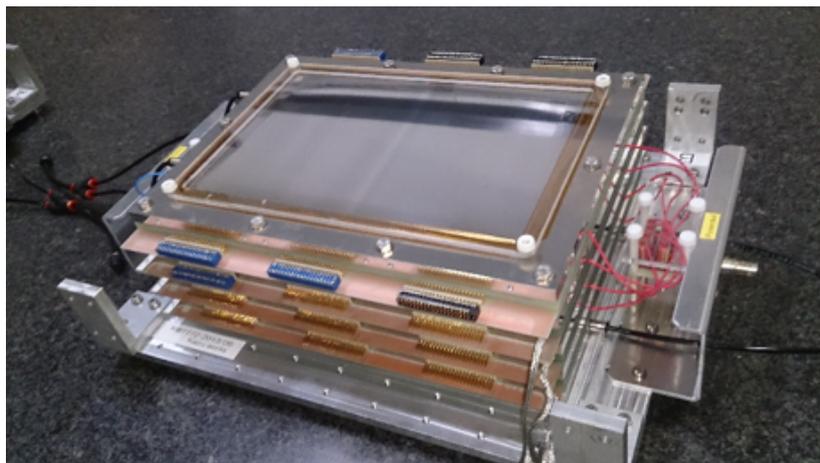


図 1.7 GSI の実験で使用する MWDC.

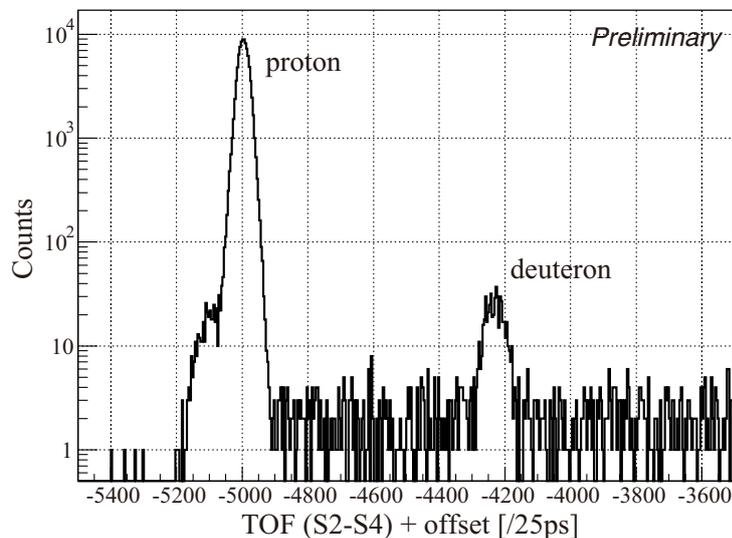


図 1.10 S2-S4 間の TOF の分布。重陽子によるトリガはバックグラウンドのトリガに対して約半分となった。

建設中のシンクロトロン SIS100 では 1 次陽子ビームの強度は最大 10^{13} /spill と見込まれている。また、FRS スペクトロメータと比べて角度アクセプタンス、運動量アクセプタンスが大きくなる。これらの理由により、2014 年の GSI での実験と比べて大幅に高統計の測定が実現できるようになると考えられる。

1.4 データ収集システム更新の動機

以上のように実験では限られたビームタイムにおいて、膨大なバックグラウンド事象に埋もれた小さなピーク構造を観測するために高い計数率での測定が重要である。しかしながら現在データ取得の計数率はデータ収集システムの不感時間によって制限されている。2014 年 8 月に行われた初回の実験では約 4 kHz のトリガリクエストに対して、1 kHz のレートでのデータ取得を行っていた。今後、更に高統計での実験を行う場合にはこの不感時間を削減してデータ取得の速度を上昇させる必要があるため、現在データ収集システムを高速化させるための開発を行っている。当面は 10 kHz のトリガレートでのデータ取得の実現を目指している。

まずは読み出しの中で最も不感時間への寄与が大きい MWDC の読み出し系を更新する。

本論文では MWDC 読み出し系のために新たに開発したモジュールの導入について述べる。2 章ではモジュールに関する解説を行い、3 章ではデータ収集システムを構築して行った基本性能のテストの結果を、4 章では MWDC からの信号をこのモジュールを使って読み

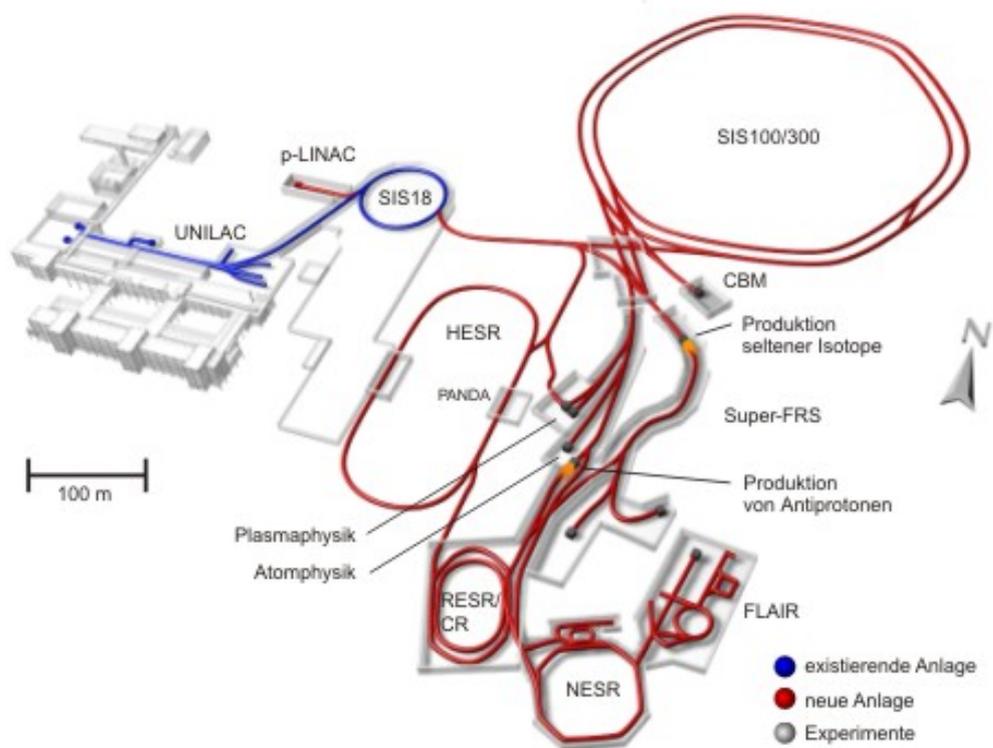


図 1.11 FAIR 施設の概略図 [13]

出したテストの結果について記す。5 章にまとめと今後の展望を述べる。

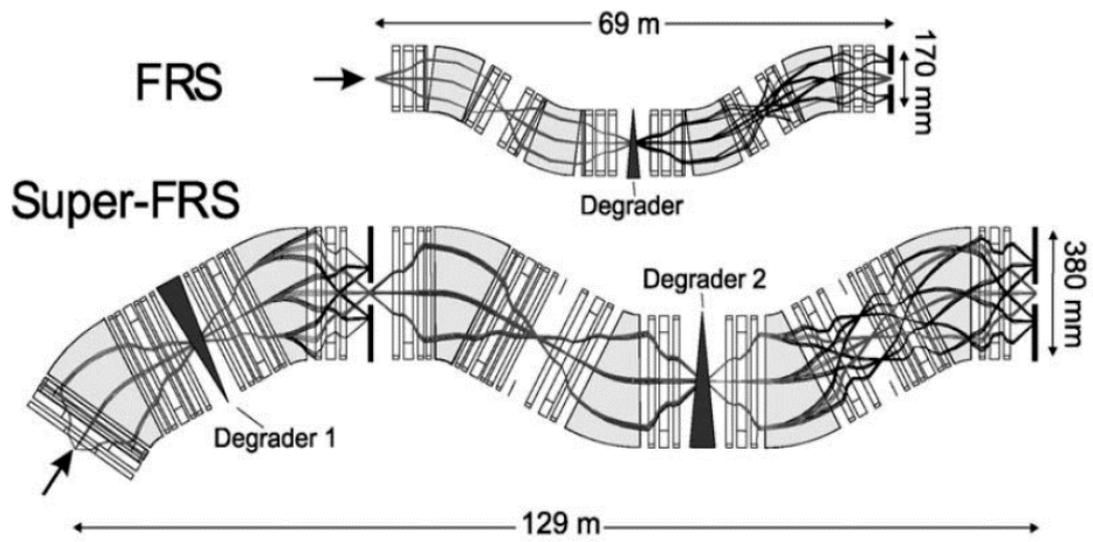


図 1.12 FRS と Super-FRS のレイアウトの比較 [14]

第 2 章

データ収集システム

この章では MWDC 読み出しのために使用するハードウェアについて記述する。2014 年 8 月に用いられた更新前の読み出しと、新たに開発され導入する予定のドリフトチェンバー読み出し用 TDC モジュール 64ch RAINER ボード (64ch REPIC ASD Integrated Electronic Readout)[15] およびイベントタグ情報配布用のトリガモジュールである Sub Trigger Module (以降、STM) の基本性能について述べる。

2.1 現在用いられている読み出し系

更新前での読み出し系では、MWDC からのアナログ信号を 16 チャンネルごとの AMP Shaper Discriminator (ASD) へ入力し、ASD から出力するデジタル信号を VME インターフェースの 64 チャンネル TDC である 64ch AMT-TDC-VME[16] を用いて読み出しを行っていた。ASD の積分時間は 80 ns であり、TDC の時間分解能は約 0.78 ns である。64ch AMT-TDC-VME は他の QDC や TDC などの VME インターフェースのモジュールと同一のクレートで動作させており、クレートコントローラからは 1 イベントごとに 64ch AMT-TDC-VME を含むすべてのモジュール 1 台ずつに対して順番に読み出し処理を行っていた。読み出し系の不感時間はトリガ信号を受信して、すべてのモジュールの読み出しと初期化が終わるまでの時間である。

合計で約 420 μsec の不感時間のうち、64ch AMT-TDC-VME12 台を用いた MWDC 読み出しに要する時間は 170 μsec であった。今回の更新の目的はこの不感時間を削減することである。

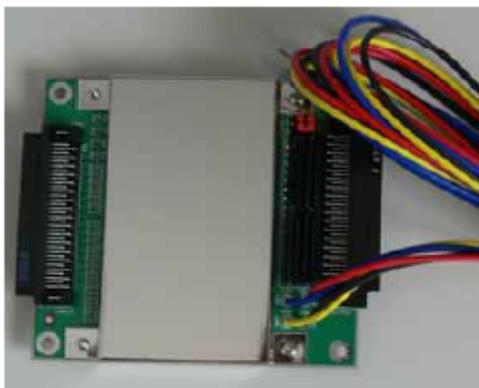


図 2.1 更新前の ASD



図 2.2 更新前に使用の 64ch AMT-TDC-VME

2.2 MWDC 読み出し用 TDC

Belle-II 実験の CDC 読み出し用の回路として開発されていた読み出しボード [17] に他の実験で利用可能な汎用性を持たせた。本研究では 64ch RAINER が既に入手可能であったイベントタグ情報を専用トリガモジュールから受け取る機能を加えた改良型を導入し、動作確認を行う。

2.2.1 64ch RAINER

64ch RAINER (64ch REPIC ASD Integrated Electronic Readout) では 1 台で 64 チャンネル分の MWDC からのアナログ信号を受け取り、波形情報と時間情報をデジタル化して転送までを行う。一台で 64 チャンネル分の ASD, TDC, FADC の機能を果たし、TCP 通信でのデータ転送により高速での読み出しを可能としている。ASD チップの立ち上がり時間は 8 ns であり増幅率は -1.1 V/pC である。FADC のサンプリングは 32 ns 毎に行われ、10 bit で記録する。TDC は 1 ns の分解能で Common Stop で機能する。また、Sub Trigger Module (STM) との接続ができるようになっており、トリガのタグ情報を受け取ることができるようになっている。

アナログ信号はボード上の各チップで以下のように処理、伝達されて後述 SiTCP による転送で計算機へデータが送られる。

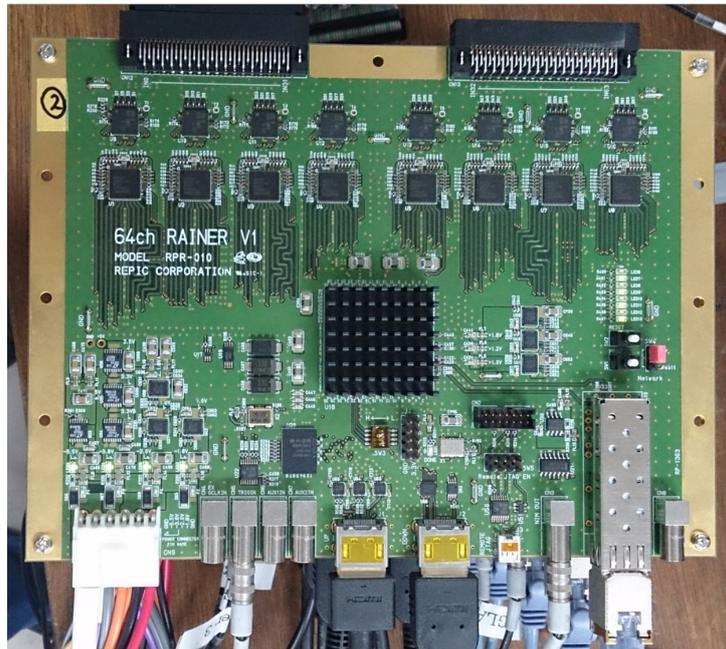


図 2.3 64ch RAINER

- 受け取ったアナログ信号は ASD チップで波形整形がなされる。
- ASD チップからは整形されたアナログ信号と定めたスレッシュホールド電圧を波形が超えたタイミングでデジタル信号が出力される。
- ASD からのアナログ信号は FADC チップへ入力し、デジタル処理されて FPGA へ出力される。
- ASD からのデジタル信号は FPGA へと出力されて、信号の到達時間記録のために利用される。
- デジタル信号を受ける FPGA には $2\mu\text{s}$ 分の情報を記録するリングバッファが設計されており、ASD のデジタル出力が入力された時刻と FADC 出力はトリガの有無にかかわらずバッファ上に記録され続ける。
- トリガ信号入力時にはトリガ入力時刻から遡ってあらかじめ定めた区間の情報をリングバッファ内から取得して、イベント毎にデータ構造が作られる。
- 作られたデータは FPGA 内に実装された SiTCP プロセッサへ入力されて、その後はイーサネットインターフェースで計算機へと転送される。

プロセスごとに処理された情報の伝達を図示したものが図 2.4 である。

FADC のデータをすべて記録する RAW データモードあるいは TDC のヒットが存在するチャンネル番号と、FADC のデータのうち定めた閾値を超えていた値の和とその時間である time over threshold (TOT) のみを記録することでデータサイズを抑制した SUPPRESS モー

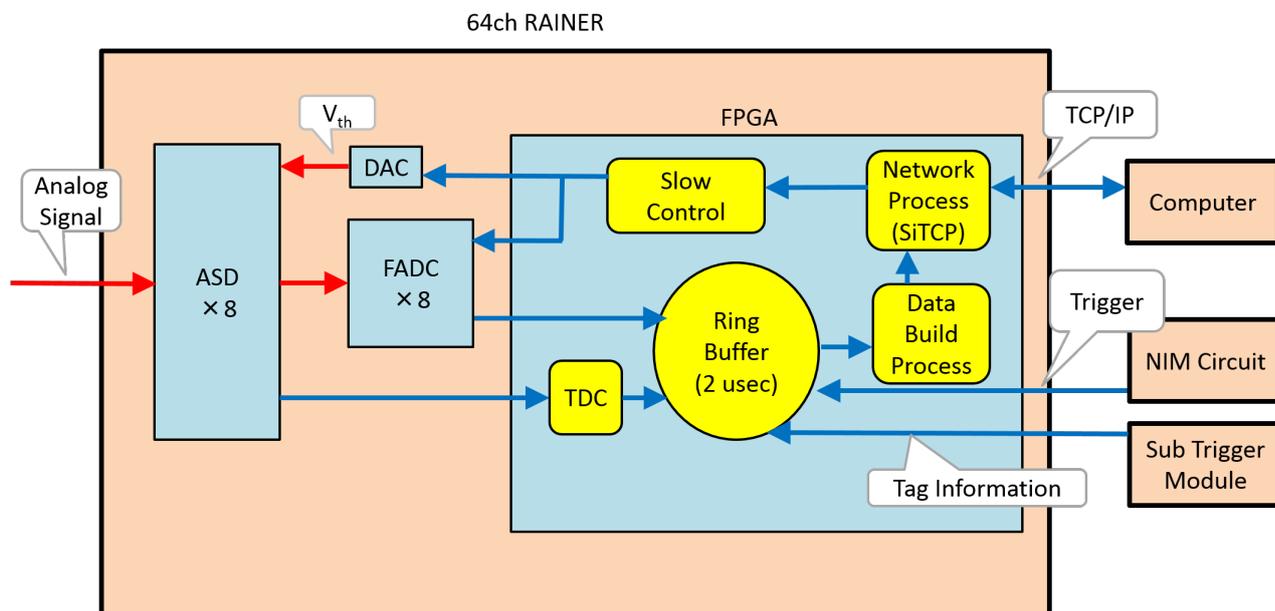


図 2.4 64ch RAINER のデータ構築プロセス

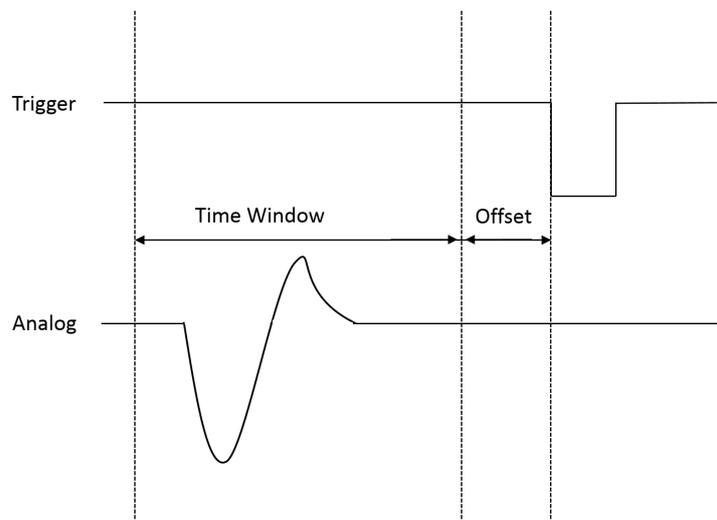


図 2.5 信号のタイミング

どの 2 通りの動作が可能である。RAW データモードでは 12 ヒットまで記録可能であるが、SUPPRESS モードでは 2 ヒット目までがデータとして残り、3 ヒット目以降はヒットの有無のみが記録される。

データ構造はヘッダ部が 16 バイトであり、データ部が RAW データモードの場合は FADC については 1 サンプルあたり 256 バイトとなり、サンプル数の設定で全データサイズは変動する。SUPPRESS モードではヒットしたチャンネルあたり 1 ヒットの場合で 8 バイト、

2 ヒット以上の場合で 10 バイトとなる。ヘッダにはデータ取得開始時から数えた転送用計算機へのデータ送信回数、トリガ数、トリガ入力時の FPGA 内の擬似クロックによる時間、データ長、後述 STM から受け取るイベント番号、スピル番号が記される。

表 2.1 64ch RAINER のデータフォーマット

| header 部 | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----------------|----|---|---|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| packet header | | | | packet version | | | | packet ID | | | | | | | |
| trigger time | | | | | | | | data length | | | | | | | |
| trigger # | | | | | | | | | | | | | | | |
| STM event# | | | | | | | | STM spill# | | | | | | | |
| データ部 (RAW Mode) | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| sample0 ADC ch0 | | | | | | | | sample0 ADC ch1 | | | | | | | |
| sample0 ADC ch2 | | | | | | | | ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | | sample0 ADC ch63 | | | | | | | |
| sample0 TDC ch0 | | | | | | | | sample0 TDC ch1 | | | | | | | |
| sample0 TDC ch2 | | | | | | | | ... | | | | | | | |
| ... | | | | | | | | sample0 TDC ch63 | | | | | | | |
| sample1 ADC ch0 | | | | | | | | ... | | | | | | | |
| データ部 (SUPPRESS Mode) | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| hit channel | | | | ch data length | | | | TOT | | | | | | | |
| ADC sum | | | | | | | | TDC 1st hit | | | | | | | |
| TDC 2nd hit (if exists) | | | | | | | | ... | | | | | | | |

SiTCP プロセッサの出力のために約 32 k バイト分のバッファが用意されており、このバッファがあふれるまではデータを記録できる。データがこのバッファの容量を超えると、データ送信を行いバッファに空きが生じるまでの間はトリガ入力があってもデータ構築はなされず不感時間となる。ただし、この不感時間の間にトリガ入力があった場合には 64ch RAINER が計測しているトリガ番号のインクリメントのみが行われる。ゆえにデータ中のトリガ番号の抜け落ちによってイベントの取り逃しの有無を確認できる。この不感時間の間には busy 信号が外部に出力されている。

2.2.2 SiTCP

SiTCP (Silicon TCP) [18, 19] は FPGA をイーサネットに接続するための技術である。TCP 通信は通常ソフトウェアで処理を行うが、このためには高速で動作する CPU を必要となり、省電力化や集積化、コストなどの側面からこれをフロントエンドエレクトロニクスに

搭載することは困難である。これを解決するために FPGA でハードウェア的に TCP 通信を処理できるように開発された技術である。

SiTCP には UDP 通信を利用した RBCP (Remote Bus Control Protocol) と呼ばれる機能も搭載されており、これを利用したスローコントロールによって、離れた計算機からネットワークを介して検出器上の FPGA にアクセスが可能で、遠隔バス制御を可能としている。

SiTCP の特徴は以下が挙げられる。

- 多くの計算機で既に実装されている TCP 通信のためのドライバを利用できる。
- 標準関数のみでプログラムを書くことができる。
- 長距離通信が可能である。
- 最大 1 Gbps の転送速度での安定した高速通信が可能である。
- 小さな回路規模で容易な実装を可能としている。

以上の技術によって検出器に搭載するフロントエンドエレクトロニクスからのデータを TCP 通信の利用で高速に転送し、高エネルギー物理実験などで要求される多チャンネルの高速読み出しを可能としている。

2.2.3 動機

64ch RAINER を導入する動機は読み出し速度の向上を図ることである。VME インターフェース読み出し時では 1 イベントごとにトリガ入力となされてから TDC の情報のデジタル変換が行われて読み出しを行い、その後にモジュールのデータ消去を行っていた。一方で 64ch RAINER ではリングバッファ内に常にデジタル変換された情報が記録されているため、トリガ入力からデータ構造構築までの時間の短縮となる。また、読み出しはイーサネットを利用するため原理的にはイーサネットの転送速度上限値である 1 Gbps までの転送が可能となる。

2.3 トリガ分配モジュール

異なる読み出しモジュールがそれぞれ独立にデータ構築を行う場合に 1 台以上の計算機でイベントの取り逃しなどのデータ欠損が生じると、解析時にイベントの照合を取ることが不可能となり、それ以降のデータを正しく解析できなくなる恐れがある。これを防ぐためにそれぞれのモジュールにイベント照合のためのタグ情報を図 2.6 のように分配して、データ中のタグ情報からイベント照合を可能とするトリガモジュールが開発された。外部のトリガモジュールから分配される共通のタグ情報を読み出しモジュールが処理した上でデータに記録する。記録されたタグ情報をもとに複数のモジュールのイベント照合をおこなうことでイベ

ント同期の確実性を保証することができる。

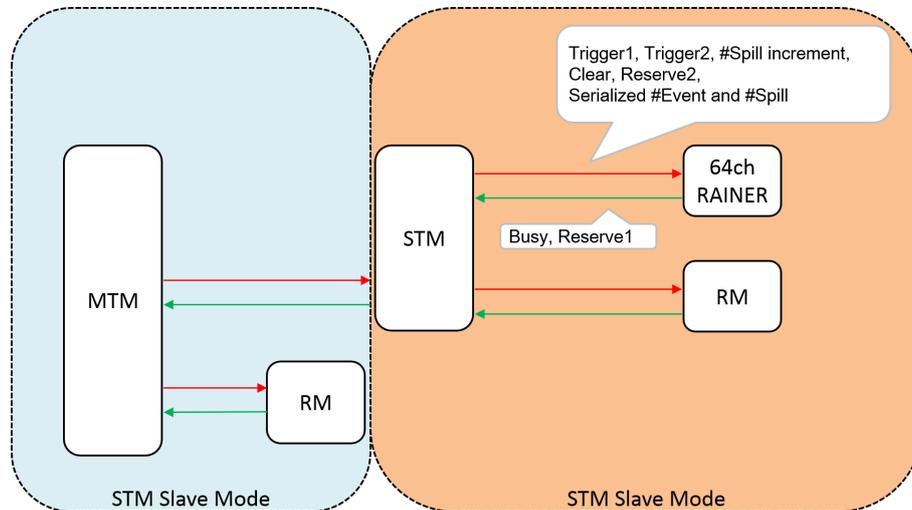


図 2.6 トリガモジュールのやり取り

2.3.1 STM (Sub Trigger Module)

複数の 64ch RAINER を利用する場合には、それぞれが独立してデータを構築するので、1 台でもイベントの数え落としを生じるとイベント非同期を起こしてデータの照合ができなくなる可能性がある。64ch RAINER にタグ情報を配布するために STM モジュールが開発された。

STM で 12 bit のイベント番号 8 bit のスピル番号をシリアルライズして trigger1, trigger2, spill number increment, clear, reserve2 の 5 種類の信号とともに HDMI-A のケーブルを介して最大 4 台の 64ch RAINER へと分配する。さらに 64ch RAINER 同士はデジチェーンで接続してこの情報を別の 64ch RAINER へと伝達できる。

外部のトリガ作成用の回路で作られたトリガ信号を trigger2 信号としてフロントパネルの入力に入れると Event 番号をカウントする。シンクロトロンから伝達されるスピル on/off の信号を spill 信号として NIM で入力すると、Spill 番号がカウントされる。カウントされた Event 番号と Spill 番号はそれぞれ 12 bit と 8 bit で記録されており、STM のフロントパネルのカウンターに表記される。以上によって作成した番号とそれぞれのタグ信号情報を下流の 64ch RAINER へと伝達し、同時に下流で作成された busy と reserve1 の 2 つの信号を受け取る。受け取った busy と reserve1 信号は NIM 信号で出力できるようになっている。

シリアルライズされた Event 番号と Spill 番号を含む trigger1, trigger2, spill number increment, clear, reserve2, busy, reserve1 の信号のやり取りは、J-PARC ハドロンホール K1.8 ビームラインなどでのネットワーク分散型データ収集システムのために開発されたトリガモ

ジュールである Master Trigger Module (MTM) と Receiver Module (RM) での規格に基づいて作られており、これらのモジュールともタグ情報のやり取りが可能となっている。



図 2.7 Sub Trigger Module.

2.3.2 MTM と RM

J-PARC ハドロンホール K1.8 ビームラインで使用されている MTM と RM (図 2.8) の信号伝達の利用方法の一例を示す [20]。

トリガカウンターで作る信号は `trigger1` に入力される。`trigger1` 信号は各読み出し回路のモジュールでの `GATE` 信号や `common stop` 信号として、モジュールがデジタル情報を作り出すために利用する。`trigger2` 信号は各モジュールの `conversion time` が終了した時刻に入力して、データ取得開始のタイミングとして利用する (図 2.9)。ゆえに `trigger2` 信号は `trigger1` 信号から `conversion time` 分だけ遅らせた入力として入力する。このタイミングで Event 番号のインクリメントを行う。Receiver Module では `trigger1` 信号を受信してからの間はデータ取得中の不感時間であることを示すための `busy` 信号が上流の MTM へと伝達される。スピルに関する情報は加速器の `Spill GATE` 信号を `spill` 信号に入力することでカウントを行う。

こうして計算機ごとに独立して行われるデータ取得の場合においても、それぞれの計算機が読み出す RM が MTM から分配されるタグ情報を共有しているのでイベント同期の確実性を保証できる。

2.3.3 他のトリガモジュールとのやり取り

STM が作成するタグ情報は MTM と同一の物であるため、最大 2 系統の RM と接続することで MTM と同様の役割を果たすことができる。こうして、RM を読み出す計算機と複数台の 64ch RAINER のイベント同期を可能としている。

また、STM がタグ情報を発行して下流の 64ch RAINER や RM へ分配する MASTER MODE に対して、MTM と接続して自身は RM 同様に MTM からのタグ情報を受け取り、64ch RAINER へと情報を分配する SLAVE MODE として機能することができる。これに

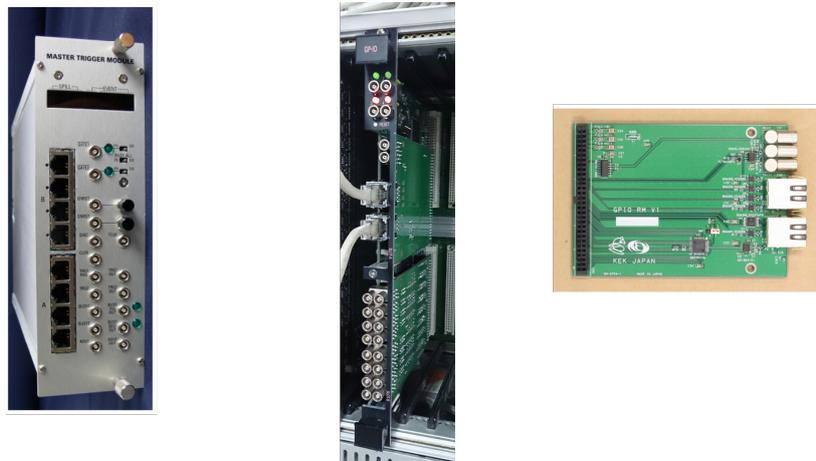


図 2.8 MTM(左)、VME 用 RM(右) と VME GPIO Unit で動作中の RM(中央)

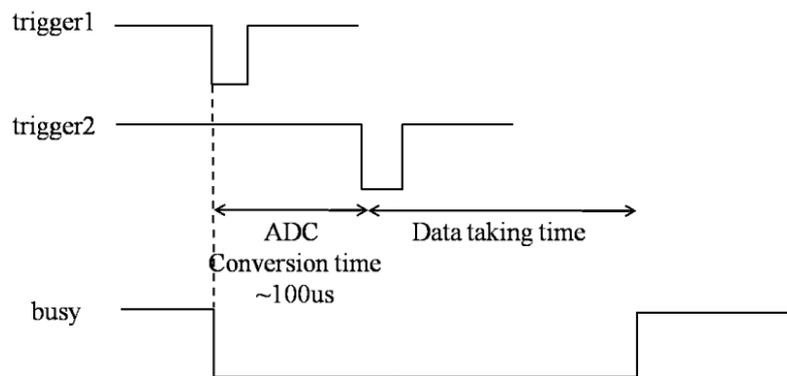


図 2.9 トリガモジュールの信号のタイミング [20].

よって MTM を利用してイベント同期を保証しているネットワーク分散型 DAQ に 64ch RAINER を加えることが可能となっている (図 2.6)。

2.4 DAQ 概略図

今回新たに導入する 64ch RAINER および STM を接続した回路の概略図を図 2.10 に示す。NIM 回路によって作られたトリガ信号を受け取ったタイミングで、各モジュールはデータ取得を行う。ゆえに 64ch RAINER へはそれぞれに Common Stop に相当するトリガ信号を入力する。STM へはトリガ信号とスピル情報を示す信号をそれぞれ入力する。STM は 64ch RAINER へと HDMI-A ケーブルで接続されており、これによって STM が計測しているタグ情報が分配される。さらに 64ch RAINER は別の 64ch RAINER へと HDMI-A ケーブルで接続しておき、下流側の 64ch RAINER へも同様のタグ情報を分配する。こうして 64ch RAINER 同士を数珠繋ぎに接続してタグ情報を分配する。STM 1 台からは 4 台の

64ch RAINER へと接続できる。

また、STM は MTM と同様に VME インターフェースのモジュールとして動作する Receiver Module へタグ情報を分配できるので、64ch RAINER と VME インターフェースのデータ収集系の同期も確立することができる。

それぞれの 64ch RAINER は受け取ったタグ情報を含めたデータ構造を構築して、データ書き込みを行う計算機へ TCP 通信でデータを転送する事になる。

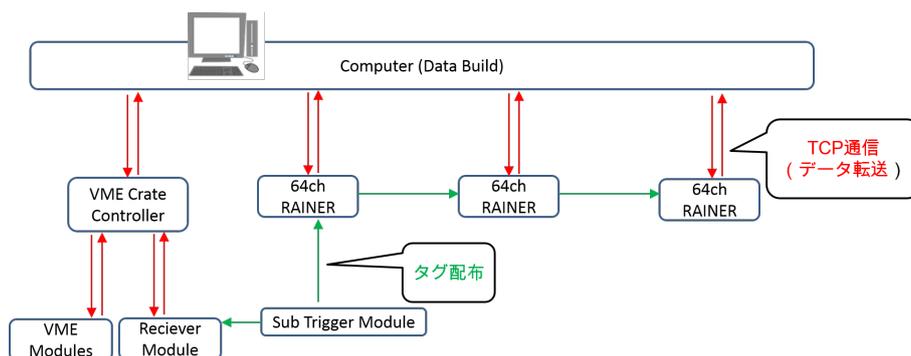


図 2.10 DAQ 回路の模式図

第 3 章

データ収集システムの性能評価

データ収集システム更新のために新たに導入した 64ch RAINER と STM を用いて行ったテストについて述べる。

3.1 64ch RAINER の基本性能の確認

64ch RAINER の基本性能について調べるために行った実験の結果について述べる。

3.1.1 TDC の線形性と時間分解能

64ch RAINER の FPGA 内で実装されている TDC は FPGA 内で作られる擬似クロックから 1 ns と設計されている。TDC の値と時間情報の線形性についての検証をおこない、正しい応答がなされているかを確認した。トリガ入力時刻とアナログ信号入力時刻の間の時間と TDC の値の関係を図 3.1 に示す。

おおむね設計されたとおりの TDC の値 1 チャンネルあたり 0.9978 ± 0.0016 ns に対応して、線形性は正しいことがわかった。

TDC の時間分解能を評価するために一定の時間差を持つトリガとアナログ信号を用いて測定を行って得た時間分布を図 3.2 に示す。この検証によって TDC の時間分解能は 1.77 ± 0.01 ns (FWHM) であることがわかった。

3.1.2 ASD スレッシュホールド用と DAC 値の関係

ASD での整形後の波形に対して波高が定めた閾値を超えたかどうかでヒット判定をおこなうが、そのための閾値の設定は内蔵の Digital to Analog Converter (DAC) に与えるデジタル入力値によって行う。64ch RAINER への定めた電荷量の入力に対してこの DAC に入力する値を変更した際にヒット判定となる割合を調べた結果を図 3.4 に示す。電荷はアナログ

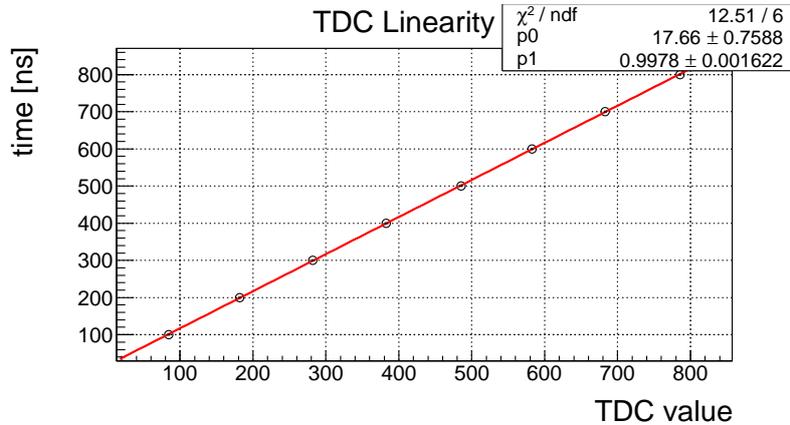


図 3.1 64ch RAINER の TDC の線形性

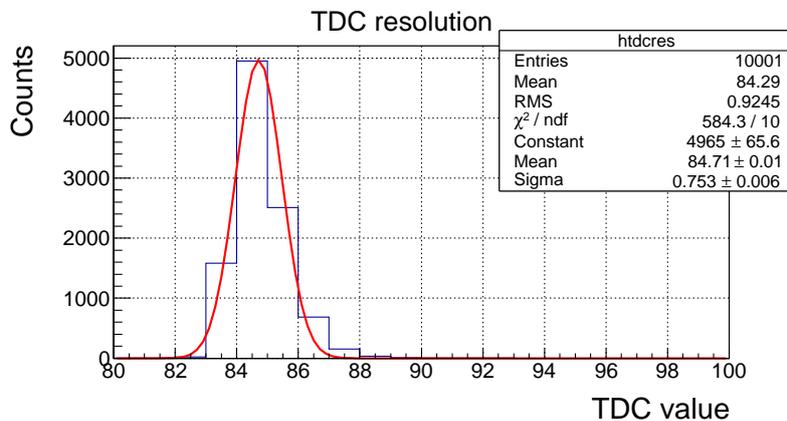


図 3.2 64ch RAINER の TDC 分解能

入力部へファンクションジェネレータと静電容量 $C = 1 \text{ pF}$ のコンデンサを用いた図 3.3 を利用した。ファンクションジェネレータからは 20 ns の時間幅でパルスを入力しており、電圧 $V \text{ mV}$ を調節することで電荷量 $Q = CV$ の電荷信号を入力している。

また、スレッシュホールドを変化させたときに測定点のうちヒット判定率が 99% を超えたときの DAC 値を電荷量ごとにグラフとしたものが図 3.5 である。これにより、設定した DAC 値とスレッシュホールドとなる電荷量のおおよその対応を得た。

3.2 収集効率の評価

64ch RAINER の読み出しを行った際に高レートのトリガ時での収集効率について調べた。光電子増倍管のアナログ信号をディスクリミネータに入力してランダムに生じるデジタル信号を高レートでランダムに生じるトリガとして利用した。光電子増倍管からのアナログ信号

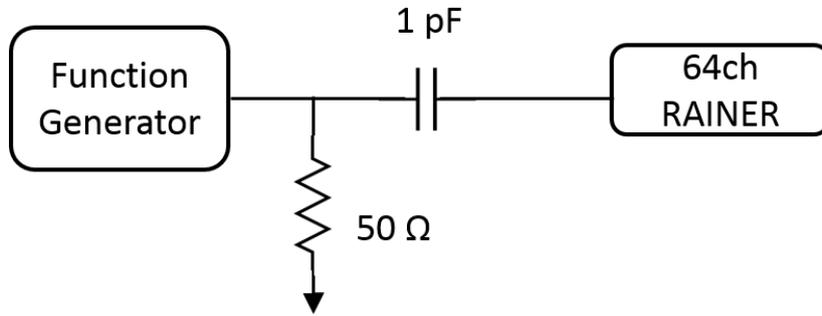


図 3.3 テストパルス入力用回路

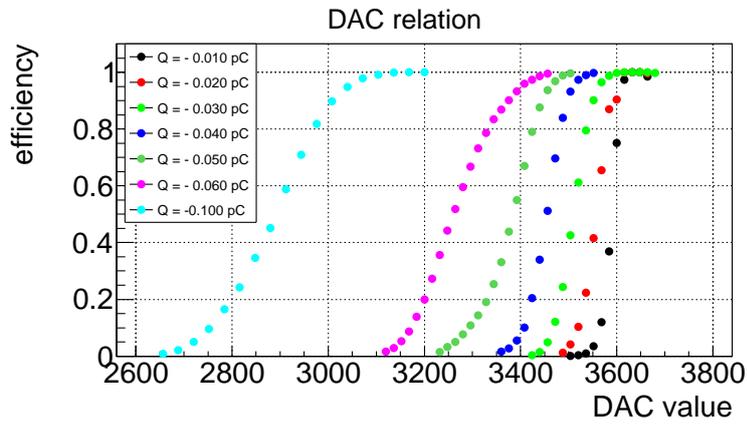


図 3.4 電荷ごとのスレッシュホルド DAC 値とヒット判定率の関係

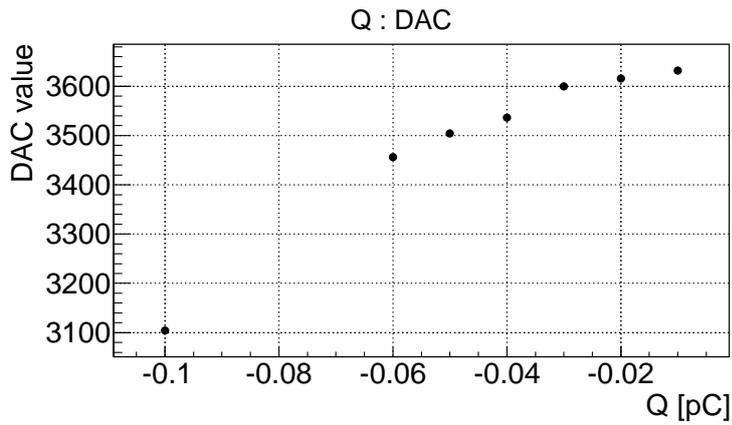


図 3.5 DAC 値と電荷量の関係

は光漏れと暗電流によって生じるものであり、ディスクリミネータのスレッシュホールド電圧を低い値で調節することで信号のレートを調節した。

トリガ信号作成回路は図 3.6 のように作成した。ディスクリミネータの出力を **requested trigger** としており、64ch RAINER が出力する busy 信号を veto として利用して不感時間にトリガを生じないようにしたものを **accepted trigger** として 64ch RAINER にトリガ信号として入力した。

64ch RAINER のはトリガ入力から 320 ns 前の時刻までの情報をデータ化するように設定しており、この Time Window 320 ns 以内に 1 ヒットあるいは 2 ヒットがあるという状況を作るために 1 チャンネルにだけ 300 ns の周期で 0.01 pC のテストパルスを入力した (図 3.7)。また、高いレートでのデータ取得が目的であるため、64ch RAINER は不感時間を短くできる **SUPPRESS** モードで行った。

また STM へは spill number increment に 10 Hz のクロックを入力した。これによって **accepted trigger** の時間情報を得ることにした。

以下では **accepted trigger** の計数率についての情報を得るための実験を行った。

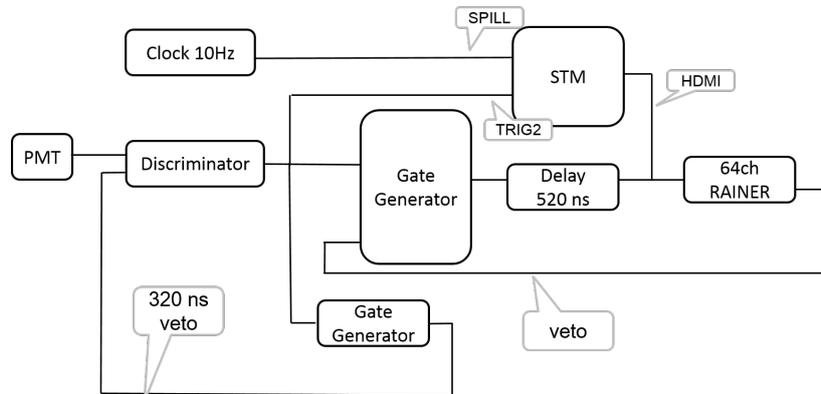


図 3.6 高レートトリガ読み出しテストの回路

3.2.1 64ch RAINER 1 台のみの読み出し時の収集効率

単体の 64ch RAINER のみを読み出した場合に得たイベント数の 60 秒間での時間推移を図 3.8 に示す。40 kHz 程のトリガレートでは不感時間が生じず、すべてのトリガを受付けることができる結果がわかった。60 kHz を上回るレートとなると、一時的に不感時間が生じて取得イベント数が減少する時間が生じた。不感時間を生じるようになると約 29 kHz や 10 kHz 程にまで取得トリガ数が減少していた。また、場合によっては 0 Hz に減少していた。

この不感時間を生じる頻度に関しては 40-250 kHz まで **requested trigger** に対する依存関係



図 3.7 テストパルス用クロック。テストパルス (赤) がトリガ (緑) からの 320 ns の Time Window 内で 1 ヒットないし 2 ヒットする状況となっている。

は明白ではない結果が得られたが、40 kHz 間では不感時間を生じずに読み出すことができるとわかった。不感時間に関する考察は 3.2.3 節で述べる。

3.2.2 64ch RAINER 複数台読み出し時の収集効率

5 台の 64ch RAINER での読み出しを行った場合について 3.2.1 節と同様に取得データ量の 60 秒間での時間推移を見た。トリガとテストパルス用の回路は 3.2.1 節と同じであるが、複数台の 64ch RAINER へと信号が配られている。64ch RAINER 同士は後述 3.3 と同様に STM と数珠繋ぎで接続しておき、タグ情報を分配した。読み出しソフトウェアは 1 イベントに対しての読み出しを 5 台の 64ch RAINER に対して順に行い、データの書き込みを行って次のイベントへと移るように設計した。

時間推移を図 3.9 に示す。トリガレートが 20 kHz を超えた場合で不感時間を生じてデータ取得レートが約 5 kHz まで減少する状況が見られており、さらに 0 kHz、約 30 kHz への減衰もあった。

3.2.1 と同様に requested trigger の計数率に対する依存性を論じるのは難しいが、計数率が大きくなると不感時間は増える傾向が見られる。

この検証では 10 kHz まで間では不感時間を生じずにデータ取得が可能という結論が得られた。

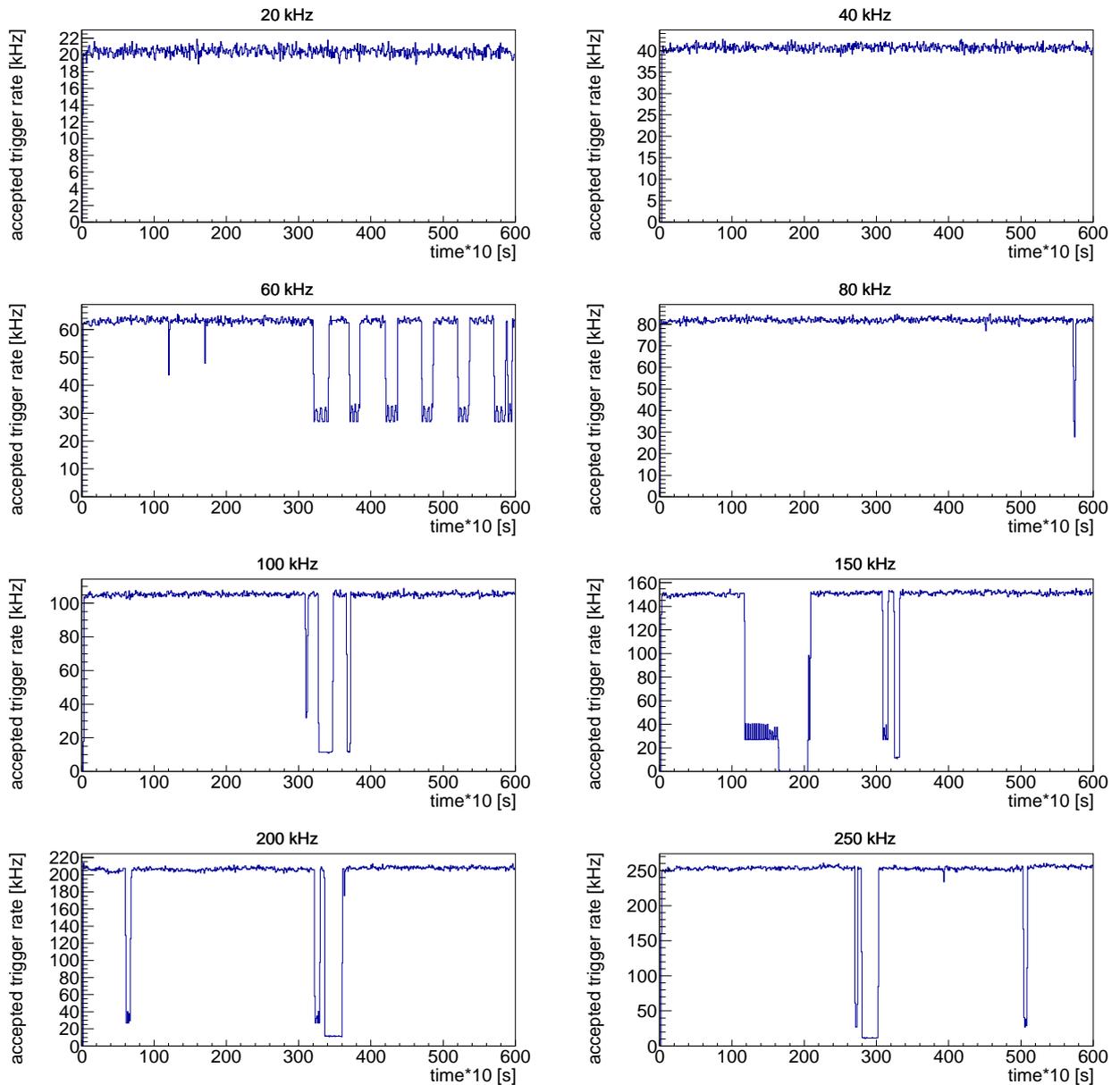


図 3.8 記録イベント数の時間推移 (1 台)

3.2.3 不感時間の要因と考察

64ch RAINER の不感時間はデータ送信用のバッファの空きがなくなったときに生じており、busy 信号はこの現象が生じてからデータ送信がなされてバッファに空きが生じて次のデータ取得が可能となるまでの間に生じることとなる。

読み出し計算機のネットワークの送受信速度やファイル書き込みの速度は dstat コマンド

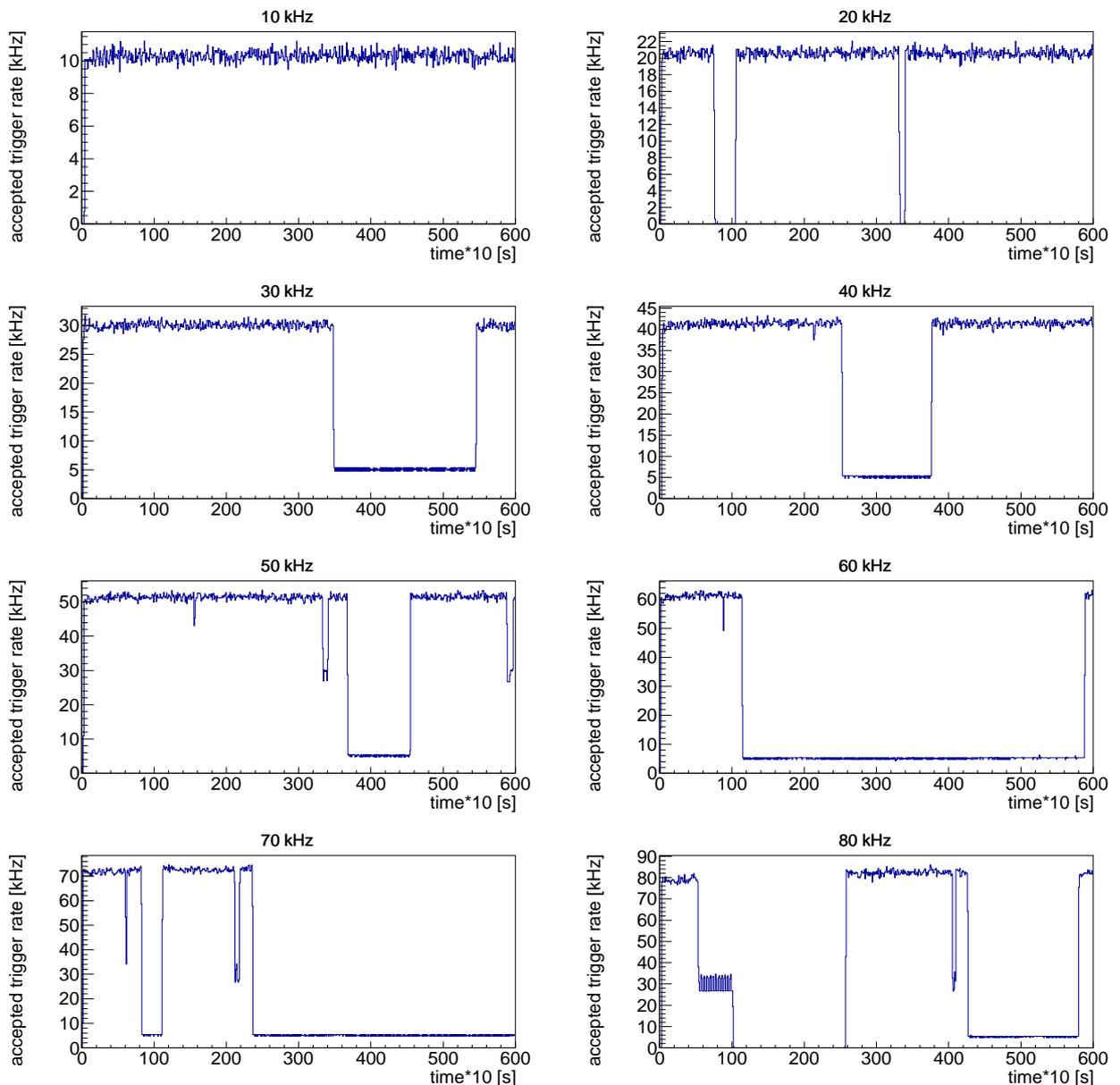


図 3.9 ランダムトリガ時の記録イベント数の時間推移 (5 台)

で知ることができる。

ネットワークからのデータ受信速度のモニタを行ったところ、トリガ数が増大するにつれて受信量が大きくなり、64ch RAINER 1 台の場合と 5 台の場合で共通して最大で 11 Mbyte/sec の速度での受信がなされていた。また、11 Mbyte でのデータ受信は 100 Mbps でのデータ送受信を表しており、実装されている MII インターフェースで規格されている転送が実現されていると分かる。

また、受信速度は accepted trigger の数が requested trigger に対して減少して、1 台読み出し

では 10 kHz に落ちているときには約 289 kByte/sec で、5 台の場合には 5 kHz となるときには約 690 kByte となる場合があった。

1 イベントあたりのデータサイズは 1 台あたりで約 25 Byte のイベントを読み出していたため、読み出し速度減少中に転送されているイベント数は、1 台読み出しの場合には 289 [kByte/sec]/25 Byte ~ 11 kHz であり、5 台読み出しでは $690 \text{ [kByte/sec]}/(25 \text{ [Byte]} \times 5) \sim 5 \text{ kHz}$ となり、accepted trigger の計数率とおおむね合致していることがわかる。

ファイル書き込みの不感時間への寄与を確認するためにソフトウェア上でハードディスクへのファイル書き込みプロセスを行わない状態で読み出しを実行したところ、accepted trigger の数が長い時間にわたって安定に動作し、accepted trigger の数はほぼ一定であった。1 台の場合には約 430 kHz、5 台の場合には約 190 kHz のときに受信速度が 11 MByte/sec になり、requested trigger をこれより増やしても受信速度は頭打ちとなった。前述の通りハードディスクへのデータ書き込みを実際に行った場合にはそれよりも低いレートにおいても不感時間が生じたことから、今回開発した読み出し系の書き込み処理のプロセスに改善の余地があると結論付けられる。

実際の実験時のデータ取得はシンクロトロンからスピル構造を持ったビームで行うため、スピル OFF の時間ではトリガは生じない。2014 年 8 月の実験では 4 sec の ON と 3 sec の OFF での 7 sec のスピル構造で実験を行っていた。これを考慮すると実際の実験ではスピル OFF の時間内にて書き込みを終えることで、不感時間は軽減できると予想できる。

3.3 STM を用いた複数の RAINER でのイベント同期

STM からのタグ情報配布が正常に行われてイベント照合を正しく取ることができるかの検証を行なった。

64ch RAINER は RAINER0 から RAINER4 までの 5 台を用いてテストを行った。STM は RAINER0 と RAINER3 に接続してタグ情報を伝達しており、RAINER0 は RAINER1, 2 へ、RAINER3 は RAINER4 へと数珠繋ぎへ接続して次の 64ch RAINER へタグ情報を伝達させた (図 3.10)。

3.3.1 STM タグ情報反映までの時間

STM へトリガ信号が入力されてから、STM がタグ情報を発行するまでに有限の時間がかかる。したがって、STM へのトリガ入力に対して 64ch RAINER へのトリガ入力はこの時間だけ遅延させる必要がある。もしも遅延がなかった場合には 64ch RAINER は 1 イベント以上前の STM のタグ情報をデータに記録してしまう。

このために必要な遅延時間について調べた結果を図 3.11 に記す。64ch RAINER は

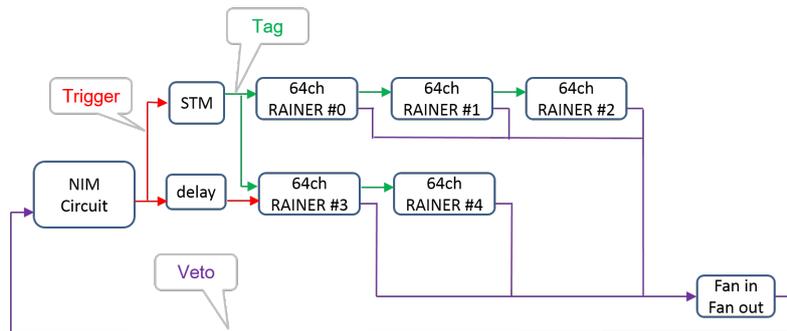


図 3.10 複数読み出しテスト用回路

RAINER0 が STM と接続されており、RAINER1 から RAINER4 までは数珠繋ぎで RAINER0 と接続している。

遅延時間を変化させていくと、64ch RAINER が正しいイベントの STM のタグ情報を記録するようになる。正しく記録されたイベントの割合は遅延時間を長くすると大きくなり、最後には 1 となることがわかる。RAINER2 と 4 が他の 3 台よりも早くタグ情報が反映されていた。この 2 台は数珠繋ぎでつながった 64ch RAINER の最後段にあり、下流に何も接続されていないことが他の 3 台と異なる点である。

検証の結果、5 台ともすべてで正しくタグ情報を記録するためには 320 ns 以上の遅延時間を確保しなければならないことがわかった。

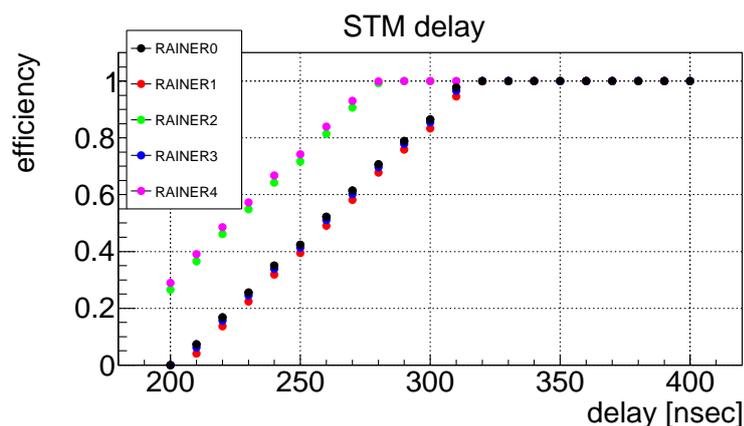


図 3.11 STM タグ情報反映に要する遅延時間

3.3.2 STM を用いてのイベント照合の検証

高いトリガレートで多くのイベントを記録したときにイベント照合ができるかどうかの検証をおこなった。

64ch RAINER 入力のためのトリガ信号のための遅延時間は 520 ns として、タグ情報反映までの時間を確保しており、トリガにはこの遅延時間と重なって入力しないように 520 ns の veto を入力している。

トリガとしては平均して約 50 kHz となるランダムなトリガを作成した。方法は 3.2 と同様である。

イベント照合はデータの中から次の 3 つの方法で行うことができるようにした。

1. それぞれの 64ch RAINER が独立にカウントしているトリガ信号の数による照合を行う。
2. STM から配布された Event 番号による照合を行う。
3. TDC のヒット時刻から同一のイベントであることの照合を行う。

イベントごとにこれらの照合を行った結果、表 3.1 の結果を得た。

表 3.1 イベント照合不一致の事象数。総トリガ数は 8,697,657 である。

| | 照合 1 | 照合 2 | 照合 3 |
|--------|------|--------|--------|
| 事象数 | 0 | 89 | 95365 |
| 割合 [%] | 0 | 0.0010 | 1.0964 |

TDC による照合では、1 イベントで 1 か 2 のヒット数を記録するようなテストパルスを入射しており、各ボードが記録した複数のヒット時刻からそれぞれ 1 つずつの時刻を 5 個選び、この分散がもっとも小さいもので照合する。しかし、実際はヒットしない場合や時刻は記録が記録されず、有無だけが記録される 3 ヒット目以上に照合可能と思われるヒットがあると考えられる場合があった。 $\sigma < 10$ [ns] となるイベントを照合できたと判断することにした場合には 99.036 % での照合が可能となった。

それぞれの 64ch RAINER が計測するトリガ番号に不一致が生じると、以降のイベントでの照合はすべて不可能となる。この場合でもイベント照合を可能とする目的で STM が導入されたが、検証 1 の結果、5 台 64ch RAINER のトリガ番号に不一致は生じなかった。

検証 2 での不一致は Event 番号の配布が正しく行われなかった場合に起こりうる。64ch RAINER に記録される STM のタグ情報が 0.0010 % の割合で誤った数値が記録される事象があった。それぞれのイベントでは独立に計測した値を記録するため、99.9990 % の割合で

は照合は可能と判断できる。

検証 3 では約 1 % の不一致が見られた。おそらくテストパルス入射用の回路における反射やインピーダンス整合が取れていなかったことによるノイズが原因と思われる。照合 1 でイベントのずれが起こったときに STM のトリガ番号での照合を行い、その結果について照合 3 を行うことを想定していたが、照合 1 での不一致がなかったためにこの検証は行わなかった。

3.4 まとめ

64ch RAINER の導入動機としていた読み出し速度に関しては 5 台の場合には目標としている 10 kHz 以下のトリガに対しては不感時間を生じずに問題なく読み出すことができた。また、さらに高トリガレートになると、トリガを受け付けない不感時間が生じ始めた。この不感時間は計算機の書き込み処理のオーバーヘッドの寄与に主に由来する。書き込み処理を行わなければ 190 kHz までのデータ読み出しを行うことができているため、ソフトウェアの書き込み処理の改善などを通じて不感時間を減らせる可能性がある。具体的には複数のイベントのデータを蓄積してから書き込みを行って書き込み処理の回数を減らしたり、スピル単位でデータを一時的に RAM ディスクに蓄えたりするなど計算機側でのソフトウェアでの改善が考えられる。

イベント照合は 64ch RAINER のイベントの取り逃しによるイベント非同期は生じなかった。STM のタグ情報は 99.9990 % のイベントで正しく照合が取れていたが、0.001 % の割合で誤った数値が記入されていた。今後、誤った場合の原因を調べる必要がある。

第 4 章

MWDC を用いたテスト

新たに導入する 64ch RAINER および STM を読み出しの対象となる MWDC に接続した。ベータ線の飛跡を測定して、MWDC の信号読み出しならびに飛跡の再構成が可能であるか検証した。このテストの結果について述べる。

4.1 MWDC の構造

テストで利用した MWDC は理化学研究所において 2014 年 6 月に行われた π 中間子原子分光実験に用いられたものである。X1, X1', X2, X2', U, U', V', V' の 8 面からなり、それぞれの面で 2.5 mm 間隔でセンスワイヤとポテンシャルワイヤが張られている。センスワイヤ同士は 5 mm の間隔で 48 本あり、有感領域は 250 mm \times 150 mm である。プライム面はワイヤの中心位置が相対的に半セル分だけずらした配置となっている。ワイヤの角度は X 面では垂直に張られており、U 面と V 面では X 面に対してそれぞれ 15 度と -15 度の角度でワイヤが張られている。センスワイヤの材質は Au-W で直径 12.5 μm であり、ポテンシャルワイヤは材質が Cu-Au で直径は 75 μm である。

4.1.1 セットアップ

今回用いた MWDC の出力は ASD カードのコネクタに合わせた形をしており、64ch RAINER を直接接続できるようになっていないため、フラットケーブルを用いて図 4.3 のように接続してテストを行った。

また、100 mm \times 5 mm \times 2 mm のシンチレータを図 4.4, 4.5 のように MWDC の上面に置き、ベータ線源を MWDC の下面に配置した。ベータ線が読み出すワイヤのある領域以外の部分を通してシンチレータにヒットしないためのコリメート板をシンチレータと MWDC の間に置いた。線源から出たベータ線は MWDC を通過後にシンチレータに到達し、生じた光

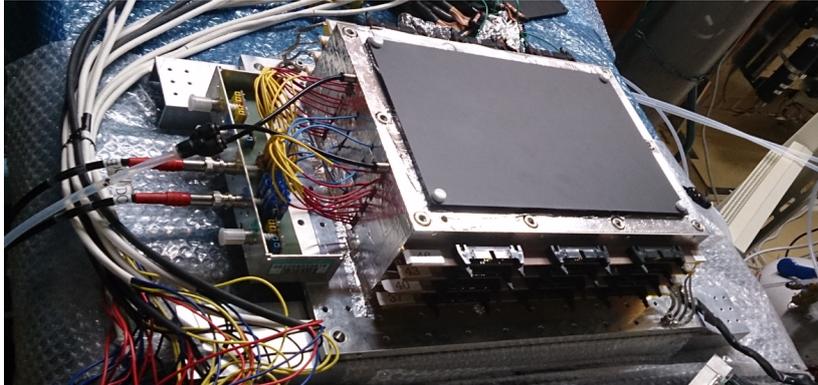


図 4.1 テストに用いた MWDC

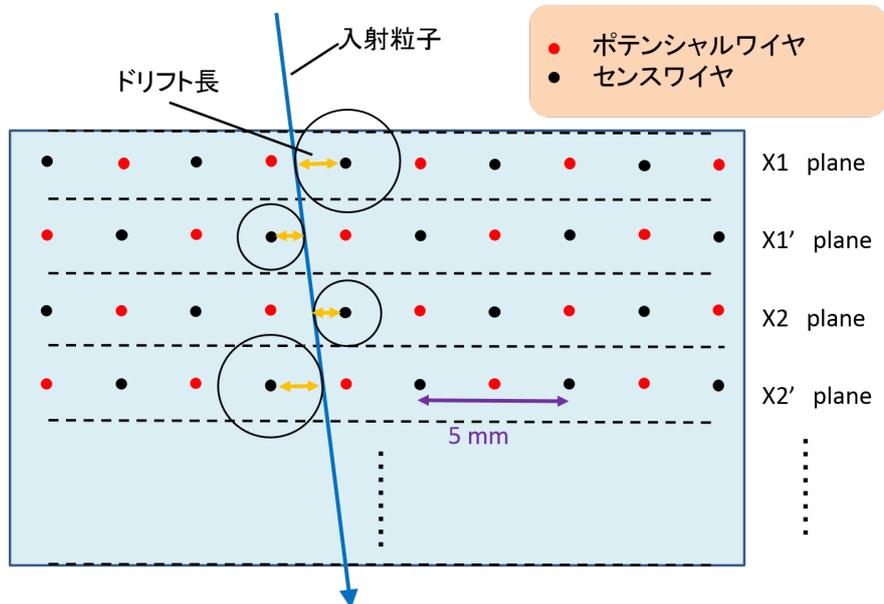


図 4.2 MWDC の構造

をシンチレータ両側で PMT により読み出し、両 PMT の信号の波形到達時間の一致によりトリガを作った。

MWDC にはアルゴン：イソブタン = 7：3 の混合ガスを用いて、ポテンシャルワイヤに 1350 V、カソードワイヤに 1300 V の電圧でテストを行った。

今回のテストは MWDC 各面のワイヤのうち、端から 16 本のワイヤのみを用い、64ch RAINER2 台で計 128 チャンネルの読み出しを行った。

ASD のスレッシュホールド DAC 値は TDC がノイズ信号を捕らえることなくドリフト電子による信号でのヒット信号をより多く捕らえるため、できるだけ下げた値を検討し、0x0e80 = 3712 の値で行った。図 3.5 からノイズレベルは 0.010 pC 未満であることがわかる。ノイズの有無は面あたりの TDC の分布とヒット数の分布から判断を行った。ノイズのないドリフ



図 4.3 MWDC と 64ch RAINER の接続

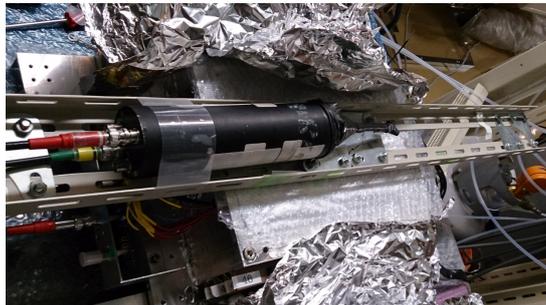


図 4.4 トリガ用シンチレータの配置

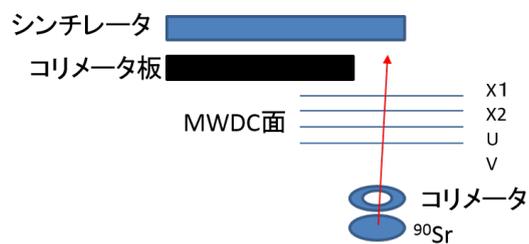


図 4.5 シンチレータと線源の配置

ト電子による信号は一定の時間の中で分布するが、ノイズはその分布の区間外でも不規則に生じる。スレッシュホールドを下げると次第に図 4.6 のような分布となるため、ノイズの有無の判定を行うことができる。ヒット数については、ノイズがない場合に十分に検出効率を実現されていれば多重度は 1 または 2 で多くが占められる。ところが、ノイズが存在する場合にはノイズによって多くのヒットが見られるようになり、多重度が増大する (図 4.7)。以上の 2 つの分布からノイズの有無を判断した。

ASD チップからの出力はプローブを用いてオシロスコープで見ることができ、信号とデジタル出力が確認できる (図 4.8, 4.9)。

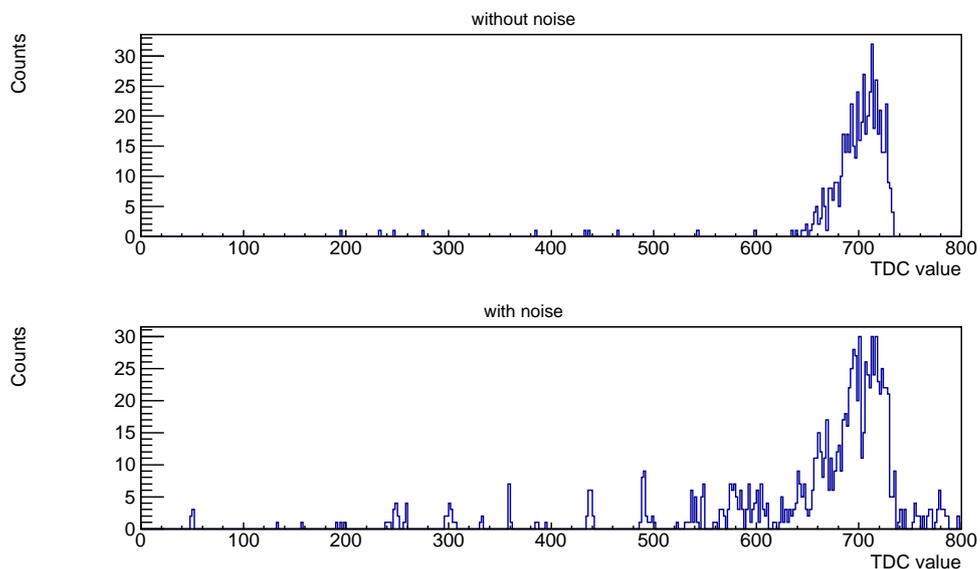


図 4.6 TDC 分布によるノイズの有無の判断。ノイズなしの状態 (上) からスレッシュホールド DAC 値をあげるとノイズが分布に現れるようになる (下)。

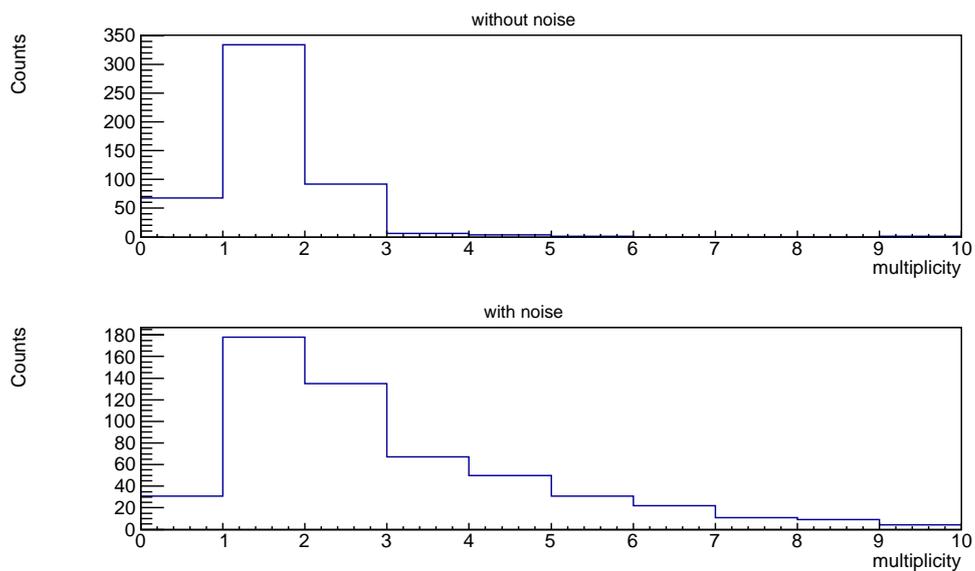


図 4.7 ノイズがある場合の面ごとのヒット数の分布。ノイズ無しの場合に比べるとヒット数 3 以上で増大している面が見られる。

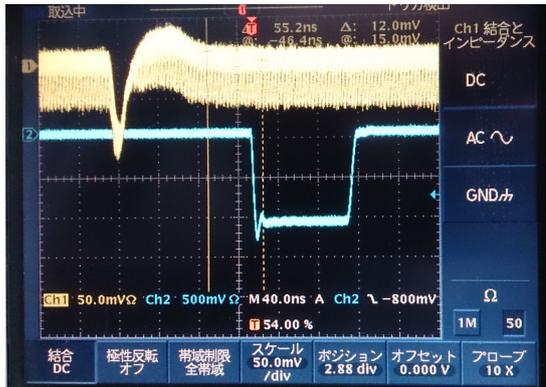


図 4.8 ASD のアナログ出力。シンチレータの discriminator out(青)をトリガとして ASD の出力 (黄) を見ている。FADC のサンプリング用 32 ns のクロックがアナログ出力に乗っている。

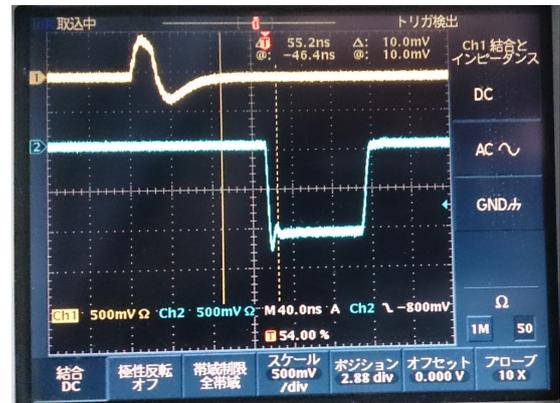


図 4.9 ASD のデジタル出力。トリガ (青) を ASD の出力 (黄)。デジタル出力から ASD がヒットしていることも確認できる。

4.2 MWDC のトラッキング

4.2.1 X-T Curve の作成

TDC の時間情報をチェンバー内で粒子が面を通過した位置からセンスワイヤまでのドリフト長へと変換を行う。このための TDC 時刻とドリフト長の関係を示す曲線を X-T Curve と呼ぶ。ワイヤのヒット位置とドリフト長から各面での通過位置の候補を特定し、これらの点でトラッキングを行って残差が決定される。この変換が正しくできておらず、X-T Curve が真のドリフト長とドリフト時間の正しい関係から離れると残差が大きくなり、結果として MWDC の位置分解能を悪く評価することになる。ゆえに MWDC の位置分解能はこの変換が正確に行われるかどうか大きく依存する。

粒子がチェンバーへと一様に入射している場合での X-T Curve の再現方法を考える。ドリフト時間 T とドリフト距離 X に関して、すべてのトラック事象のうちの T, X それぞれについての密度分布を $\rho(T), \rho(X)$ と書けば粒子数の保存ゆえに以下が成り立つ。

$$\rho(T)dT = \rho(X)dX \quad (4.1)$$

$$= \rho dX \quad (4.2)$$

$$\therefore \frac{dX}{dT} = \frac{\rho(T)}{\rho} \quad (4.3)$$

ここで、粒子はチェンバーへ一様に入射していることを仮定して $\rho(X) = \rho$ と書けることを

利用している。ゆえに、ドリフト時間 T に対応するドリフト距離 X は

$$X = \int_0^T \frac{dx(t)}{dt} dt \quad (4.4)$$

$$= \frac{1}{\rho} \int_0^T \rho(t) dt \quad (4.5)$$

と表すことができる。この関係式を利用して X-T Curve を再現するために以下の手順で解析を行う。

TDC の時間情報はドリフト時間 T に関する情報であるため、図 4.10 の TDC の分布から X-T Curve を導く。また、センスワイヤの間隔が 2.5 mm であることと、一様に入射する粒子の仮定から $\rho = 1/2.5 [\text{mm}^{-1}]$ である。

- ドリフト距離 0 mm と 2.5 mm に相当すると思われる TDC の値を分布から見積もる。いま、TDC は Common Stop で動作するためドリフト時間 0 の値は $t_0 = 740$ 、ドリフト時間最長の値は $t_1 = 640$ と見積もった。
- 分布のうち t_0 から t_1 間での積分値 I_0 を得る。これは規格化に利用する。
- t_0 から TDC の時刻 t までの積分値 $I(t)$ を得る。
- 式 (4.5) の関係ゆえに時刻 t に対するドリフト距離を $x = \rho^{-1} I(t)/I_0$ と得る。

以上の計算を t_0 から t_1 までのすべての TDC の値に対して行うことで X-T Curve を得た (図 4.11)。

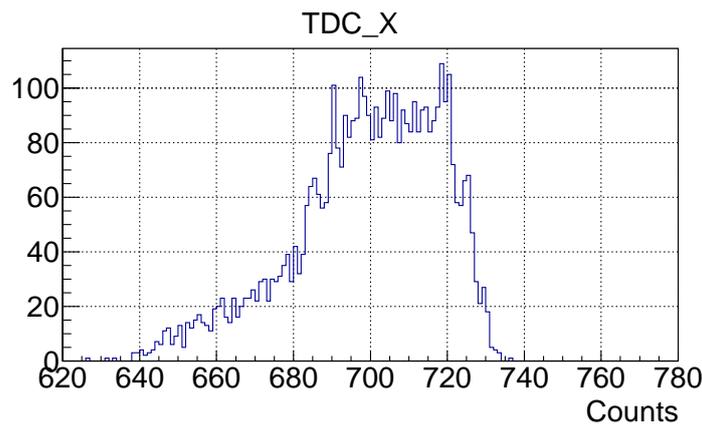


図 4.10 X 面での TDC のヒストグラム

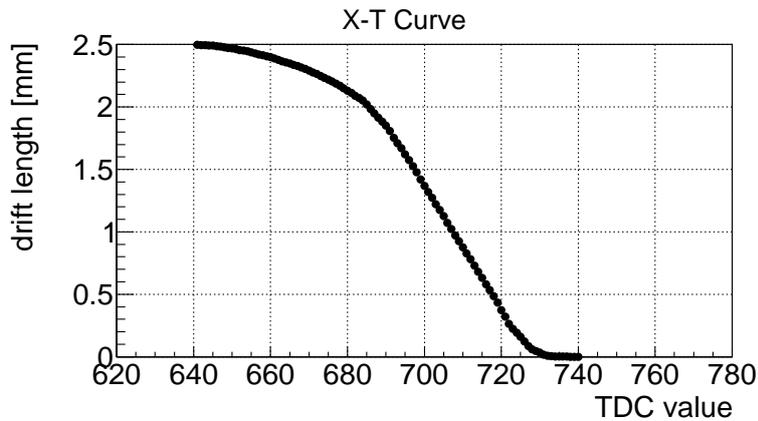


図 4.11 X 面での X-T Curve

4.2.2 直線でのトラッキング

得られたデータのうち、8面すべてでヒットがあったイベントのみでのトラッキングを行った。1つのワイヤでヒットがあった場合はそのワイヤからドリフト長の分だけ離れた左右の2点がトラッキングの候補となる。各面でトラッキングの候補となる点をヒット情報から探し出し、8面からそれぞれの候補の中の1点ずつの合計8個の点を用いて最小二乗法によるトラッキングを行う。最小二乗法による直線近似の計算方法は付録 A.1 に記す。このトラッキングを1イベントに対して考えられるすべての組み合わせについて行い、その組み合わせの中から最も χ^2 の小さな組み合わせを粒子の飛跡として決定した。

4.2.3 トラッキングの改善

トラッキングによって得た直線からワイヤまでの距離によって再構成されたドリフト長を得ることができる。ドリフト長とドリフト時間の相関を図 4.12 に記す。ドリフト長と TDC の時刻の関係を TDC の値ごとトラッキングによって得たドリフト長の分布 (図 4.13) からその絶対値の平均値を得て X-T Curve を作り直す。作り直した X-T Curve を用いて直線トラッキングを行い、改善を行う。

以上の行程を各面での残差分布が繰り返すことによって変動しなくなるまで行った。

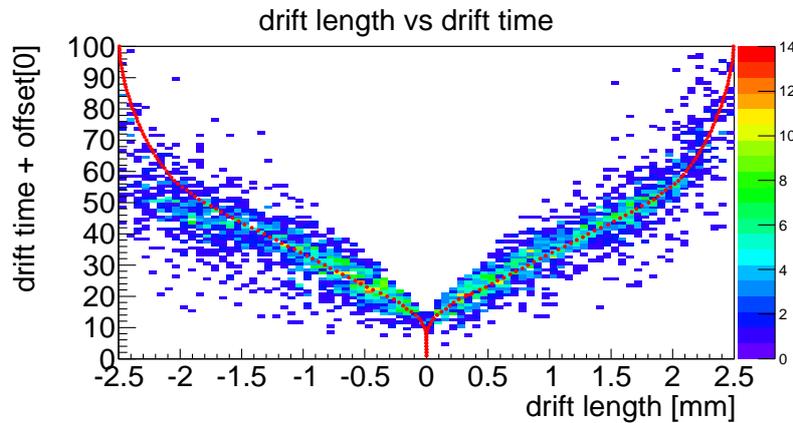


図 4.12 ドリフト長とドリフト時間の相関。赤色の破線は X-T Curve を表す。

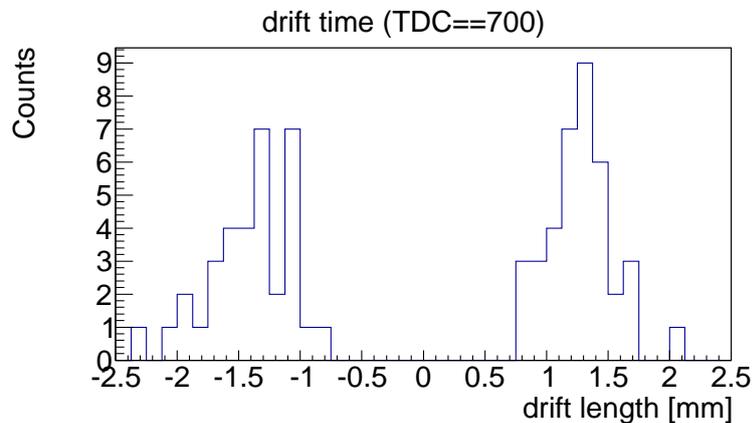


図 4.13 ドリフト時間を特定の時刻に選んだ場合のドリフト長の分布

4.3 解析

4.3.1 検出効率の評価

ここでは面ごとに次の式で計算した値を検出効率として評価をおこなった。

$$\text{efficiency}(n) = \frac{\text{第 } n \text{ 面を含む 8 面すべてがヒットしたイベント数}}{\text{第 } n \text{ 面を除く 7 面すべてがヒットしたイベント数}} \quad (4.6)$$

得られた結果を表 4.1 に記す。

テストの結果、各面での読み出しの効率は 99 % を上回る結果が得られており、検出効率の側面で問題ないことがわかった。

表 4.1 64ch RAINER での検出効率 (アルゴン・イソブタン混合ガス)

| X1 | X1' | X2 | X2' |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.9949±0.0011 | 0.9922±0.0014 | 0.9986±0.0006 | 0.9983±0.0006 |
| U | U' | V | V' |
| 0.9997±0.0002 | 0.9992±0.0005 | 0.9995±0.0004 | 0.9992±0.0005 |

4.3.2 位置分解能の評価

位置分解能はトラッキングによって得た残差分布から得る。第 n 面での位置分解を得るためには、8 面すべてのヒット情報でのトラッキングで得た第 n 面の残差分布の標準偏差 $\sigma_{\text{inclusive}}$ と第 n 面を除く 7 面でのヒット情報でのトラッキング直線と第 n 面のヒット位置との差を分布にして得た標準偏差 $\sigma_{\text{exclusive}}$ を用いて

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{inclusive}} \cdot \sigma_{\text{exclusive}}} \quad (4.7)$$

と表される [21]。残差の分布は図 4.14 のように正規分布となる。

以上の関係から位置分解能を評価した。得られた結果を表 4.2 に記す。

表 4.2 64ch RAINER での位置分解能 [mm] (FWHM)

| X1 | X1' | X2 | X2' |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0.577±0.010 | 0.532±0.007 | 0.588±0.009 | 0.588±0.009 |
| U | U' | V | V' |
| 0.543±0.138 | 0.546±0.106 | 0.523±0.008 | 0.520±0.010 |

実験において MWDC の位置分解能はエネルギースペクトルを得るときのエネルギー分解能に影響することとなる。この分解能で実験を行った際の MWDC でのエネルギー分解能を以下の手順でのモンテカルロシミュレーションにより検討した。ここでは焦点面が V' 面上にあると想定している。

1. MWDC へ垂直に入射する直線を引く。
2. 各面で直線との交点から FWHM で 0.6 mm の正規分布で生じる乱数を利用し交点からずれた位置をヒット位置と想定する (図 4.15)。
3. 乱数によりずれた 8 点のヒット位置でトラッキングを行う。
4. 最後面 V' 面上でもとの直線の位置とトラッキング直線の位置のずれを計算する。

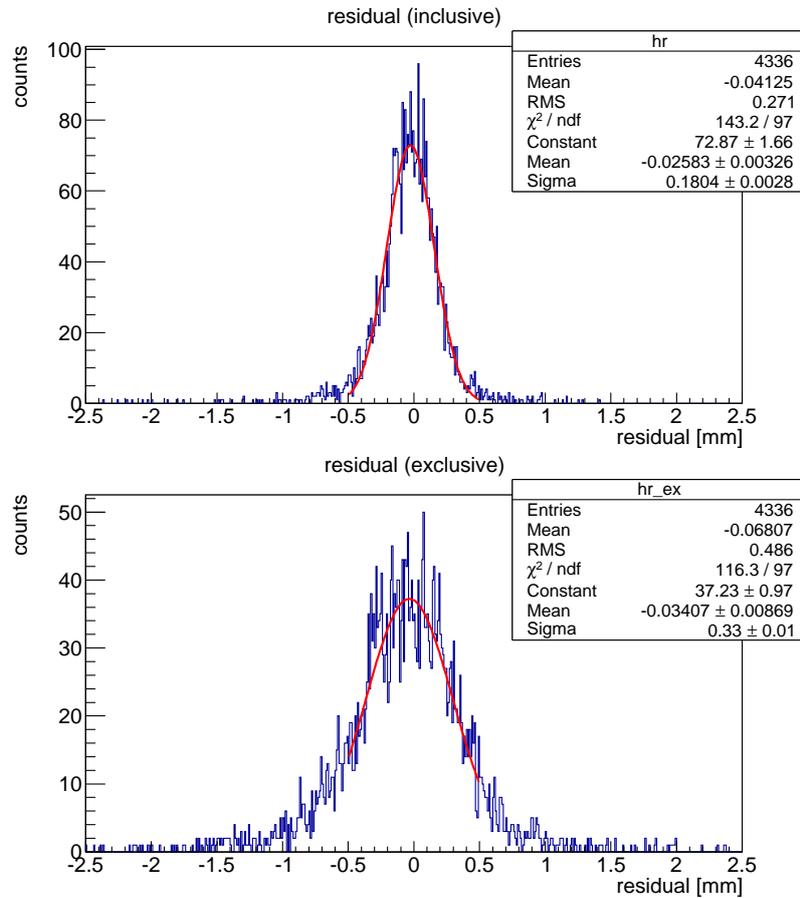


図 4.14 X1 面の残差の分布。8 面すべてのトラッキングでの残差 (上) は X1 面を除く 7 面でのトラッキングの直線との残差 (下) に対して小さくなる。

5. 以上の経過を繰り返して得たずれの分布から分解能の計算を行う。

このシミュレーションにより得た位置のずれの分布 (図 4.16) から FWHM 1.115 mm の位置分解能となった。

2014 年 7 月の実験では 36 [mm]/% の分散を持つ光学系を用いていた。重陽子の中心運動量はおよそ 2.8 GeV/c であるので、焦点面上の位置分解能は 0.37 MeV/c (σ) の運動量分解能に対応する。

一方で、欠損質量 M は

$$\begin{aligned}
 M^2 &= (E_B + m_T - E_S)^2 - (\vec{p}_B - \vec{p}_S)^2 \\
 &= m_B^2 + m_S^2 + m_T^2 + 2(m_T E_B - m_T E_S - E_B E_S + p_B p_S \cos \theta_{\text{lab}})
 \end{aligned}
 \quad (4.8)$$

で表される。ここで、 m , E , \vec{p} , p はそれぞれ質量、エネルギー、3 元運動量、運動量の大きさであり、 θ_{lab} は実験室系での散乱角である。 B , S , T はそれぞれビーム粒子、散乱粒子、標

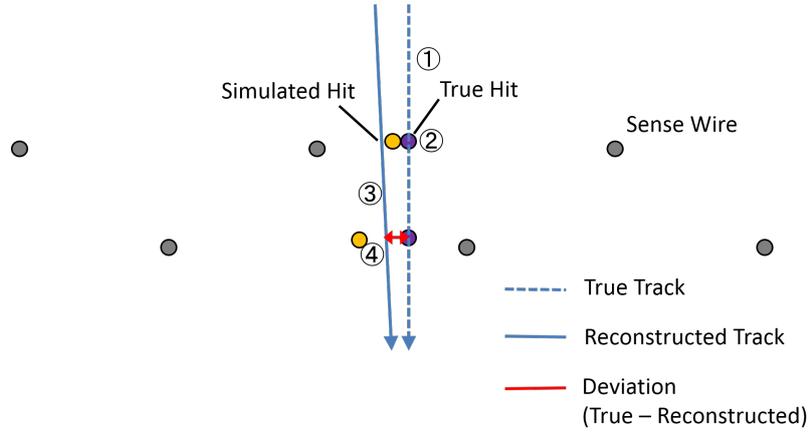


図 4.15 モンテカルロシミュレーションによる検証手順

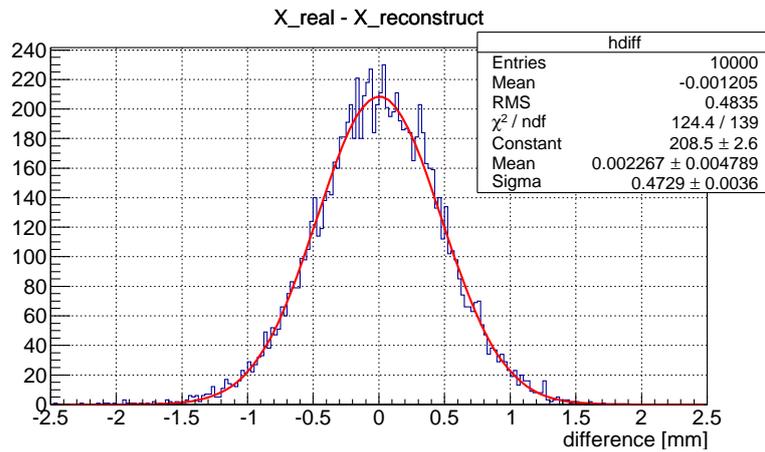


図 4.16 シミュレーションによって得た再構成後のずれの分布

的粒子であることを意味する。この偏微分を取ることで分解能 ΔM は以下で表される。

$$\Delta M^2 = \left(\frac{\partial M}{\partial p_B} \right)^2 \Delta p_B^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial p_S} \right)^2 \Delta p_S^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} \right)^2 \Delta \theta_{\text{lab}}^2 + \Delta E_{\text{strag}}^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial M}{\partial p_B} = \frac{1}{M} [\beta_B (m_T - E_S) + p_S \cos \theta_{\text{lab}}] \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial M}{\partial p_S} = -\frac{1}{M} [\beta_B (m_T + E_B) - p_S \cos \theta_{\text{lab}}] \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta_{\text{lab}}} = -\frac{1}{M} p_B p_S \sin \theta_{\text{lab}} \quad (4.12)$$

$$(4.13)$$

ここで、 Δp 、 $\Delta \theta$ はそれぞれ運動量と散乱角の分解能、 β は速度、 ΔE_{strag} は標的内でのエネルギーストラグリングを現す。

これらの関係により運動量を $0.32 \text{ MeV}/c$ の分解能は欠損質量の分解能にすると 0.32 MeV の寄与を与えると計算できる。これは表 1.1 で推定しているエネルギー分解能への寄与に対して十分に小さいことが分かった。ゆえに、仮に各面の位置分解能が 0.6 mm (FWHM) であっても実験では問題とならないことが分かった。

しかし、この MWDC は、 π 中間子原子分光実験においての ASD と 64ch AMT-TDC-VME では $\sim 0.30 \text{ mm}$ (FWHM) の分解能で動作していた。

今回の検証では X-T Curve の再現がよくできていなかったことが大きく影響していると思われる。宇宙線など MWDC の面に一様に分布して入射してくる粒子を想定して X-T Curve を作ることが望ましいが、今回の検証ではベータ線源からの粒子の入射によってデータを取得したため、一様に入射する条件が十分に満たされていなかったと考えられる。また、4000 イベントほどのデータを下に解析を行ったため、図 4.12 を利用して X-T Curve の改善を行う際に TDC の値次第では統計的に十分な改善を行えなかったことも原因と思われる。

第 5 章

まとめと今後の展望

$^{12}\text{C}(p, d)$ 反応を包括的測定によって行う η' 核分光実験では非常に多くのバックグラウンド事象に埋もれたピーク構造を観測するため、高統計が必要となる。今後の実験で統計量をさらにあげて実験を行うために、現在の統計量の制限の主たる原因となっているデータ収集システムを高速化を試みている。その中でも MWDC の読み出し系の更新を行った。

更新に際して導入した 64ch RAINER と STM は正しく動作しており、更新後の読み出し系での MWDC 読み出しは 64ch RAINER 5 台でおおむね 10kHz 程の計数率であれば不感時間を生じずにデータ取得が可能であることが確認できた。また、高計数率でイベントの不一致が起こる場合を想定した STM のタグ情報分配システムでイベントの一致を 99.99990% のイベントで確認することができ、この精度で STM による同期の確実性は保証できるとわかった。

MWDC に接続してのテストを行い、64ch RAINER で MWDC を読み出し可能であることの検証をおこない、位置分解能は 0.52 mm~0.59 mm の結果と検出効率 99% 以上の結果から導入可能と判断できた。

今回の更新ではデータ収集システムの高速化に先立ち、MWDC 読み出し系の更新を行ったが、データ収集システム全体としての高速化が今後の課題となる。MWDC は計 2 台を利用するため、64ch RAINER は最大で 12 台用意して稼働させることになる。今回は 5 台でのテストであったが、12 台での読み出しをおこなっても 10 kHz 以上の計数率でデータ取得ができることは確認する必要がある。また、現在の読み出し系はトリガ用のシンチレータや陽子抑制用のチェレンコフ検出器の波形の情報を記録する必要があるための QDC や TDC も使用している。現在のデータ収集の方式では 1 イベントごとにデータ読み出しを行っているため、MWDC 系以外のこれらの読み出しに要している時間を改善しなければデータ収集システム全体の高速化を図ることができない。ゆえに読み出し様式全体の方式の改善を行う必要がある。改善策としては 1 イベントごとに読み出しを行わずに、複数のイベントを蓄積させてからの読み出しへと変更することなど考えられる。今回の更新前に利用していた

64ch AMT-TDC-VME ではこの読み出し方式が利用できない仕様となっていたために不可能であったが、64ch RAINER への更新によって 64ch AMT-TDC-VME によるこの問題は解決されたために新たに導入可能となった。また QDC は Conversion time が約 $20 \mu\text{sec}$ の時間を要しているため、より Conversion time が小さい Flash ADC などにモジュールを変更することも考えることができる。

今後実験するにあたって、64ch RAINER の導入による計数率増大の恩恵を得るためには他の読み出し系をソフトウェアとハードウェアの両方の側面から見直して改善をする。データ収集システムの高速化によって、実験における標的厚さの変更や一次ビームの強度増大、運動量のアクセプタンスの増大など見直しが可能となる。

謝辞

本論文の執筆にあたり、多くの方々にお世話になりました。同研究室の指導教員である藤岡宏之助教には研究についての指導を頻繁にいただき、本論文の執筆にあたって添削をして頂きました。非常に丁寧に見ていただけたおかげで書き上げることができました。また、永江知文教授には頻繁に研究の進行状況を気にかけていただき、心強く感じておりました。新山助教には LEPS ビームラインでの Belle-II CDC 読み出しボードのテストに立ち会った経験から様々なお話を聞かせていただきました。川畑貴裕准教授、成木恵准教授、村上哲也講師には発表会などで研究についてのアドバイスを頂き、助けと成りました。

同じ η -PRiME 実験グループでは、理研の板橋健太専任研究員にはハードウェア面での技術を多く教えていただき、研究の指導もしていただきました。東京大の田中良樹さん、西隆博さんには右も左も分からない状態のときから多くの質問をさせていただき、手取り足取り面倒を見ていただいております。初めての海外経験だった GSI 出張中も面倒を見ていただいております。東京大の渡辺珠以君からは同じ M2 ですが、熱心に研究に取り組んでいる姿を見て学ぶところを多々感じておりました。

STM と 64ch RAINER に開発から携わっていらした KEK の五十嵐洋一さん、JAEA の細見健一さんには技術的にのお世話になることができました。

同じ研究室の金築俊輔さん、後神利志さんにはいつも親しく接していただき、研究室で楽しく過ごすことができました。隣の席の富田夏希さんには M1 のときからいろいろとかなり気を配っていただいております。研究室内では数少ない DAQ を理解して動かす技術をもつ水谷圭吾さんには技術的な質問などでよく面倒を見ていただきました。

上記に書ききれなかった方々以外にも多くの方々の助けの下で本研究を行い、修士課程を実りのあるものとすることができました。この場でお礼を申し上げます。皆様、本当にお世話になりました。ありがとうございました。

参考文献

- [1] D. Jido, H. Nagahiro, S. Hirenzaki, Phys. Rev. C **85** 032201(R) (2012).
- [2] P. Costa, M. C. Ruivo and Yu. L. Kalinovsky, Phys. Lett. B **560** (2003) 171.
- [3] H. Nagahiro, M. Takizawa and S. Hirenzaki, Phys. Rev. C **74** (2006) 045203.
- [4] S. Sakai and D. Jido, Phys. Rev. C **88** (2013) 064906.
- [5] S. D. Bass and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **634** (2006) 368.
- [6] M. Nanova *et al.*, Phys. Lett. B **710** (2012) 600.
- [7] M. Nanova *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **67** (2012) 424.
- [8] S. Barsov *et al.*, Eur. Phys. J. A **21** 251 (2004); I. Lehmann, PhD thesis, University of Cologne (2003).
- [9] H. Nagahiro *et al.*, Phys. Rev. C **87** (2013) 043201.
- [10] K. Itahashi *et al.*, Prog. Theor. Phys. **128** (2012) 601.
- [11] Y. K. Tanaka, Master thesis, University of Tokyo (2013).
- [12] T. Yoneyama, Master thesis, Tokyo Institute of Technology.
- [13] Facility for Antiproton and Ion Research, URL: <http://www.fair-center.eu>
- [14] H. Geissel *et al.*, Nucl. Inst. Meth. B **204** (2003) 71.
- [15] 64ch RAINER MODEL RPR-010, REPIC CORPORATION,
URL: <https://www.repic.co.jp/product/module/general/rpr-010.html>
- [16] KEK-AMS-TDC-VME URL: <http://atlas.kek.jp/tdc/AMT-VME/umannual-j.pdf>
- [17] N. Taniguchi *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A **732** (2013) 540.
- [18] IEEE Transactions on Nuclear Science vol. 55, no. 3, 2008. 6, pp. 1631-1637
- [19] SiTCP 説明書 URL: <http://research.kek.jp/people/uchida/technologies/SiTCP/doc/SiTCP.pdf>
- [20] H. Sugimura, Master thesis, Kyoto University (2009).
- [21] R. K. Carnegie, *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A **538** (2005) 372.

付録 A

最小二乗法によるチェンバーの直線 トラッキング

A.1 2次元平面内でのトラッキング

ビーム軸を z 軸にとり、 z - x 平面でのトラッキングを考える。
直線の方程式は次の用に記述される。

$$x = az + b \quad (\text{A.1})$$

N 個のデータ点 $N(x_i, y_i)$ を直線 $x = az + b$ で近似する場合を考える。ここで、 z_i に誤差は存在せず、 x_i の誤差を σ_i とする。最小二乗法では

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{x_i - (az_i + b)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{A.2})$$

で定義する χ^2 が最小となる a, b を求める。そのための条件は、

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 0 \quad (\text{A.3})$$

であり、これらを満たす a, b を求めることで直線を決定する。

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = \sum_{i=0}^N \frac{x_i - (az_i + b)}{\sigma_i} \cdot \frac{-2z_i}{\sigma_i} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = \sum_{i=0}^N \frac{x_i - (az_i + b)}{\sigma_i} \cdot \frac{-2}{\sigma_i} = 0 \quad (\text{A.5})$$

であり、行列を用いると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \sum \frac{x_i z_i}{\sigma_i^2} \\ \sum x_i \sigma_i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \frac{z_i^2}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{z_i}{\sigma_i} & \sum \frac{1}{\sigma_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

簡単のために各面での位置分解能を一定とし $\sigma_i = \sigma$ とすると

$$\begin{pmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum x_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum z_i \\ \sum z_i & \sum 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

となる。

$$S_1 = \sum_{i=0}^N 1, S_x = \sum_{i=0}^N z_i, S_{xx} = \sum_{i=0}^N z_i^2, D = S_1 S_{xx} - S_x^2 \quad (\text{A.8})$$

と定義して a, b を求めると

$$a = \frac{1}{D} \sum_{i=0}^N (S_1 z_i - S_x) x_i \quad (\text{A.9})$$

$$b = \frac{1}{D} \sum_{i=0}^N (S_1 z_i - S_x z_i) x_i \quad (\text{A.10})$$

であり、残差は

$$\begin{aligned} r_k &= x_k - (a z_k - b) \\ &= x_k - \frac{1}{D} \left(\sum_i (S_1 z_i - S_x) x_i z_k + \sum_i (S_{xx} - S_x z_i) x_i \right) \\ &= \frac{1}{D} \sum_{i=1}^N [\delta_{ik} D - (S_{xx} - z_i S_x) - (S_1 z_i - S_x) z_k] x_i \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

である。

A.2 3次元空間内の直線トラッキング

3次元空間内の直線の方程式は以下で書くことができる。

$$f(z) = \cos \theta (az + b) + \sin \theta (cz + d) \quad (\text{A.12})$$

$f(z)$ は xy 平面を角度 θ だけ傾けた $x'y'$ 平面内での x' 座標を表す。2次元平面でのトラッキングと同様に最小二乗法によってパラメータである a, b, c, d を決定する。

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{x'_i - f(z_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{A.13})$$

を最小にするための条件は、4個のパラメータ a, b, c, d に対する偏微分がそれぞれ0となることであるので、以下を満たせばよい。

$$\sum_{i=0}^N \frac{x'_i - f(z_i)}{\sigma_i} z_i \cos \theta_i = 0, \quad (\text{A.14})$$

$$\sum_{i=0}^N \frac{x'_i - f(z_i)}{\sigma_i} \cos \theta_i = 0, \quad (\text{A.15})$$

$$\sum_{i=0}^N \frac{x'_i - f(z_i)}{\sigma_i} z_i \sin \theta_i = 0, \quad (\text{A.16})$$

$$\sum_{i=0}^N \frac{x'_i - f(z_i)}{\sigma_i} \sin \theta_i = 0. \quad (\text{A.17})$$

$$(\text{A.18})$$

行列を用いると、これらは以下で表わすことができる。

$$M \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \frac{x' z_i \cos \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' \cos \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' z_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.19})$$

$$M = \begin{pmatrix} \sum \frac{z_i^2 \cos^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \cos^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{z_i \cos^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{\cos^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{\cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{z_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i^2 \sin^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \sin^2 \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{z_i \cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{\cos \theta_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{z_i \sin^2 \theta_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{\sin^2 \theta_i}{\sigma_i^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

この行列 M の逆行列 M^{-1} を求めて

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} \sum \frac{x' z_i \cos \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' \cos \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' z_i \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{x' \sin \theta_i}{\sigma_i^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

を計算することにより、4個のパラメータ a, b, c, d を得ることができる。