修士論文
N=Z 核をターゲットとした E_α =400 MeV での α 非弾性散乱の系統的測定

横田直樹

2013 年 1 月 29 日

$\alpha + {}^{12}\mathrm{C}$ 非弾性散乱で 0^+ 状態の励起が抑制されるという現象の研究のために、大阪大学核物理研究センター (RCNP) でターゲットを ${}^{12}\mathrm{C}$、${}^{16}\mathrm{O}$、${}^{24}\mathrm{Mg}$、${}^{28}\mathrm{Si}$、${}^{40}\mathrm{Ca}$ として $E_\alpha = 400$ MeV で α 非弾性散乱の測定を行った。集団運動モデルによる遷移密度をつかった folding model のもとでの DWBA 計算を行い各原子核の低エネルギー励起状態の励起強度を求めた。本論文ではこの実験結果と解析結果について述べる。

Contents

Chapter 1 Introduction 5

Chapter 2 Experimental setup 9
2.1 Beam line . . . 9
2.2 Spectrometer . . . 9
2.3 Matching between beamline and spctrometer . . . 12
2.4 Focal plane detector system . . . 15
2.5 Target . . . 15
2.6 Data Acqisition System . . . 16

Chapter 3 Data Reduction 17
3.1 Particle identification . . . 17
3.2 Track reconstruction . . . 17
3.3 Energy calibrations . . . 18
3.4 Background substraction . . . 20
3.5 Differntial crosssection . . . 21
3.6 Efficiencies . . . 21

Chapter 4 Data Analysis 25
4.1 DWBA . . . 25
4.2 Folding model . . . 26
4.3 density distributions . . . 26
4.4 elastic scattering . . . 27
4.5 Transition density . . . 30
4.6 Results of calculations . . . 31
4.7 Ratio . . . 34
4.8 Transition potential . . . 36
4.9 Uncertainty from α- nucleon interaction . . . 36

4.10 Transition density by microscopic model 37
4.11 Comparison between DWBA and CC 37
4.12 conclusion 38

Chapter 5 summary 45

Bibliography 57

Chapter 1

Introduction

非弾性散乱は原子核反応のうちでも基本的な反応のひとつであり、原子核物理の始まりとともに研究が進められてきた。反応過程の理論的解釈もなされていて微分断面積などの物理量は非常によく再現されている。

特に α 粒子を入射粒子とした非弾性散乱は散乱断面積が大きく、高分解能測定しやすいといった特徴をもつ。さらに α 粒子の安定性から、α 粒子は実際は 4 個の核子から構成されているものの 1 個の粒子とみなすことができ、核子との相互作用の形式化も容易であり直接過程での反応の記述が広く適応される。以上の理由により α 非弾性散乱は励起状態を探る有用な手法として確立されている。特に大阪大学核物理研究センター (RCNP) でも α 非弾性散乱を用いて古くから原子核の巨大共鳴やクラスター状態の研究が精力的になされてきた。

α 非弾性散乱で原子核内部の情報を得るには励起強度の測定が重要である。励起強度は状態間の遷移の確率を表すもので非弾性散乱の微分断面積とはよい近似で比例関係にあると考えられていて、実際に測定される微分断面積から励起強度を得るためにはこの比例関係の成立が必要になる。

α 非弾性散乱では状態の遷移は核子間の核力による相互作用によって引き起こされるが、電磁相互作用によっても遷移は引き起こされ、その励起強度は電子散乱や γ 崩壊から測定されている。$Z = N$ 核では核力による励起強度 $B(IS, \lambda)$ と電磁励起強度 $B(E\lambda)$ は $B(IS, \lambda) = 4B(E\lambda)/e^2$ の関係にあると考えられていて、確かに $\Delta L = 2$ 遷移について α 非弾性散乱の励起強度と電子散乱の励起強度はよく一致していた。しかしながら、^{12}C の Ex = 7.65 MeV の励起状態 (Hoyle 状態;$J^\pi = 0^+$) の測定において α 非弾性散乱の励起強度が電子散乱の励起強度に比べて小さい例が報告されている。微視的クラスター構造計算から計算される電磁励起強度と電子散乱から求まる励起強度に食い違いは見られないため、α 非弾性散乱のモデルに問題があると疑われてきた。

加えて、2008 年に D.T.Khoa らの E_α = 104 - 240 MeV での α+^{12}C 非弾性散乱の解析でも図 1.1 のように ^{12}C の Holye 状態への励起強度の実験値が測定値より小さいという結果が得られている [1]。この論文では resonating group method(RGM) による波動関数と核

子間相互作用 M3Y interaction を使用した folding model で微分断面積が計算されている。RGM 波動関数で決定される励起強度は和則の 22.8 % であるのに対し、測定では和則の 6.9 % しか観測されていない。Coupled Channel 計算による解析も行われているが小さい励起強度が算出されることは変わらない。これに対し図 1.2 に示されるように Ex = 4.44 MeV(J^{π} = 2^{+}) の励起状態では励起強度の測定値と計算値は合致している。

Hoyle 状態は α クラスター構造を持つことで知られており、核半径が基底状態に比べ大きく寿命が非常に短いといった性質を持つ。Khoa らは Hoyle 状態の励起の抑制は、この状態

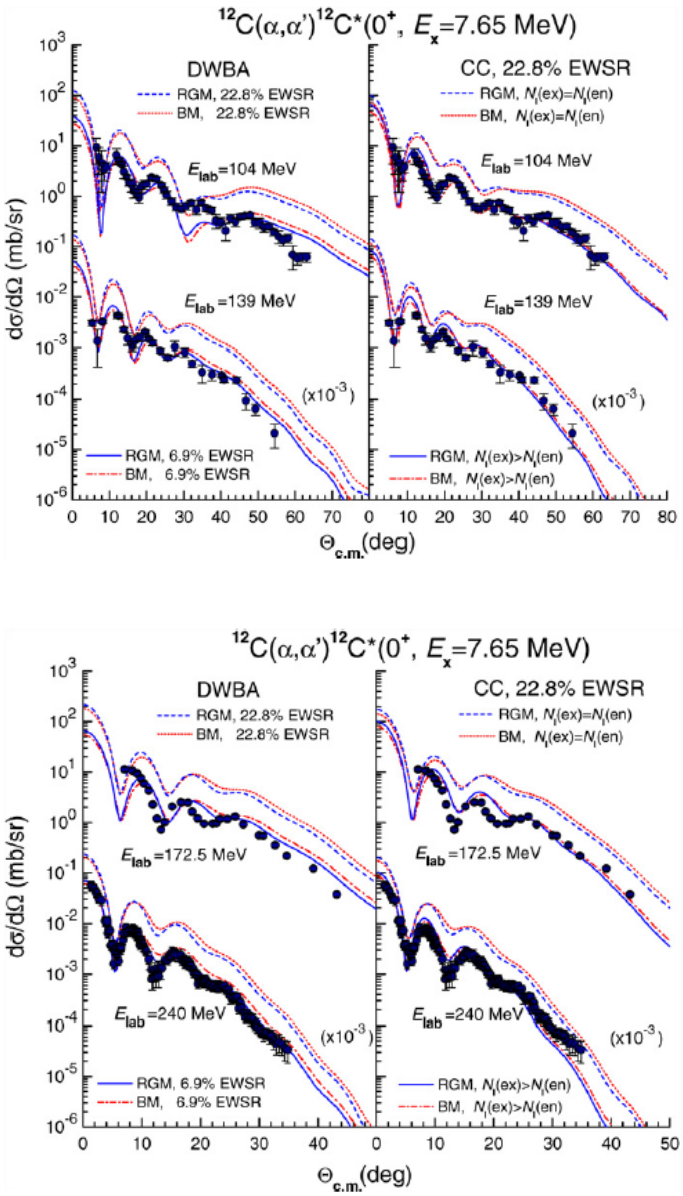

図 1.1 Khoa らによる α+^{12}C 非弾性散乱の解析。DWBA 計算と CC 計算による Ex = 7.65MeV 状態への微分断面積。青線は RGM 計算による遷移密度を、赤線は集団運動モデルによる遷移密度を使用している。[1]

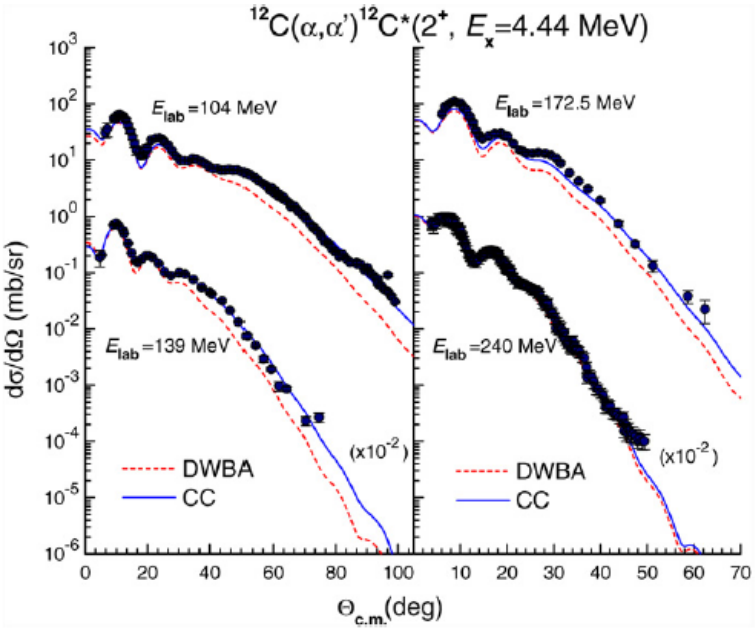

図 1.2　$Ex = 4.44$MeV 状態への微分断面積。赤線は DWBA 計算、青線は CC 計算である。[1]

の特徴的な性質に起因すると推測しているが、いまだ原因については確たることはわかっていない。

そこで本実験では α 非弾性散乱の励起強度の問題についてさらなる情報を提供するために RCNP でリングサイクロトロン加速器と高分解能スペクトロメータ Grand Raiden をもちいて α 非弾性散乱の測定を行った。励起強度の核種依存性、励起状態の角運動量依存性を調べるために ^{12}C,^{16}O,^{24}Mg,^{28}Si,^{40}Ca をターゲットとして各低エネルギー励起状態の微分断面積を測定した。過去に RCNP において同エネルギーでターゲットが ^{58}Ni,^{90}Zr,^{208}Pb の α 非弾性散乱が測定されていたので、その結果もあわせて解析した。

DWBA 計算には Single folding model で得られる遷移ポテンシャルを用い、遷移密度には集団運動によるモデルを用いた。さらに計算モデルの妥当性を検証するために、使用する光学ポテンシャルの密度依存性の有無による再現性の比較を実施し、^{12}C については RGM 計算された遷移密度を使った DWBA 計算と Coupled Channel 計算も行った。

Chapter 2

Experimental setup

実験は大阪大学核物理研究センター (RCNP) において 2010 年 11 月に行われた。ターゲットを ^{12}C、^{24}Mg、^{28}Si、SiO、^{40}Ca として微分断面積を $\theta_{lab} = 5 \sim 10^{\circ}$ の角度範囲で測定した。図 2.1 に RCNP の施設平面図を示す。

2.1 Beam line

RCNP の加速器施設は K140 AVF (Azimuthally Varying Field) サイクロトロンと K400 リングサイクロトロンの二つのサイクロトロンで構成されている。イオンで生成されたは ^{4}He^{++} ビームは AVF サイクロトロンで 86 MeV に加速されてリングサイクロトロンに入射され、そこでさらに 400 MeV まで加速されて西実験室の散乱槽のターゲットへと照射される。ターゲットで散乱された粒子は高分解能スペクトロメータ Grand Raiden によって運動量分析される。ターゲットで散乱されずに通過した粒子は散乱槽内部のファラデーカップで荷電量を測定される。測定においてはビーム強度は 3 ∼ 5 nA でエネルギー分解能はおよそ 94 keV であった。

2.2 Spectrometer

ターゲットで散乱された陽子は、運動量分解能 $\delta p/p = 2.7 \times 10^{-5}$ の高分解能スペクトロメータ Grand Raiden を用いて運動量分析される。図 2.2 に Grand Raiden の全体図を、表 2.1 に Grand Raiden の仕様を示す。 Grand Raiden は 3 台の双極電磁石 (D)、2 台の四重極電磁石 (Q)、1 台の六重極電磁石 (SX)、および 1 台の多重極電磁石 (MP) を用いた Q1-SX-Q2-D1-MP-D2-DSR という構成になっている。

ターゲットで散乱された荷電粒子は D1,D2 磁石の中間で縦方向に収束し (中間収束)、焦点面で再度縦方向、横方向の二重収束が行われる。中間収束点に置かれた MP 磁石により、運動学的効果による収差を消去し、高分解能が達成されるように工夫がなされている。

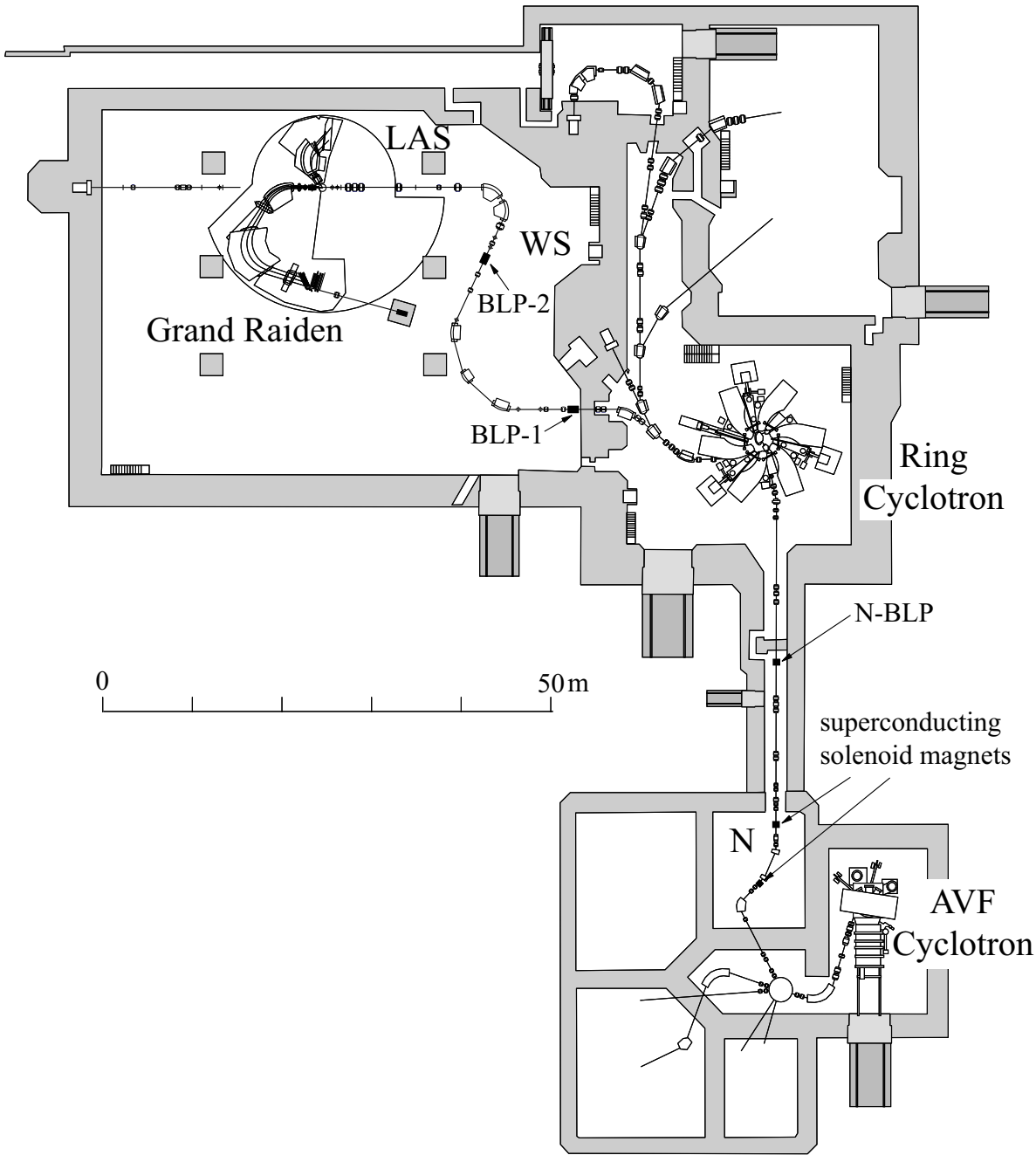

図 2.1 RCNP 西実験室の平面図

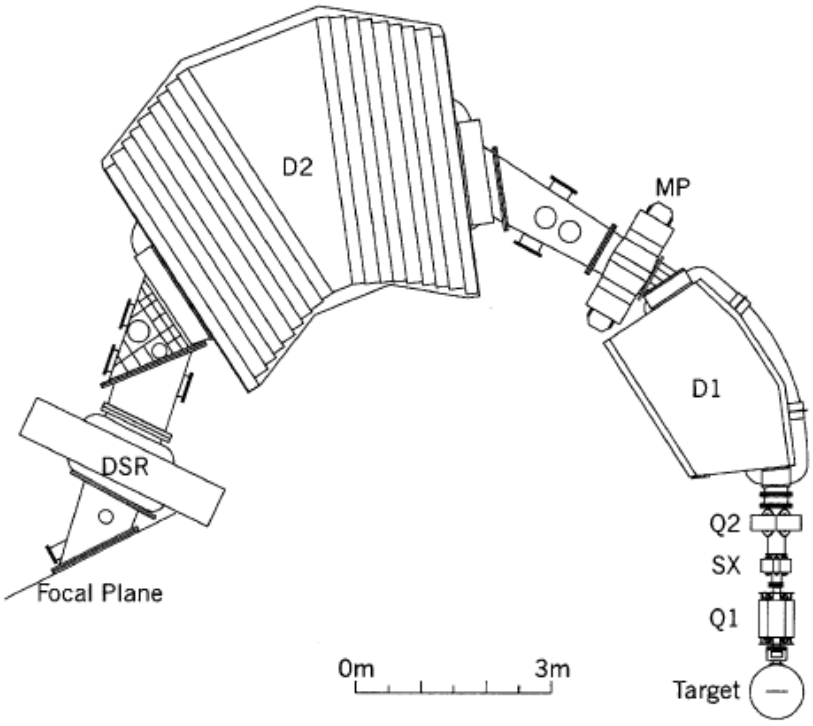

図 2.2　スペクトロメータ Grand Raiden の配置

Mean orbit radius	3 m
Total deflection angle	162°
Angular range	-4° ∼ 90°
Focalcplane length	120 cm
Tilting angle of focal line	45.0°
Maximam magnetic field strength	18 kG
Magnification-Vertical	5.98
Magnification-holizontal	-0.417
Momentum dispersion	15.451 m
Momentum range	5 %
Momentum resolution	37000
Acceptance angle - vertical	±70 mr
Acceptance angle - horizontal	±20 mr
Solid angle	∼5.6 msr

表 2.1　Specifications of the Grand Raiden Spectrometer

2.3 Matching between beamline and spctrometer

加速器でビームのエネルギーを上昇させるにつれてビームのエネルギー広がりは大きくなり、高エネルギー領域では検出器の運動量分解能に影響を与える。エネルギーの拡がりを抑えて高分解能測定を維持するために WS ビームラインでビームマッチングを行った。

2.3.1 ion optics

ビームラインの入り口で、中心軌道からの水平位置 x_0、水平面内での角度 θ_0、運動量のずれ δ_0 の粒子はビームライン、ターゲット、スペクトロメータを通過して焦点面へと到達する。各領域を通過することによる座標 $\mathbf{x} = (x, \theta, \delta)$ の変化はそれぞれ 3×3 転送行列 $\mathbf{B} = (b_{\mu\nu}), \mathbf{T} = (t_{\mu\nu}), \mathbf{S} = (s_{\mu\nu}), (\mu, \nu = 1, 2, 6)$ で表される。つまりビームラインの出口では $\mathbf{x_1} = \mathbf{Bx_0}$、焦点面では $\mathbf{x_{fp}} = \mathbf{STBx_0}$ となる。

ここで運動量 δ_1 と δ_0 について、ビームライン内では粒子の軌跡によらずエネルギーは変わらないので $\delta_1 = \delta_0$ が成り立つ。つまり行列 $\mathbf{B}$ の行列要素ついて $b_{61} = b_{62} = 0$、$b_{66} = 1$ となる。同様にスペクトロメータ内でもエネルギーは変わらないので $s_{61} = s_{62} = 0$、$s_{66} = 1$ である。

ターゲットの前後 $(\mathbf{x_1} \rightarrow \mathbf{x_2})$ で粒子の座標は大きく変わる。粒子の座標の変化を図 2.3 に示す。

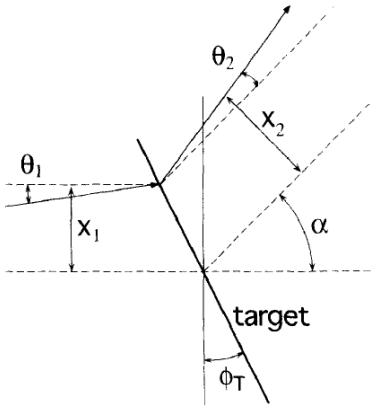

図 2.3 ターゲット衝突前後での座標の変化。

位置と角度は

$$x_2 = Tx_1, \quad T = \frac{\cos\alpha - \phi_T}{\cos\phi_T} \tag{2.1}$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \beta - \alpha \equiv \theta_1 + \Theta \tag{2.2}$$

と変化する。運動量の変化は

$$\delta_2 = K\Theta + C\delta_1 \tag{2.3}$$

で与えられる [2]。β は $\alpha + \theta_2 - \theta_1$ に等しく、真の散乱角を表す。K は運動学因子と呼ばれるもので $(1/p_{out})(\partial p_{out}/\partial\alpha)$ で定義され、$\alpha = 0^\circ$ で 0 である。C は相対運動量比で、$(p_{in}/p_{out})(\partial p_{out}/\partial p_{in})$ で定義され弾性散乱では 1 となる。

これらの行列と使って結局焦点面での座標は

$$\begin{aligned} x_{fp} = {} & x_0(s_{11}b_{11}T + s_{12}b_{21}) \\ & + \theta_0(s_{11}b_{12}T + s_{12}b_{22}) \\ & + \delta_0(s11b_{16}T + s_{12}b_{26} + s_{16}C) \\ & + \Theta(s_{12} + s_{16}K) \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned} \theta_{fp} = {} & x_0(s_{21}b_{11}T + s_{22}b_{21}) \\ & + \theta_0(s_{21}b_{12}T + s_{22}b_{22}) \\ & + \delta_0(s_{21}b_{16}T + s_{22}b_{26} + s_{26}C) \\ & + \Theta(s_{22} + s_{26}K) \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\delta_{fp} = \delta_2 = K\Theta + C\delta_0 \tag{2.6}$$

とかける。鉛直方向の座標のずれの変化も同様に行列 $\mathbf{B} = (b_{\mu\nu}), \mathbf{T} = (t_{\mu\nu}), \mathbf{S} = (s_{\mu\nu})(\mu, \nu = 3, 4, 6)$ を使って表される。

2.3.2 first order matching

ビームマッチングの目的はビームのエネルギー広がりによって生じる焦点面でのずれを無くすことであるから、式 (2.4) で θ_0 と δ_0 の係数をゼロにするようにビームラインとスペクトロメータを調整する。また正確な散乱角度の測定のために式 2.5 の δ_0 の係数もゼロが求められる。

$K = 0$ の場合には $b_{12} = 0$ にすることで式 (2.4) の θ_0 の係数をゼロにできる。この調整は focus matching と呼ばれる。

式 (2.4),(2.5) の δ_0 の係数は同時にゼロにすることができる。このときビームラインのパラメータは

$$b_{16} = -\frac{s_{16}}{s_{11}}(1 + s_{11}s_{26}K - s_{21}s_{16}K)\frac{C}{T}lat_disper \tag{2.7}$$

$$b_{26} = (s_{21}s_{16} - s_{11}s_{26})C \tag{2.8}$$

とされ、それぞれ lateral dispersion matching、angular dispersion matching と呼ばれる。

それぞれのマッチングの概念を図 2.4 に示す。左はターゲット上で収束するモード ($b_{16} = b_{26} = 0$) でエネルギーのずれ δ_0 は焦点面での位置のずれを引き起こす。中央は lateral

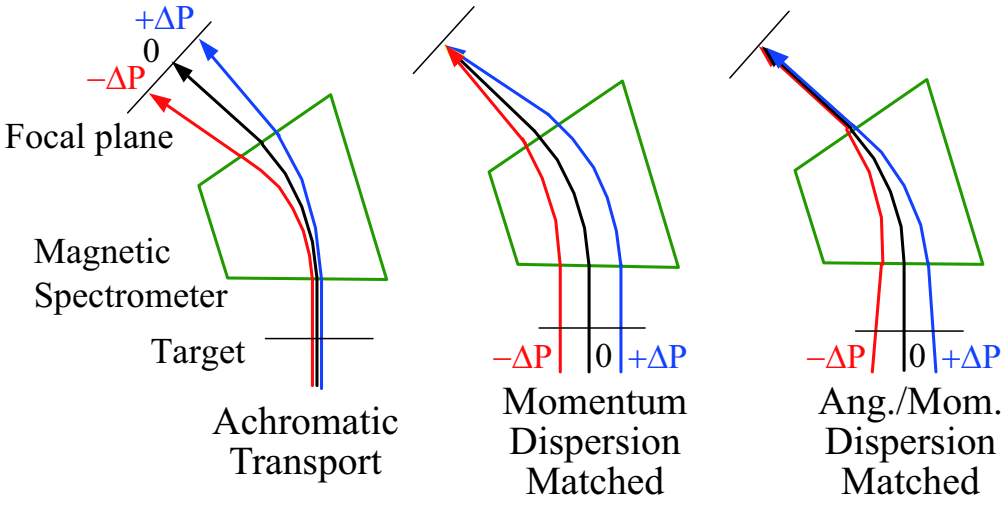

図 2.4 ビームラインとスペクトロメータの各ビームマッチング条件のビーム軌道の概念図。中央は lateral dispersion matchng mode、右は lateral and angulardispersion matchng mode。赤、青、黒の実線は運動量の異なるビームの軌道を表している。

dispersion matching モードで、ビームのエネルギーのずれがターゲット上での位置のずれになるが、スペクトロメータでの収束により焦点面での位置のずれはなくなる。右側は lateral + angular dispersion matchng モードで、ターゲット上でビームの角度もずらすことにより焦点面での位置と、散乱角の補正を実現している。

Grand Raiden の転送行列は決まっていて、この $s_{\mu\nu}$ に対して式 (**??**)、(2.8) を満たすようにビームラインの転送行列を決定する。lateral and angular dispersion matching 条件下での WS ビームラインの転送行列の行列要素は表 2.2 の通り [2]。

Matrix elements	Design values
$b_{11} = (x \mid x)$	-0.98
$b_{33} = (y \mid y)$	0.89
$b_{16} = (x \mid \delta)$	37.1 m
$b_{26} = (\theta \mid \delta)$	-20.0 rad
$b_{12} = (x \mid \theta)$	0
$b_{34} = (y \mid \varphi)$	0
Total bending angle	270°
Total length	65.46 m

表 2.2 WS ビームラインの転送行列要素

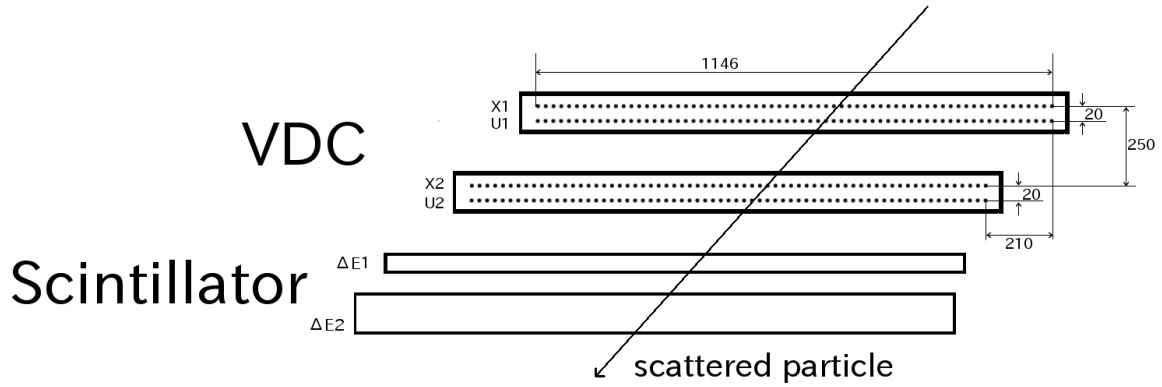

図 2.5　焦点面での検出器の配置

2.4 Focal plane detector system

Grand Raiden の焦点面には 2 台の VDC (Vertical Drift Chamber) を central ray と 46 .5° の角度をなすように設置した。VDC は X,U の二面からなり、それぞれ鉛直方向 (X 面) と鉛直に対し 48.19° の方向 (U 面) に wire が張られている。wire の間隔は X 面が 6 mm、U 面が 4 mm 間隔でそれぞれ張られている。

各 VDC 面について 3 本以上のセンスワイヤが鳴り、かつ single particle event であると推定されるものについて、その TDC 情報から VDC 面上での位置を決定した。つまり 2 つ以上のクラスタを持つイベントは除外している。X 面、U 面とも 2 枚ずつあるので、散乱粒子の軌道が 3 次元的に決まる。

VDC の後方には 2 枚のプラスチックシンチレータが置かれ、それぞれ左右の光電子増倍間により発光量と時間情報がデータとして取り込まれる。2 枚のシンチレータそれぞれの左右からの coincidence をトリガー信号としている。VDC とシンチレータの配置を図 2.5 に示す。

2.5 Target

ターゲットは散乱槽中心に設置されたラダーにマウントされる。測定に使用したターゲットは ^{12}C、^{24}Mg、^{28}Si、SiO_2、^{40}Ca である。それぞれのターゲットの厚みは表の通り。他にビームモニタ用に ZnS もマウントした。

ターゲット	標的厚
^{12}C	2.2mg/cm^2
^{24}Mg	2.5mg/cm^2
^{28}Si	2.16mg/cm^2
^{40}Ca	1.63mg/cm^2
SiO_2	2.2mg/cm^2

表 2.3 使用したターゲットの厚さ

2.6 Data Acqisition System

RCNP での data aquisition system (DAQ) の概念図を図 2.6 に示す。VDC の読み出しには LeCroy3377、シンチレータの読み出しには FERA/FERET モジュールを使用している。各検出器からのデジタル情報は ECL バスを通ってパラレルに VME クレートの high speed memory module (HSM) に入力される。イベントの再構成の便利のために flow controlling evebt module (FCET) によってイベントのヘッダ、イベント数、レジスター情報がデータに加えられる。HSM へのデータの変換と転送はソフトウェアでの処理や CAMAC function ではなくハードウェアによってのみ行うことで処理の高速化を図っており、生じる dead time は 30 μs/event 程度である。。HSM にたまったデータは VME の CPU から Gigabit Ethernet を経由してデータ収集用のコンピュータへ転送、保存される。

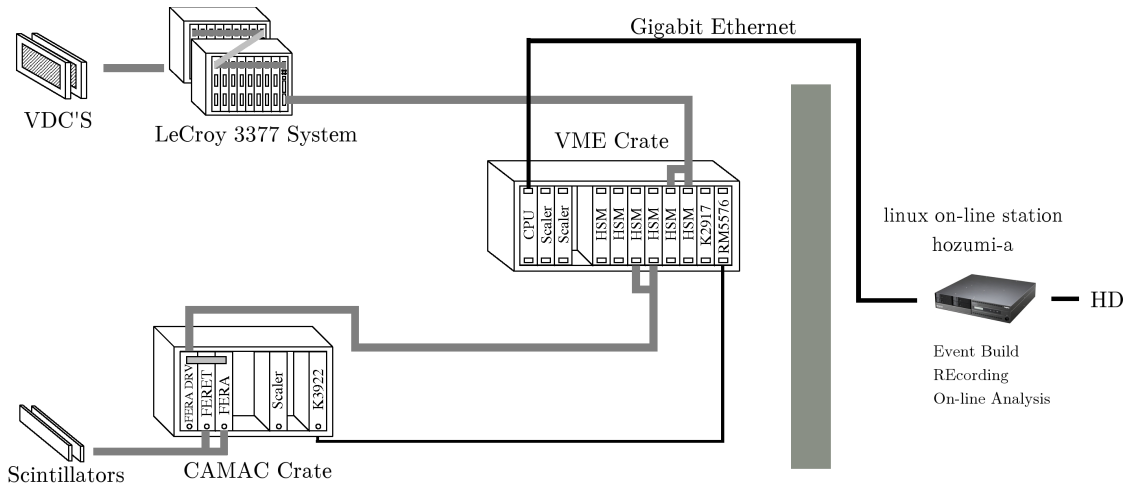

図 2.6 DAQ システムの概念図

Chapter 3

Data Reduction

3.1 Particle identification

粒子識別には焦点面のプラスチックシンチレータでのエネルギー損失と、サイクロトロンの RF 信号を使用した。

シンチレータ内部で発生した光子は両側に付けられた光電子増倍管 (PMT) で検出される。光子数はシンチレータ内を通過する際に吸収されるためその数 I は通過距離 x の関数であり、I_0 を初期値、l を減衰距離として

$$I(x) = I_0 \exp\left(-\frac{x}{l}\right) \tag{3.1}$$

となる。光子の発生点と左右の PMT の距離を x_L、x_R とすると両側の光子数の幾何学平均 $\bar{I}$ は

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \sqrt{I_0 \exp\left(-\frac{x_L}{l}\right) \cdot I_0 \exp\left(-\frac{x_r}{l}\right)} \\ &= I_0 \exp\left(-\frac{x_L + x_R}{2l}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{L}{2l}\right) \end{aligned} \tag{3.2}$$

である。$L = x_L + x_R$ はシンチレータの長さとなる。この式は $\bar{I}$ が粒子の衝突位置に依らないことを示している。シンチレータ内での荷電粒子のエネルギー損失はよく知られた Bethe-Broch の公式で推定できるので、$\bar{I}$ を測定することで粒子識別を行うことができる。図 3.1 に示すように、$\bar{I}$ のスペクトルにゲートをかけることで α 粒子を同定する。

一方サイクロトロンの RF 信号を使って標的から焦点面までの Time of Flight による粒子識別を行うこともできる。図 3.2 に RF 信号のスペクトルを示す。

3.2 Track reconstruction

散乱粒子の焦点面での位置と角度は VDC 情報から決定する。

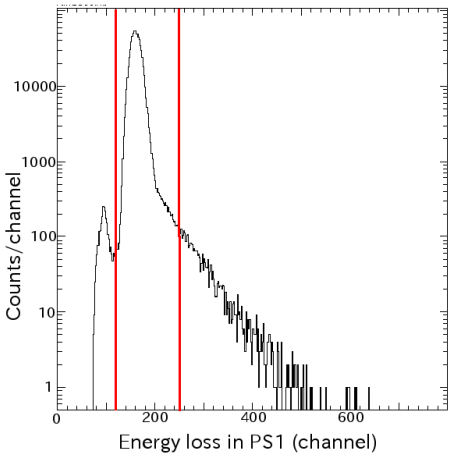

図 3.1 シンチレータでのエネルギー損失のスペクトル。赤線に挟まれた部分を α 粒子とした。

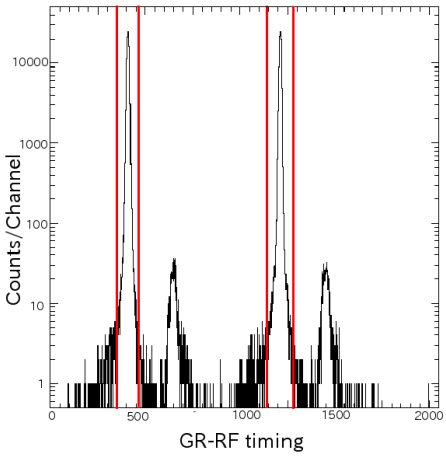

図 3.2 RF 信号のスペクトル。図のようにゲートをかけた。

図 3.3 に VDC の X 面の構造を示す。ドリフト長 d_{i-1}、d_i、d_{i+1} はドリフト時間から求まり、アノードワイヤー面での位置を与える。一様に分布するように入射させた α 粒子を測定することでドリフト長は校正されており、図 3.4 のようにドリフト速度はドリフト長へ変換される。

VDC は焦点面に対して 45° の角度をもって設置されているので、散乱粒子は 3、4 本のワイヤーを鳴らすことになる。この連続するワイヤーのグループを「クラスター」と定義する。今回の解析では、以下の条件で軌跡を決定した。

- クラスターは少なくとも 2 本以上のワイヤーを鳴らしている。
- 孤立して鳴ったワイヤーは無視する。
- クラスターの数は各アノード面で 1 つ。

各アノード面上での位置は、軌跡を直線で仮定し最小二乗法で計算して求める。4 面のアノード面での位置から直線の軌跡はただ一つ求まる。位置分解能は 0.3 mm である (FWHM)。これはエネルギー分解能 8.7 keV に相当し、ビームのエネルギー分解能に比べて十分小さい。

3.3 Energy calibrations

励起エネルギー E_x は二体散乱の運動学から求めることができる。

$$E_x = \sqrt{(E_1 - E_3 + M)^2 - p_4^2} - M \tag{3.3}$$

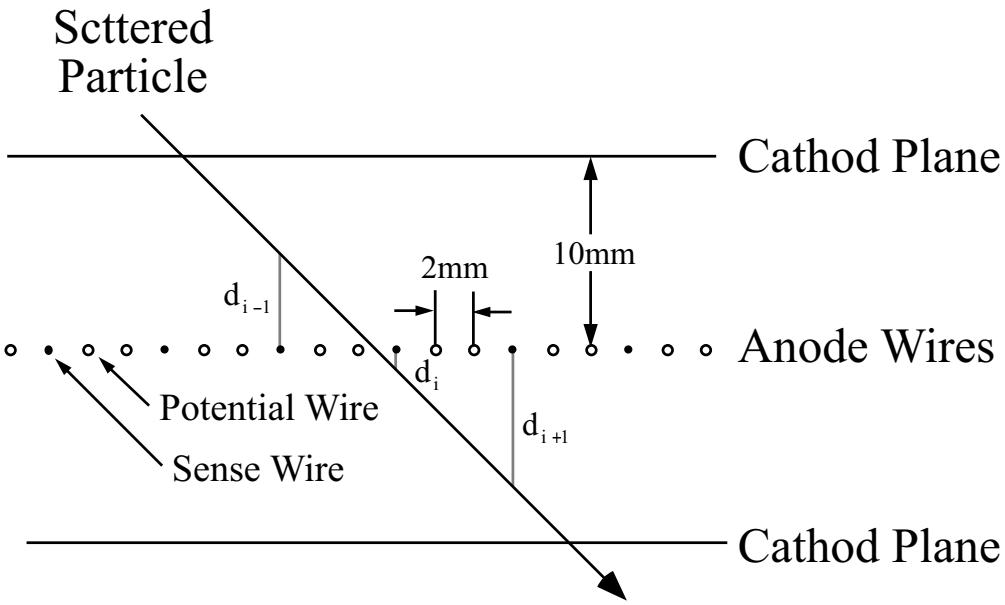

図 3.3 VDC 各面の構造

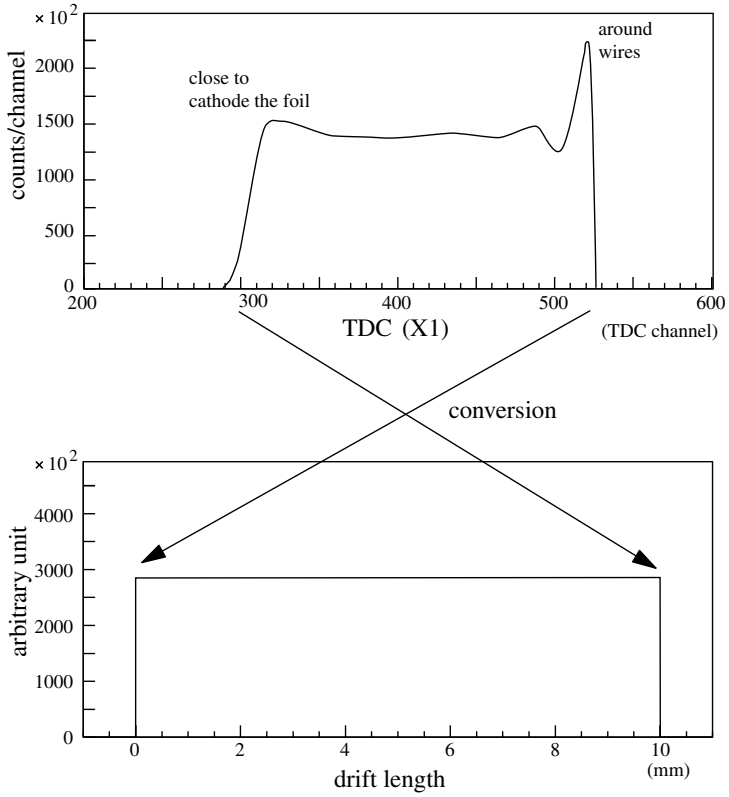

図 3.4 ドリフト時間からドリフト長への変換

E_1、E_3 はそれぞれ入射粒子と散乱粒子の全エネルギー、すなわち $E_i = \sqrt{p_i^2 + m_\alpha^2}, (i = 1, 3)$ であり p_4 と M はターゲットの運動量と質量である。VDC で散乱粒子の運動量と散乱角度を測定することで、式 3.3 から励起エネルギーが求まる。エネルギーのスケールの校正には ^{12}C をターゲットとした弾性散乱と非弾性散乱を使用した。

3.4 Background substraction

ビームハローから生じるバックグラウンドは加速器の調整により除去することができるが、多重クーロン散乱によるバックグラウンドが残っている。前方角度の測定では大量の α 粒子が焦点面に飛来するので、多重クーロン散乱によるバックグラウンドの影響は大きい。

測定すべき α 粒子は水平方向にも鉛直方向にも焦点面で収束されるのに対し、バックグラウンドは焦点面での位置は一様になる。図 3.5 に焦点面での粒子の鉛直方向の角度のスペクトルを示す。塗りつぶされた中心位置の領域では true イベントとバックグラウンドの和で、中心からはなれた領域ではバックグラウンドのみとして扱う。中心位置でのバックグラウンド量は両側から内挿することで決めた。結果得られたエネルギースペクトルを図 3.6 に示す。

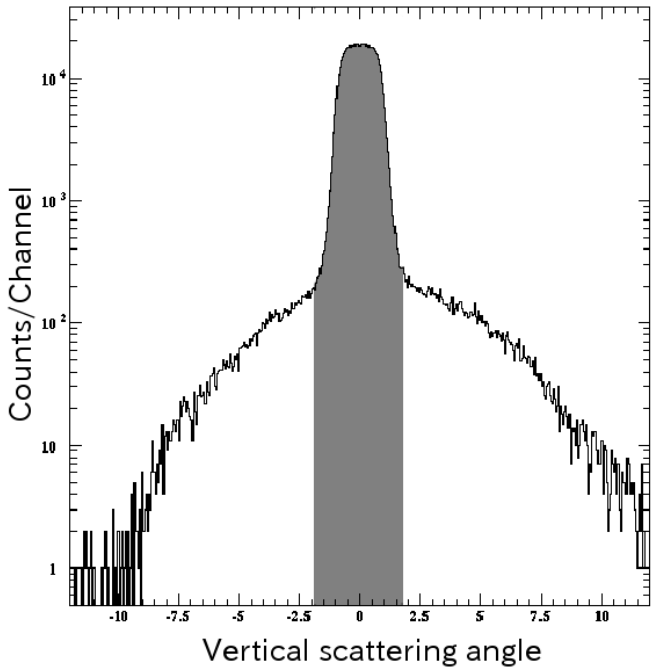

図 3.5 焦点面での鉛直方向の角度スペクトル。

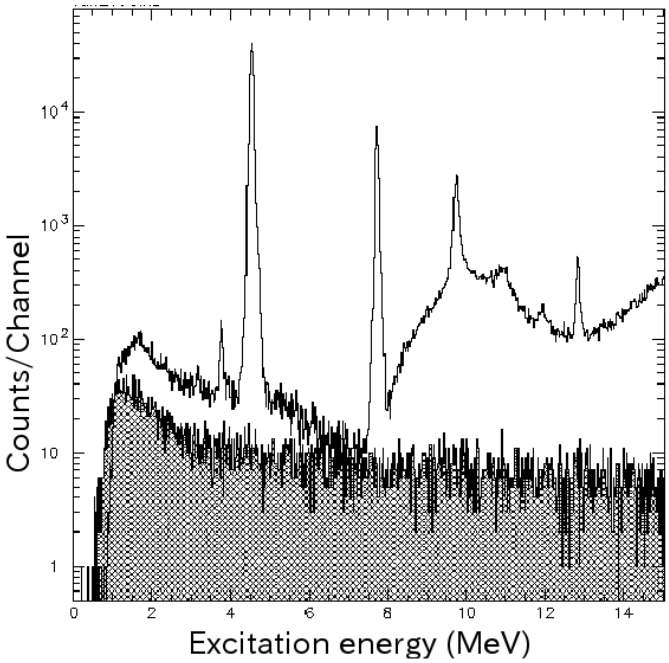

図 3.6　2.5° における ^{12}C の励起エネルギースペクトル。網掛けの部分が除去されるバックグラウンド。

3.5 Differntial crosssection

微分断面積は以下の式で計算した。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{av}) = Y(\theta_{av}) \cdot \frac{1}{N_{tgt} \cdot N_{beam}} \cdot \frac{1}{\Delta\Omega(\theta_{av})} \cdot \frac{1}{\epsilon} \tag{3.4}$$

θ_{av} は立体角の中心角度、$Y(\theta_{av})$ は各励起状態の立体角内でのカウント数、N_{tgt} はターゲットの単位面積あたりの粒子数、N_{beam} は入射粒子数、ϵ は検出効率である。得られた微分断面積を図 3.7 から 3.11 に示す。

3.6 Efficiencies

断面積に必要な検出効率は検出器の検出効率と DAQ の検出効率の 2 つから成る。
VDC の検出効率は次の手順で推定される。

1. あるアノード面の検出効率を推定するとき、検出効率の分母 (N_{total}) は他の 3 つのアノード面全てをヒットしたイベント数とする。
2. 当該 VDC の検出効率の分子 (N_{hit}) は 4 面全てのアノード面をヒットしたイベント数とする。

3. X_i 面での検出効率は

$$\epsilon_{X_i} = \frac{N_{hit}(X_i \cap X_j \cap U_i \cap U_j)}{N_{total}(X_j \cap U_i \cap U_j)} \tag{3.5}$$

4. VDC 全体の検出効率は 4 面のアノード面の検出効率の積とする。

$$\epsilon_{VDC} = \epsilon_{X_1} \cdot \epsilon_{X_2} \cdot \epsilon_{U_1} \cdot \epsilon_{U_2} \tag{3.6}$$

結果、得られた VDC 全体の検出効率は 75 % 程度である。

DAQ の検出効率は requested trigger と accepted trigger の比であり、トリガーレートにより 95% 程度である。

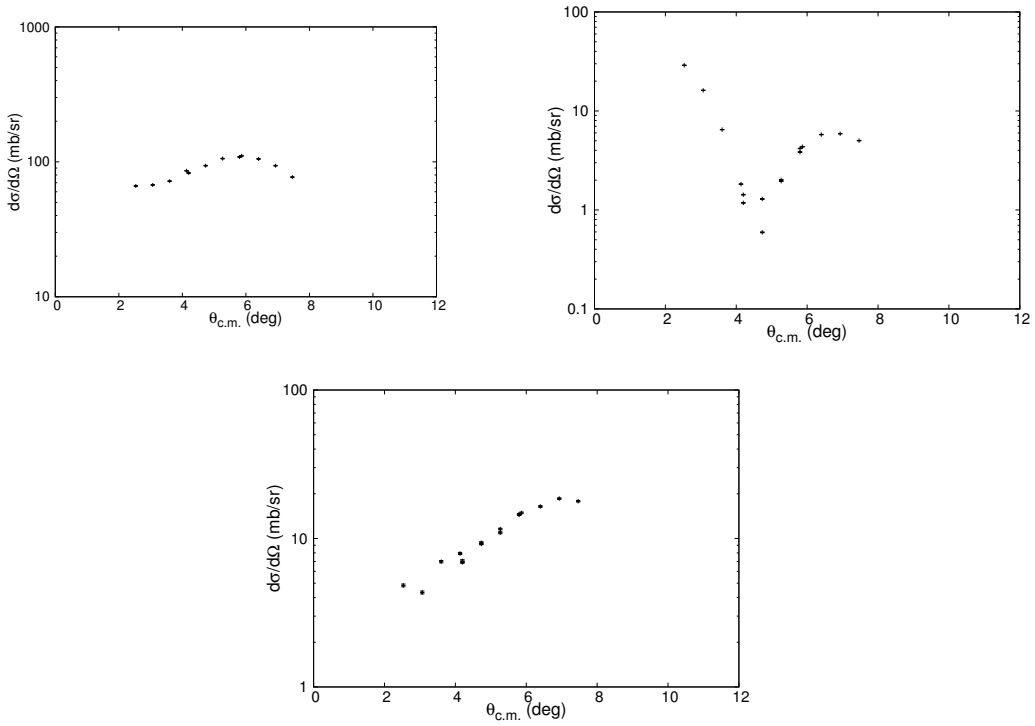

図 3.7　本実験で得られた ^{12}C の励起状態の微分断面積。左上は Ex = 4.44 MeV、右上は Ex = 7.65 MeV、中央下は Ex = 9.64 MeV の励起状態。

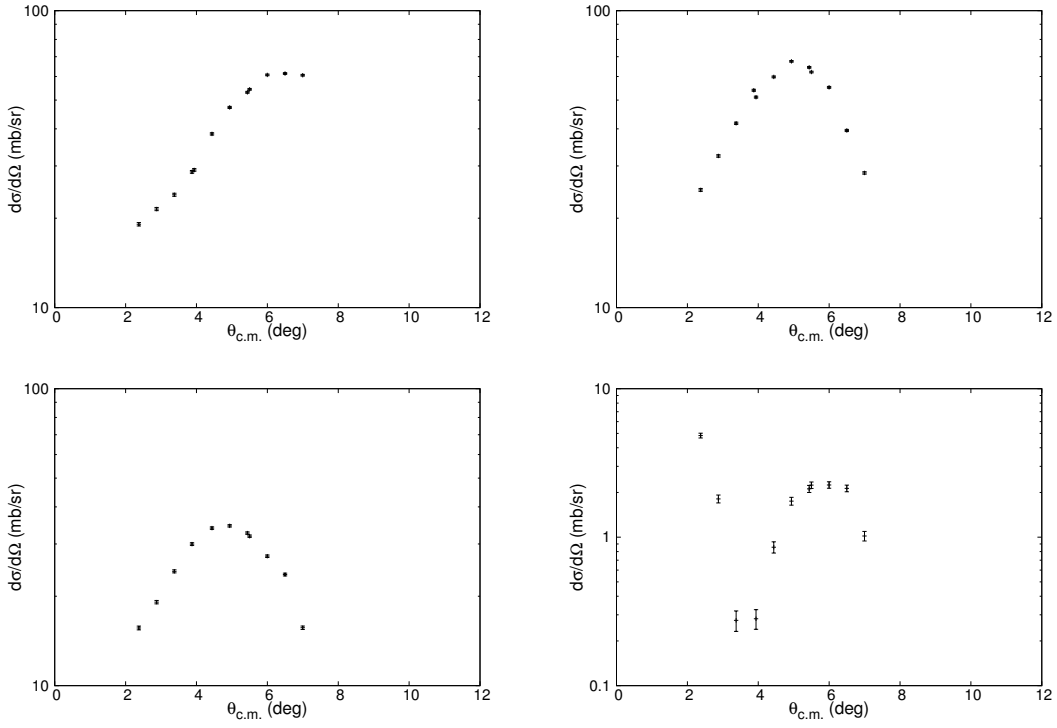

図 3.8　本実験で得られた ^{16}O の励起状態の微分断面積。左上は Ex = 6.13 MeV、右上は Ex = 6.92 MeV、左下は Ex = 11.52 MeV、右下は Ex = 12.05 MeV の励起状態。

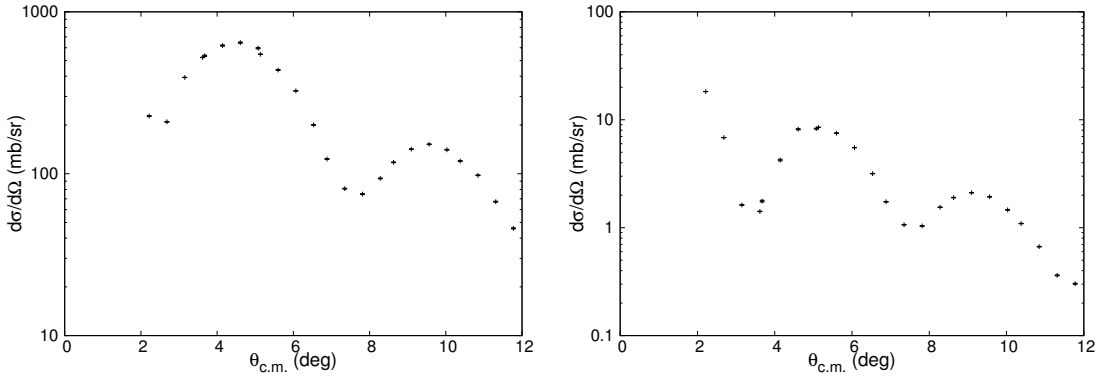

図 3.9　本実験で得られた ^{24}Mg の励起状態の微分断面積。左は Ex = 1.36 MeV、右は Ex = 6.43 MeV の励起状態。

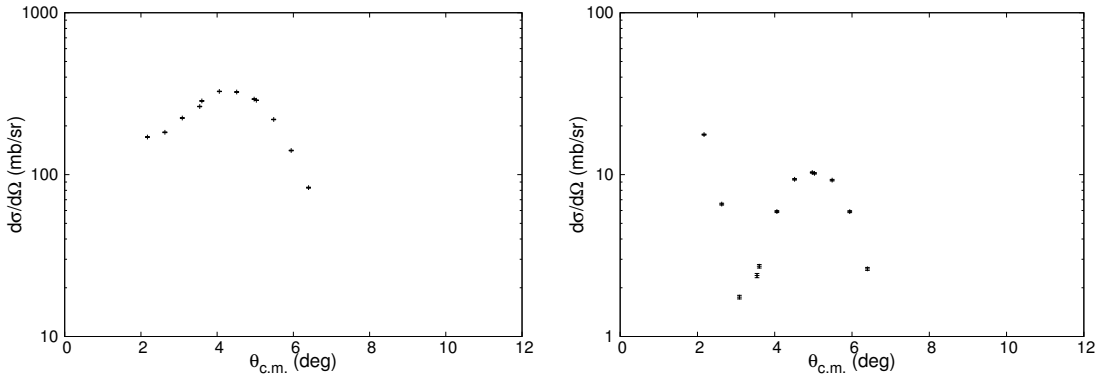

図 3.10　本実験で得られた ^{24}Mg の励起状態の微分断面積。左は Ex = 1.78 MeV、右は Ex = 4.97 MeV の励起状態。

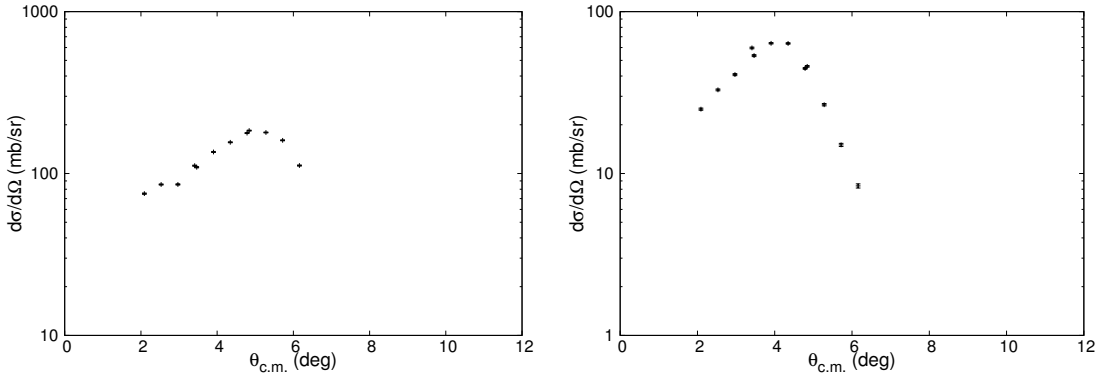

図 3.11　本実験で得られた ^{40}Ca の励起状態の微分断面積。左は Ex = 3.74 MeV、右は Ex = 3.90 MeV の励起状態。

Chapter 4

Data Analysis

得られた微分断面積の解析は DWBA を用いて行う。この解析では弾性散乱、非弾性散乱共に計算コード ECIS95 を使用した **??**。

4.1 DWBA

非弾性散乱の反応機構は一段階の直接過程がよく用いられる。チャネル $\alpha \equiv \mathrm{a} + \mathrm{A}$ からチャネル $\beta \equiv \mathrm{b} + \mathrm{B}$ の反応を考えると、この遷移を引き起こす遷移ポテンシャル $\hat{V}_\alpha$ は a と A の間のポテンシャル V_α から一体ポテンシャル U_α を引いた

$$\hat{V}_\alpha = V_\alpha - U_\alpha \tag{4.1}$$

である。反応によって粒子 a は b に、核 A は B に変わる。非弾性散乱では入射粒子 a は変わらず、核 A が A^* へと励起される。U_α は歪曲ポテンシャルと呼ばれる。

この一段階過程の遷移行列の計算によく有効なのが歪曲波ボルン近似 (DWBA) である。この近似の遷移行列要素は

$$T_{\beta\alpha}^{DWBA} = < \chi_\beta^{(-)}(\mathbf{r}_\beta)\psi_\beta(\xi_\beta) \mid \hat{V}_\alpha \mid \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}_\alpha)\psi_\alpha(\xi_\alpha) > \tag{4.2}$$

である。ここに ψ は内部運動の波動関数、χ は相対運動の波動関数で、

$$(K_\alpha + U_\alpha)\chi_\alpha^{(+)} = E_\alpha\chi_\alpha^{(+)}, (K_\beta + U_\beta^*)\chi_\beta^{(-)} = E_\beta\chi_\beta^{(-)} \tag{4.3}$$

を満たす。ただし E_c および $K_c = \hbar^2 k_c^2/2\mu_c (c = \alpha, \beta)$ はそれぞれ全エネルギーおよび相対運動の運動エネルギーである。 $\chi_c^{\pm}$ は無限遠で

$$\chi_c^{\pm}(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{(2\pi)^{2/3}} \left(e^{i\mathbf{k_c}\cdot\mathbf{r}} + f_c(\Omega)\frac{e^{\pm ik_c r}}{r} \right) \tag{4.4}$$

の境界条件を満たす。この $\chi_c^{(\pm)}$ は歪曲波と呼ばれる。

DWBA が使えるのは $\hat{V}_\alpha$ が V_α よりはるかに弱く摂動論が有効なときで、U_α を調整することで DWBA は多くの反応に適応できることが知られている。

4.2 Folding model

DWBA を用いた非弾性散乱の微分断面積の計算に必要な残留相互作用は single folding model を用いて導出する。

Folding model においては光学ポテンシャルは

$$U(\mathbf{r}) = \int\int \rho_A(\mathbf{r_1})\rho_a(\mathbf{r_2})v(r_{12})d\mathbf{r_1}d\mathbf{r_2} \tag{4.5}$$

と与えられる。$\rho_A(\mathbf{r_1})$、$\rho_a(\mathbf{r_2})$ は標的核と入射核の基底状態の密度であり、また $r_{12} = \mid \mathbf{r} + \mathbf{r_2} - \mathbf{r}_1 \mid$ である。この形式は double folding と呼ばれる。入射粒子の密度を δ 関数 $\delta(\mathbf{r_2})$ で近似すると、遷移ポテンシャルは簡略化され、

$$U(\mathbf{r}) = \int \rho_A(\mathbf{r_1})v(\mid \mathbf{r} - \mathbf{r_1} \mid)d\mathbf{r_1} \tag{4.6}$$

となる。入射粒子である α 粒子と核子との間の相互作用はよく知られているので、この single folding 形式が α 非弾性散乱ではよく使われる。

遷移ポテンシャル $V_{fi}(\mathbf{r})$ は核子間相互作用を用いて

$$V_{fi}(\mathbf{r}) = \int \psi_f^*(\mathbf{r_1})v(\mid \mathbf{r} - \mathbf{r_1} \mid)\psi_i(\mathbf{r_1})d\mathbf{r_1} \tag{4.7}$$

と表される。入射粒子と核子間の相互作用は多重極展開出来、

$$v(\mid \mathbf{r} - \mathbf{r_1} \mid) = \sum_{l,m} v_l(\mathbf{r}, \mathbf{r_1})Y_{lm}^*(\mathbf{r})Y_{lm}(r_1) \tag{4.8}$$

となり、遷移密度 $\rho_{fi}(\mathbf{r})$、遷移ポテンシャルもまた展開した形で表せる。

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}) = \int \psi_f^*(\mathbf{r'})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r'})\psi_i(\mathbf{r'})d\mathbf{r'} \tag{4.9}$$

$$= \sum_{l,m} \rho_{fi}^l(\mathbf{r}, \mathbf{r_1})Y_{lm}^*(\mathbf{r})Y_{lm}(\mathbf{r_1}) \tag{4.10}$$

$$V_{fi}(\mathbf{r}) = \int \rho_{fi}^l(\mathbf{r'})v(\mid \mathbf{r} - \mathbf{r'} \mid)d\mathbf{r'} \tag{4.11}$$

4.3 density distributions

式 4.6 のとおりポテンシャルの導出には標的核の核子密度 $\rho(r)$ が必要である。核子密度は電子散乱の測定から知られている電荷密度 $\rho_{ch}(\mathbf{r})$ を unfold することで求めた。

原子核内の電荷分布は陽子と中性子の密度分布 ρ_p、ρ_n と陽子、中性子単体の電荷密度 ρ_{ch}^{proton}、$\rho_{ch}^{neutron}$ で表現される。

$$\rho_{ch}(\mathbf{r}) = \int \rho_p(\mathbf{r}')\rho_{ch}^{proton}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')d\mathbf{r}' + \int \rho_n(\mathbf{r}'')\rho_{ch}^{neutron}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'')d\mathbf{r}'' \tag{4.12}$$

核子の密度分布はこの電荷分布から Foulier 変換を使って計算される。

$$F_{ch}(q) = G_{ch}^{p}(q)\cdot F_p(q) + G_{ch}^{n}(q)\cdot F_n(q) \tag{4.13}$$

$F_{ch}(q)$、$F_p(q)$、$F_n(q)$、$G_{ch}^{p}(q)$、$G_{ch}^{n}(q)$ はそれぞれ電荷、陽子、中性子の密度分布、陽子単体、中性子単体の電荷分布の Foulier 変換である。$G_{ch}^{p}(q)$、$G_{ch}^{n}(q)$ は e + d 散乱や ^{3}He + ^{4}He 散乱から以下の関数が知られている [5]。

$$G_{ch}^{p}(q) = \frac{a - 0.24\tau}{1 + 10.98\tau + 12.82\tau^2 + 21.97\tau^3} \tag{4.14}$$

$$G_{ch}^{n}(q) = \frac{1.70\tau}{1 + 3.30\tau}\frac{1}{(1 + 4.97\tau)^2} \tag{4.15}$$

$$\tau = q^2/4M_{nucleon}^2$$

ここで $G_{ch}^{n}(q)$ の値は $G_{ch}^{p}(q)$ の値に比べて十分小さいので今回の解析では $G_{ch}^{n}(q) = 0$ とした。

この近似により式 4.13 は

$$F_p(q) = \frac{F_{ch}(q)}{G_{ch}(q)} \tag{4.16}$$

となり、電子散乱から知られている電荷密度を変換することで陽子密度の form factor が得られる。この form factor を逆変換することで陽子密度は求まる。得られた陽子密度分布を図 4.1 に示す。中性子の密度分布は陽子と同じ密度分布を仮定した。

$$\rho_n(r) = \frac{N}{Z}\rho_p(r) \tag{4.17}$$

4.4 elastic scattering

single folding model では核子-α 粒子間相互作用に以下の形式を仮定した。

$$\begin{aligned} v(\mid \mathbf{r}-\mathbf{r}' \mid, \rho_0(r')) = &-V(1+\beta\rho_0(r')^{2/3})\exp(-\mid r-r' \mid^2/\alpha) \\ &-iW(1+\beta\rho_0(r')^{2/3})\exp(-\mid r-r' \mid^2/\alpha) \end{aligned} \tag{4.18}$$

ρ_0 は基底状態の核子密度ある。パラメータ β は相互作用の密度依存性を表すパラメータで、弾性散乱の後方での角度分布をあわせるために導入されたパラメータであり、β = -1.9 が採用されている。この解析では密度依存性のある場合 (β = -1.9) と無い場合 (β = 0)2 つの相互作用で解析を行う。各パラメータ V、W、α は入射エネルギー E_α = 400 MeV の α 弾性

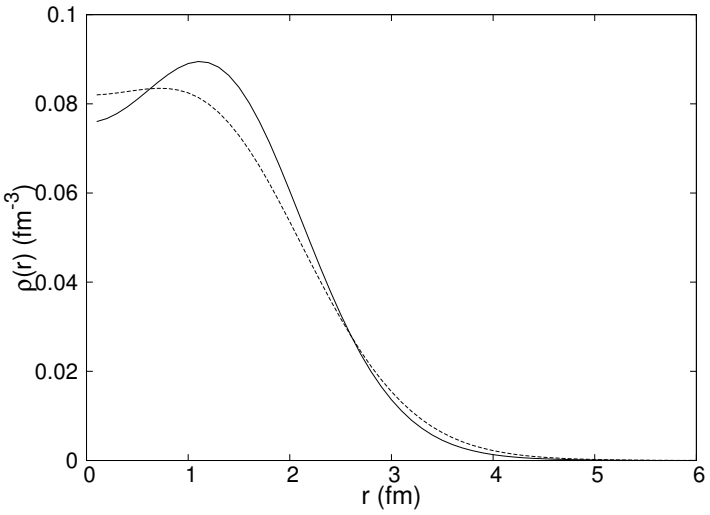

図 4.1 ^{12}C の基底状態の電荷密度分布 (破線) と陽子密度分布 (実線)。

散乱の微分断面積をフィットすることで決めることができる。RCNP では過去に ^{12}C、^{16}O、^{24}Mg をターゲットとした $E_\alpha \sim 400$ MeV の α 弾性散乱が測定されており、そのデータからパラメータを決定した。データのない ^{28}Si、^{40}Ca については ^{58}Ni、^{90}Zr、^{116}Sn、^{144}Sm、^{208}Pb の弾性散乱から global な相互作用

$$V(A,Z) = a_0 + a_1 Z A^{-1/3} \tag{4.19}$$

$$W(A) = b_0 + b_1 A^{1/3} \tag{4.20}$$

$$\alpha(A) = c_0 + c_1 A^{1/3} \tag{4.21}$$

を仮定して決定した。パラメータの一覧を表 4.2 と図 4.3 に示す。

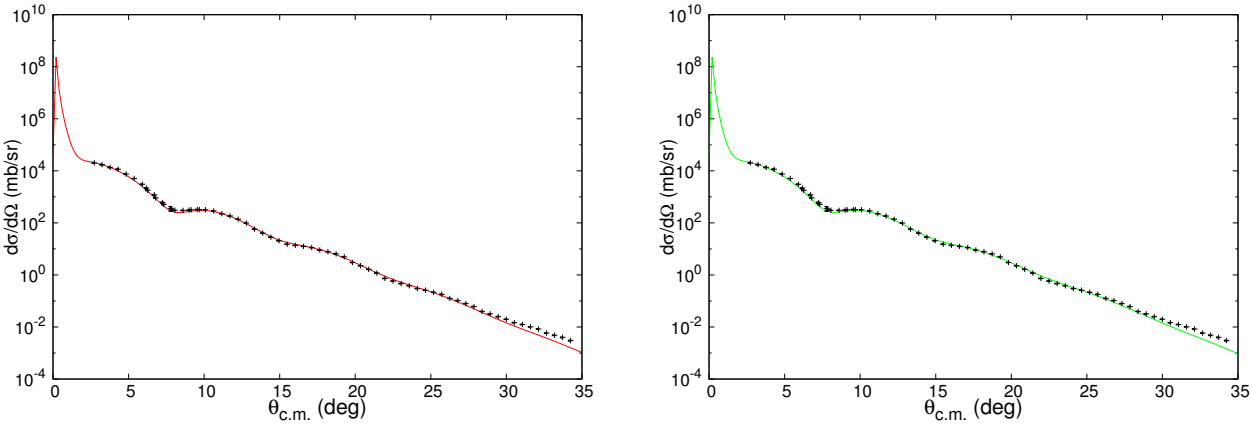

図 4.2 $E_\alpha = 400$ MeV における ^{12}C 弾性散乱の角度分布。左は相互作用に密度依存性のある場合、右はない場合の DWBA による計算結果。

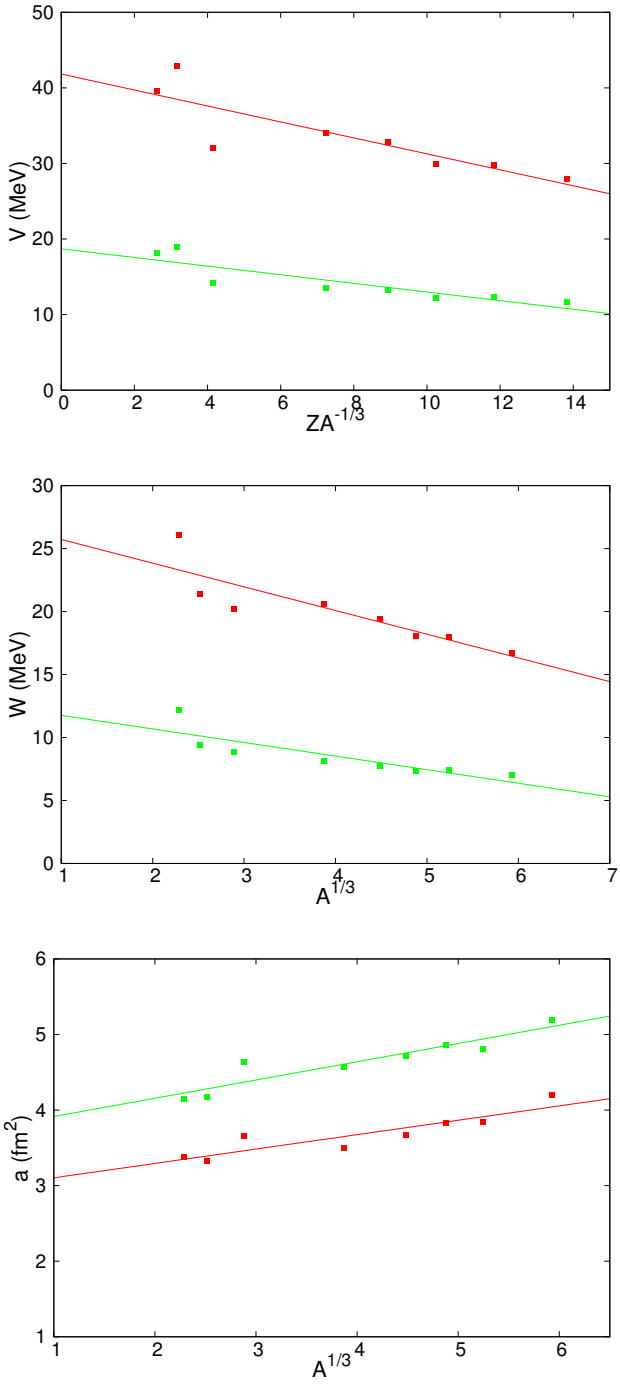

図 4.3　α-n 相互作用のパラメータと global interaction。赤の点と実線は $\beta = 1.9$、緑の点と破線は $\beta = 0$ の相互作用。

Target	β = -1.9			β = 0		
	V(MeV)	W(MeV)	α(fm^2)	V(MeV)	W(MeV)	α(fm^2)
^{12}C	39.59	26.10	3.38	18.08	12.20	4.15
^{16}O	42.85	21.42	3.32	18.89	9.436	4.17
^{24}Mg	32.07	20.22	3.66	14.13	8.836	4.64
^{58}Ni	34.03	20.59	3.50	13.52	8.126	4.57
^{90}Zr	32.83	19.41	3.67	13.19	7.724	4.72
^{116}Sn	29.97	18.04	3.83	12.25	7.34	4.86
^{144}Sm	29.76	17.97	3.84	12.34	7.399	4.81
^{208}Pb	27.89	16.70	4.19	11.72	7.043	5.20
^{28}Si	36.96	21.89	3.49	16.06	9.564	4.41
^{40}Ca	35.65	21.17	3.56	15.35	9.151	4.50

表 4.1 α-n 相互作用のパラメータ。Si と Ca のパラメータは式 4.19 – 4.21 の相互作用から決定した。

4.5 Transition density

計算を行うにあたって、遷移密度は簡単のため集団運動の遷移演算子 (たとえば $L = 0$ なら $O^{(0)} = \frac{1}{2}\sum r_i^2 Y_{00}$) から導出される遷移密度を使用する [6]。それらの遷移密度は

$$\rho_{L=0}(r, E_x) = -\beta_{L=0}(E_x)\left(3 + r\frac{d}{dr}\right)\rho_0(r) \tag{4.22}$$

$$\rho_{L=1}(r, E_x) = \frac{\beta_(E_x)}{R\sqrt{3}}\left[3r^2\frac{d}{dr} + 10r - \frac{5}{3} < r^2 > \frac{d}{dr} + \epsilon\left(r\frac{d^2}{dr^2} + 4\frac{d}{dr}\right)\right]\rho_0(r) \tag{4.23}$$

$$\rho_{L\geq 2}(r, E_x) = -\frac{\beta_{L\geq 2}(E_x)R}{\sqrt{2L+1}}\left(\frac{r}{R}\right)^{L-1}\frac{d}{dr}\rho_0(r) \tag{4.24}$$

で与えられる。式 4.24 は Tassie 遷移密度として知られている。

β は遷移の強さを決める係数である。励起エネルギーが E_x の状態だけに遷移するときに、その断面積が和則の 100% を占めるように強さが与えられている。具体的には

$$\beta_0^2(E_x) = \frac{2\pi\hbar^2}{mA < r^2 > E_x} \tag{4.25}$$

$$\beta_1^2(E_x) = \frac{6\pi\hbar^2}{mAE_x}R^2/(11 < r^4 > -\frac{25}{3} < r^2 >^2 -10\epsilon < r^2 >) \tag{4.26}$$

$$\beta_{L\geq 2}^2(E_x) = \frac{2\pi LR^{2L-4}}{mA < r^{2L-2} > E_x}, \tag{4.27}$$

$m, A, < r^N >, R$ はそれぞれ中性子の質量、中性子数、密度の N 次モーメント、half density radius で、$\epsilon = (4/E_2 + 5/E_0)\hbar^2/3mA(E_0, E_2$ は GMR と GQR の中心エネルギー) である。

遷移密度を用いてアイソスカラー遷移モーメント $M(IS, \lambda)$ とアイソスカラー励起強度 $B(IS, \lambda)$ が定義される。

$$M(IS, \lambda) = \int \frac{\rho_L(r)}{4\pi} r^k dr \tag{4.28}$$

$$B(IS, \lambda) = \mid M(IS, \lambda) \mid^2 \tag{4.29}$$

k は $\lambda = 0$ のとき $k = 4$、$\lambda \neq 0$ のとき $k = \lambda + 2$ である。

式 (4.2)、(4.7) から、微分断面積は遷移密度 ρ_L の 2 乗、励起強度 $B(IS, \lambda)$ に比例する。

4.6 Results of calculations

低エネルギー励起状態については電磁遷移モーメント $M(E\lambda)$、電磁励起強度 $B(E\lambda)$ が電子散乱や γ 崩壊の測定からよく知られている。一般に $N = Z$ の原子核では電磁励起強度とアイソスカラー励起強度の間に

$$B(IS, \lambda) = \frac{4B(E\lambda)}{e^2} \tag{4.30}$$

の関係がある。集団運動モデルによる遷移密度では、和則の大きさはわかるものの各励起状態に対する励起強度の情報は得られない。そこで励起強度を測定されている電磁励起強度の大きさに合わせるように β_L の大きさを変更して計算した。DWBA 計算の結果得られた微分断面積を図 4.4 に示す。また参照した電磁励起強度は表 4.2 の通り。

一方 DWBA 計算による微分断面積の角度分布を実験値にフィットすることでアイソスカラー遷移強度を求めることができる。このときフィットの誤差が生じるが、もともと角度分布が計算モデルによる誤差を含んでいるためにこの誤差を正確に評価することは難しい。そのため χ^2 が 1 になるように測定の誤差を大きくして最小二乗法で最適値を求め、その推定誤差を全体の誤差とした。

ただし ^{12}C の 0_2^+(Ex = 7.65 MeV) と ^{16}O の 0_3^+(Ex = 12.05 MeV) の状態について、相互作用にに密度依存性がない場合の角度分布は実験点と大きく異なっていて最適なフィットが行われていないと考えた。そこで図 4.5 のように前方角度と後方角度に実験点を分けそれぞれにフィットを行いその平均値を採用した。また前方フィット時と後方フィット時の差の $\frac{1}{3}$ を誤差とした。

各励起状態の遷移強度を表 4.2 の 5、6 列目に示す。

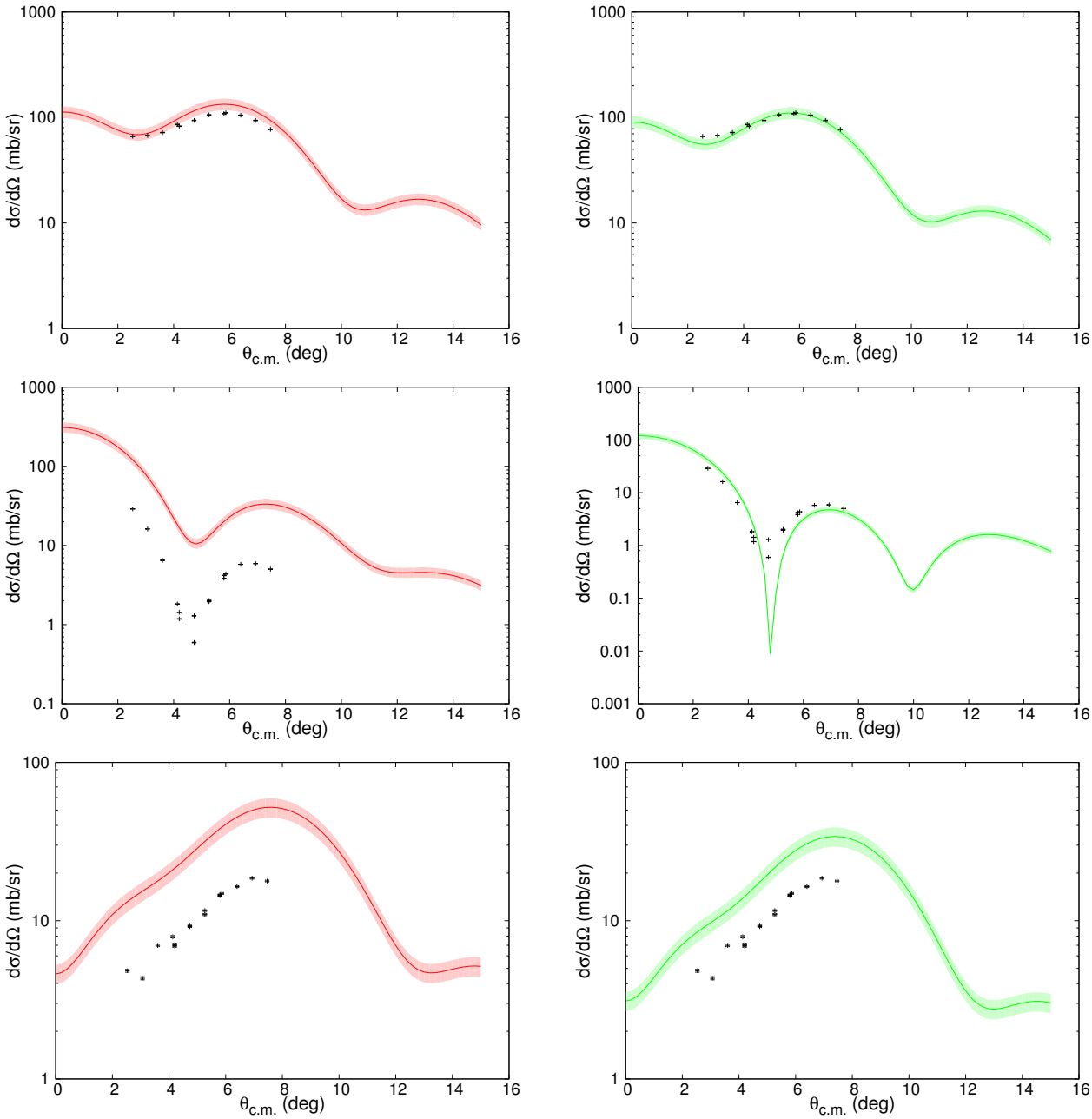

図 4.4 α+^{12}C 反応の微分断面積の計算結果。上から順に 2^+_1、0^+_2、3^-_1 の励起状態。左は相互作用に密度依存性のある場合 (β = -1.9)、右はない場合 ($\beta = 0$) の場合での結果を示す。励起強度を電磁励起強度の大きさに合わせてスケールしている。

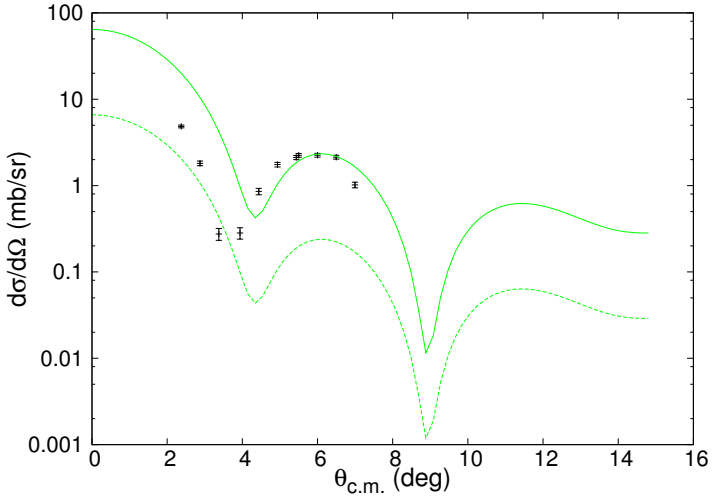

図 4.5 ^{16}O の 0^+_3(Ex = 12.05 MeV) 状態の場合のフィット ($\beta = 0$)。破線は前方 ($\theta_{cm} \leq 4.2°$)、実線は後方 ($\theta_{cm} \geq 4.2°$) の実験値のみでフィットした。

target	state(E_x)	J^π	B(Eλ) (e^{2}fm^k)	B(ISλ) (fm^k) β = -1.9	$\beta = 0$
C	4.44 MeV	2^+_1	41± 5	139.9 ± 5.0	169.9 ± 7.3
	7.65 MeV	0^+_2	30.3 ± 4.4	16.9 ± 8.5	111 ± 49
	9.64 MeV	3^-_1	610 ± 85	873 ± 60	1301 ± 81
O	6.129 MeV	3^-_1	(1.55 ± 1.2) × 10^3	(4.12 ± 0.19) × 10^3	(6.2 ± 2.1) × 10^3
	6.917 MeV	2^+_1	40 ± 4	95 ± 14	115± 14
	11.52 MeV	2^+_3	3.75 ± 0.12	52.6 ± 5.5	63.7 ± 6.1
	12.05 MeV	0^+_2	16.2 ± 1.4	7.7 ± 4.4	45 ± 37
Mg	1.368 MeV	2^+_1	432 ± 12	(1.69 ± 0.41) × 10^3	(2.00 ± 0.54) × 10 ^{3}
	6.432 MeV	0^+_2	45 ± 11	57 ± 19	180 ± 72
Si	1.779 MeV	2^+_1	326 ± 12	1071 ± 81	(1.22 ± 0.12) × 10^3
	4.979 MeV	0^+_2	46 ± 11	84 ± 20	215 ± 51
Ca	3.737 MeV	3^-_1	(2.04 ± 0.17) × 10^4	(5.15 ± 0.46) × 10^4	(4.77 ± 0.47) × 10^4
	3.904 MeV	2^+_1	96 ± 16	332 ± 65	370 ± 81

表 4.2 各励起状態の $B(E\lambda)$ と $B(IS,\lambda)$ で、$B(E\lambda)$ は過去の実験の値を参照している。$B(E\lambda)$ は本研究で決定した値である。0^+、2^+ では $k = 2$、3^- では $k = 3$。

4.7 Ratio

電磁励起強度から式 4.30 で決まる励起強度 $B(IS,\lambda)_{ref}$ と、本実験で測定した $B(IS,\lambda)_{exp}$ の比

$$R = \frac{B(IS,\lambda)_{exp}}{B(IS,\lambda)_{ref}} \tag{4.31}$$

を移行各運動量ごとに図 4.6 − 4.8 に示す。過去に RCNP で測定された ^{58}Ni の 2^+_1 と 3^-_1 状態、^{90}Zr の 3^-_1 状態、^{208}Pb の 3^-_1 状態についても解析を行い、結果に加えている。これらの原子核では $Z = N$ が成り立ってないが、式 (4.30) を仮定して R を算出した。

2^+ 状態への励起では原子核にも相互作用の密度依存性にも依らず $R \sim 1$ という結果が得られた。3^- 状態は、C と Ca では小さい励起強度となっている。0^+ 状態は密度依存性に大きく依存していて、依存性を持つ場合はどの原子核も極めて小さい励起強度しか得られていない。

J^π	target	state(E_x)	R ($\beta = -1.9$)	R ($\beta = 0$)
0^+	C	7.65 MeV	0.140 ± 0.020 ± 0.070	0.921 ± 0.134 ± 0.268
	O	12.05 MeV	0.118 ± 0.011 ± 0.067	0.687 ± 0.061 ± 0.373
	Mg	6.432 MeV	0.319 ± 0.076 ± 0.107	1.220 ± 0.291 ± 0.280
	Si	4.979 MeV	0.456 ± 0.107 ± 0.109	1.160 ± 0.273 ± 0.274
2^+	C	4.44 MeV	0.853 ± 0.10 ± 0.031	1.035 ± 0.126 ± 0.044
	O	6.917 MeV	0.593 ± 0.059 ± 0.081	0.718 ± 0.072 ± 0.089
	O	11.52 MeV	0.702 ± 0.023 ± 0.075	0.851 ± 0.028 ± 0.081
	Mg	1.368 MeV	0.983 ± 0.027 ± 0.236	1.157 ± 0.032 ± 0.313
	Si	1.779 MeV	0.822 ± 0.030 ± 0.068	0.942 ± 0.035 ± 0.093
	Ca	3.904 MeV	0.864 ± 0.140 ± 0.170	0.965 ± 0.161 ± 0.212
	Ni	1.45 MeV	0.944 ± 0.027 ± 0.191	1.078 ± 0.031 ± 0.219
3^-	C	9.64 MeV	0.358 ± 0.050 ± 0.024	0.533 ± 0.074 ± 0.033
	O	6.129 MeV	0.666 ± 0.051 ± 0.031	0.995 ± 0.077 ± 0.350
	Ca	3.737 MeV	0.632 ± 0.053 ± 0.057	0.819 ± 0.068 ± 0.058
	Ni	4.47 MeV	1.040 ± 0.122 ± 0.140	1.370 ± 0.161 ± 0.232
	Zr	2.75 MeV	0.988 ± 0.027 ± 0.208	1.268 ± 0.035 ± 0.296
	Pb	2.61 MeV	1.146 ± 0.017 ± 0.409	1.356 ± 0.020 ± 0.494

表 4.3 各励起状態の R の一覧。1 番目の誤差は参照した電磁励起強度の誤差、2 番目の誤差はフィットの誤差である。

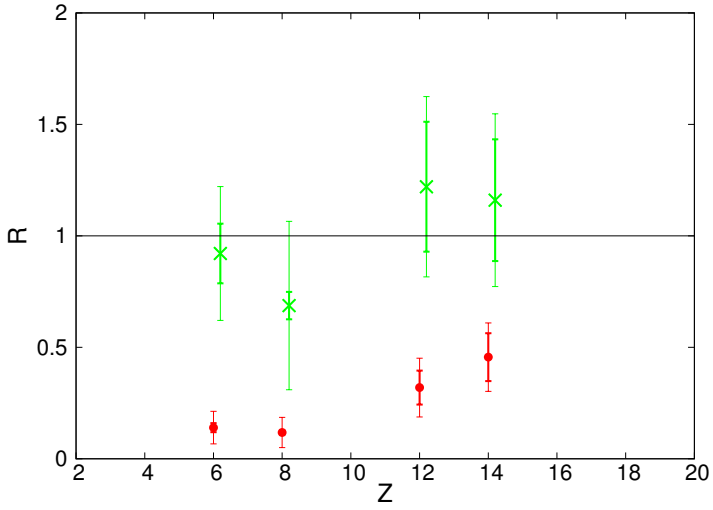

図 4.6　移行各運動量 $\lambda = 0$ の遷移に対する R。横軸は原子核の Z としてある。赤丸点は相互作用に密度依存性を含んだ場合の励起強度、緑点は含まない場合の励起強度に基づく。太い誤差棒は参照した電磁励起強度の持つ誤差を、細い誤差棒は全体の誤差を表す。

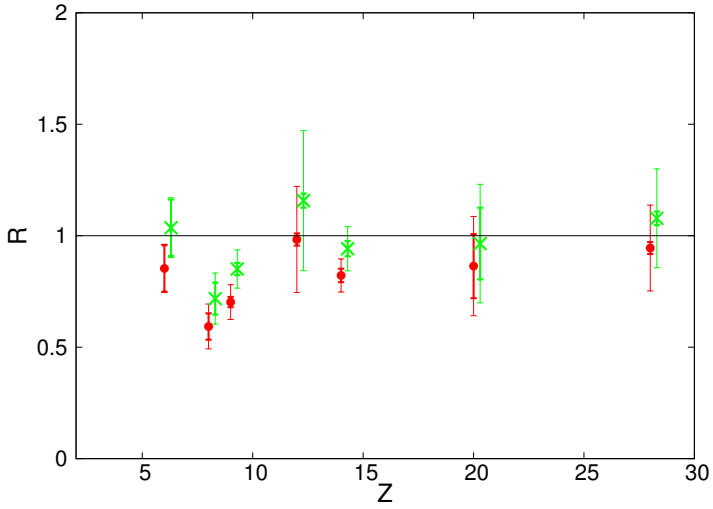

図 4.7　移行各運動量 $\lambda = 2$ の遷移に対する R。^{16}O の $2^+_1 Ex = 6.917$ MeV は $Z = 8$、$2^+_2 (Ex = 11.52$ MeV) は $Z = 9$ にプロットしている。赤丸点は相互作用に密度依存性を含んだ場合の励起強度、緑点は含まない場合の励起強度に基づく。

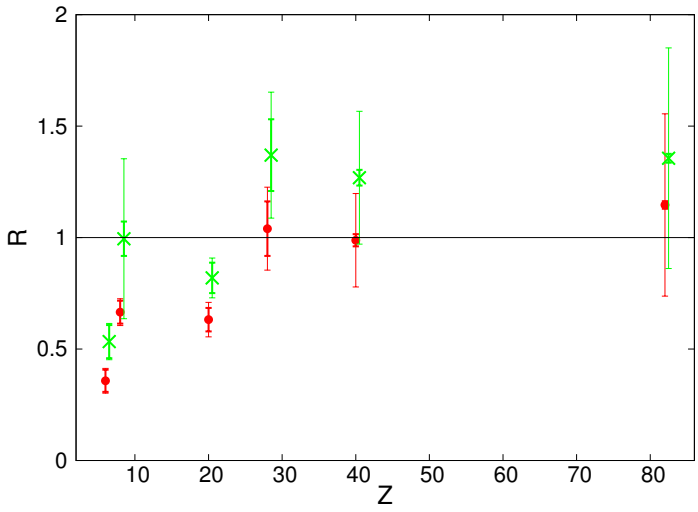

図 4.8 移行各運動量 $\lambda = 3$ の遷移に対する R。赤丸点は相互作用に密度依存性を含んだ場合の励起強度、緑点は含まない場合の励起強度に基づく。

4.8 Transition potential

図 4.6 – 4.8 から明らかなように、励起強度は相互作用の密度依存性の有無で大きく異なる。式 4.7 で定義される、相互作用を原子核内で積分した遷移ポテンシャルをそれぞれ ^{12}C の励起状態について図 4.9 に示す。どの励起状態でも密度依存性によって大きく変化している。どちらの場合も弾性散乱をよく再現するが、非弾性散乱の励起には大きな差が出ることがわかる。

4.9 Uncertainty from α- nucleon interaction

本実験では ^{28}Si、^{40}Ca については、弾性散乱のデータがなかったので global interaction を仮定して相互作用のパラメータを決定した。そのためにこの 2 つの原子核については folding model 計算の過程で相互作用の誤差が含まれている。この誤差を推定するために弾性散乱のデータがある両隣の原子核、^{24}Mg と ^{58}Ni のパラメータを使って DWBA 計算を行った。

例として、Ni と Mg の相互作用を使って DWBA 計算した Si の 0^+_2 状態を図 4.10 に示す。左は $\beta = -1.9$ の相互作用、右は $\beta = 0$ の相互作用を使用している。得られる微分断面積の角度分布はほぼ同じであり、すべての状態について励起強度の変化は 10% 以下であった。

4.10 Transition density by microscopic model

今回の計算では 4.5 で定義される遷移密度を使用しているが、この遷移密度は集団運動を記述するものであって励起状態の内部構造の性質を含まない近似されたものである。そこで ^{12}C について、理化学研究所の船木氏から THSR 波動関数を用いた微視的クラスター模型の遷移密度と Kamimura による 3α-RGM 波動関数の遷移密度を頂き [7]、同じ状態を 2 つの遷移密度を使って計算することで集団運動モデルの持つ不定性を調べた。3^- 状態は RGM 波動関数による遷移密度を使用している。

計算による波動関数は、核子間の相互作用に基づき微視的構造計算されたものであって、電子散乱から得られた遷移密度を非常によく再現している。よってこの波動関数から得られる遷移密度は、より真の遷移密度に近いと考えられている。

図 4.11 の左側は ^{12}C の 2^+_1、0^+_2、 3^-_1 状態への遷移密度を、右側はそれぞれの遷移密度で DWBA 計算した微分断面積を表す。0^+、3^- 状態では、2 つの遷移密度は遷移密度の分布に大きな違いはなく、微分断面積の角度分布も似通っていてフィットして得られる励起強度も 5% 程度しか変化しないが、0^+ 状態は遷移密度の極値の位置は異なっており、微分伝面積の角度分布も変化が見られる。しかし実験値が再現できるほど変化は大きくない。

4.11 Comparison between DWBA and CC

DWBA 計算では遷移するチャネル間の結合が弱いとして摂動論を用いているが、実際にはチャネル間には結合が存在し、無視できない反応も考えられる。この場合にはチャネル結合法 (coupled channel;CC) が用いられる。CC 計算では以下のような仮定に基づいて断面積が計算される。

4.11.1 coupled channels method

系の波動関数は結合したチャネルの一次結合で近似する。

$$\Psi^{CC} = \psi_\alpha(\xi_\alpha)\chi_\alpha(\mathbf{r}_\alpha) + \sum_\gamma \psi_\gamma(\xi_\gamma)\chi_\gamma(\mathbf{r}_\gamma) + \psi_\beta(\xi_\beta)\chi_\beta(\mathbf{r}_\beta) \tag{4.32}$$

Ψ^{CC} に対する方程式は $c = \alpha, \beta, \gamma$ に対して

$$< \psi_c \mid E - H \mid \Psi^{CC} >= 0, \tag{4.33}$$

相対運動の波動関数に対する方程式は

$$(E_c - K_c - U_c)\chi_c(\mathbf{r_c}) = \sum_{c' \neq c} < \psi_c(\xi_c) \mid (H - E) \mid \psi_{c'}(\xi_{c'})\chi_{c'}(\mathbf{r_{c'}}) > \tag{4.34}$$

である。境界条件は漸近形が開いたチャネルと閉じたチャネルに対してそれぞれ

$$\chi_c(\mathbf{r_c}) \sim \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{r}_\alpha)\delta_{c\alpha} + \frac{e^{ik_c r_c}}{r_c} f_{c\alpha}(\Omega_{c\alpha} \tag{4.35}$$

$$\chi_c(\mathbf{r_c}) \sim C_c \frac{e^{-\kappa_c r_c}}{r_c}, \quad \kappa_c = \sqrt{\frac{2\mu_c(-E_c)}{\hbar^2}} \tag{4.36}$$

である (C_c は定数)。

4.11.2 result of $\alpha + {}^{12}$C

CC 計算には励起状態の波動関数間の結合 $< \psi_j(\xi) \mid \psi_i(\xi) >$ を知る必要があるがこれは式 4.5 の遷移密度にあたる。基底状態と励起状態状態 2_1^+, 0_2^+, 3_1^-, 2_2^+ (Ex = 10.4 MeV), 4_1^+ (Ex = 14.08MeV) を使って CC 計算を行った。4.10 節と同じく 3^- 状態の結合については Kamimura による遷移密度を、それ以外については船木氏の遷移密度を使用した。その結果を図 4.12 に示す。

2_1^+、3_1^- の励起状態は DWBA 計算と CC 計算はほとんど同じ微分断面積が算出されてているが、0_2^+ 状態はその角度分布に違いが見られる。特に β = -1.9 の場合では、微分断面積が実験値を再現する方向へと変化している。しかしそれでも依然として実験値より大きい値であることには変わらない。

Khoa らの解析では 0_2^+ 状態の励起は他の状態との結合によって抑制されているとはされていなかったが、0_1^+、2_1^+、0_2^+ の状態間の結合しか CC 計算に取り入れていなかった。どの結合が抑制を引き起こしているか調べたところ、図 4.13 に示すように 0_2^+ と 2_2^+ 間の結合を除くことで、DWBA 計算とほぼ同じになった。励起強度の抑制は特に 0_2^+ と 2_2^+ 間の結合によって生じており、Khoa らの主張と矛盾しない。

今回の解析では C しか CC 計算できなかったが、他の原子核の 0^+ 状態もある特定の励起状態との結合により励起が抑制されている可能性があるといえるだろう。

4.12 conclusion

集団運動モデル遷移密度を使った folding model の下での DWBA 計算によって、0^+ 状態では相互作用に密度依存性を考慮したとき原子核によらず電磁励起強度と比べて励起強度が小さいという計算結果が得られた。

密度依存性を考慮しない相互作用を使った解析では励起強度の抑制が見られないものの、角度分布の再現性は悪くなり励起強度の不定性も大きい。相互作用の形式に改良が求められているといえる。

この解析では folding model の正当性の評価のために、^{12}C に対して THSR 波動関数による遷移密度を使った DWBA 計算と CC 計算を行った。0^+ 状態は 2^+、3^- 状態に比べ遷移密

度や他の励起状態との結合に敏感であり、励起状態の抑制の一因となっていると思われるが抑制の全ては説明できていない。

相互作用の依存性ともあわせて α 非弾性散乱の反応モデルについて、物理的解釈の変換の必要性を示唆する結果となった。

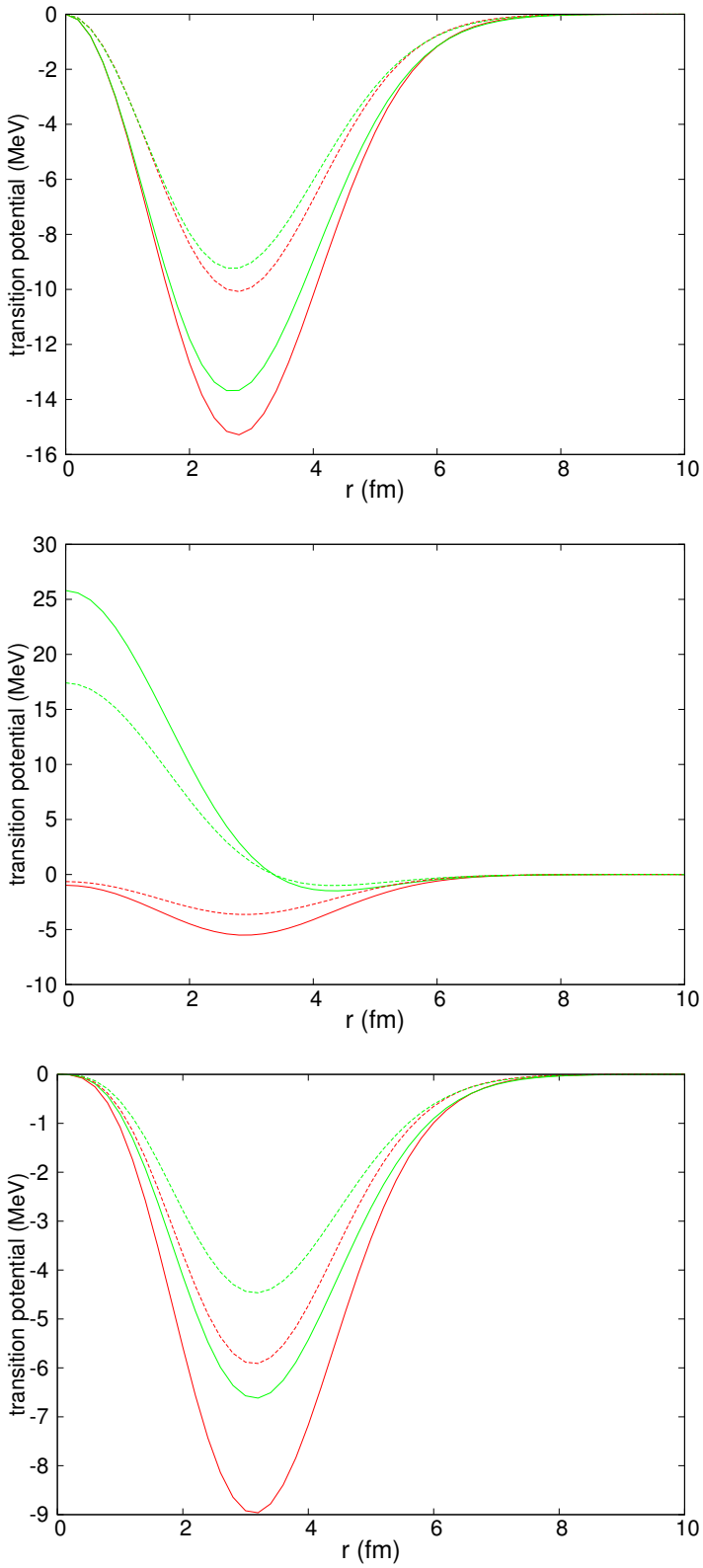

図 4.9　上から順に 2^+、0^+、3^- 状態への遷移ポテンシャルの実部 (実線) と虚部 (破線)。赤線は密度依存性のある場合、緑線はない場合のポテンシャル。

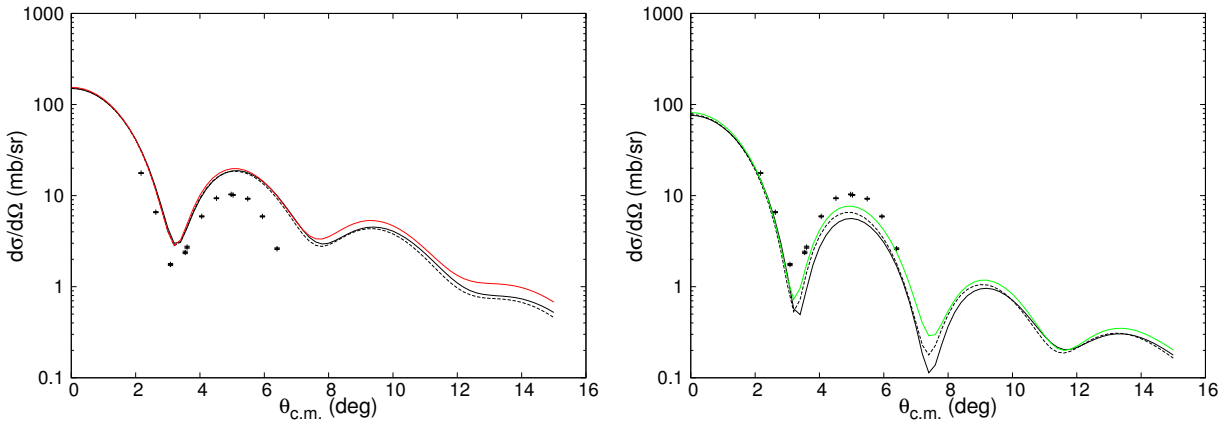

図 4.10　Si の 0_2^+ (Ex=4.97 MeV) 状態について、Mg と Ni の相互作用を使用して DWBA 計算した微分断面積。左は $\beta = -1.9$、右は $\beta = 0$ の場合でどちらも黒実線が Ni のパラメータ、黒破線は Mg のパラメータを使用した結果を表す。

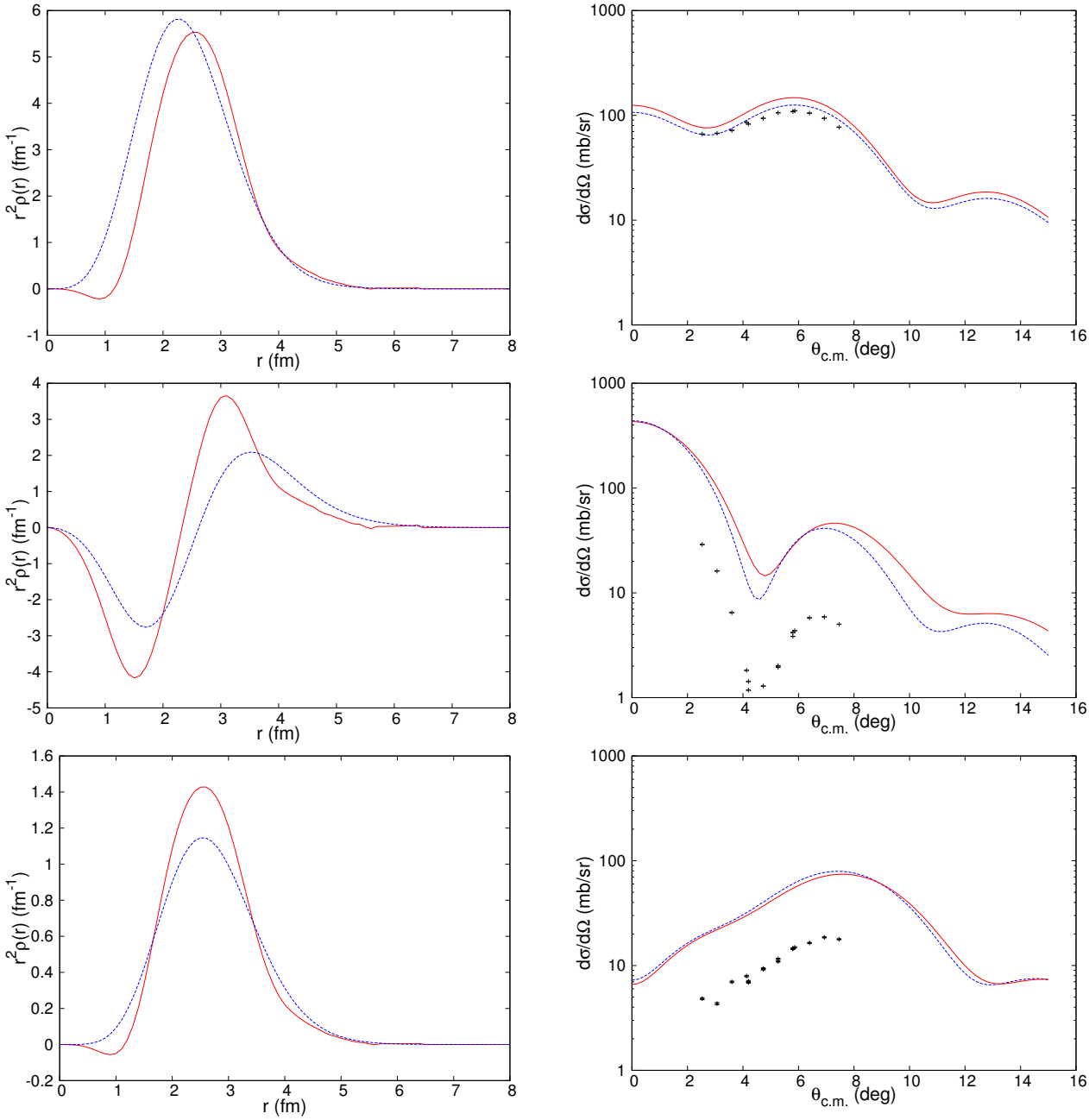

図 4.11 RGM 計算による遷移密度 (青破線) と集団運動モデルの遷移密度 (赤実線)。上から 2^+_1、0^+_2、3^-_1 への遷移で、右側はそれぞれの遷移密度で DWBA 計算した微分断面積。

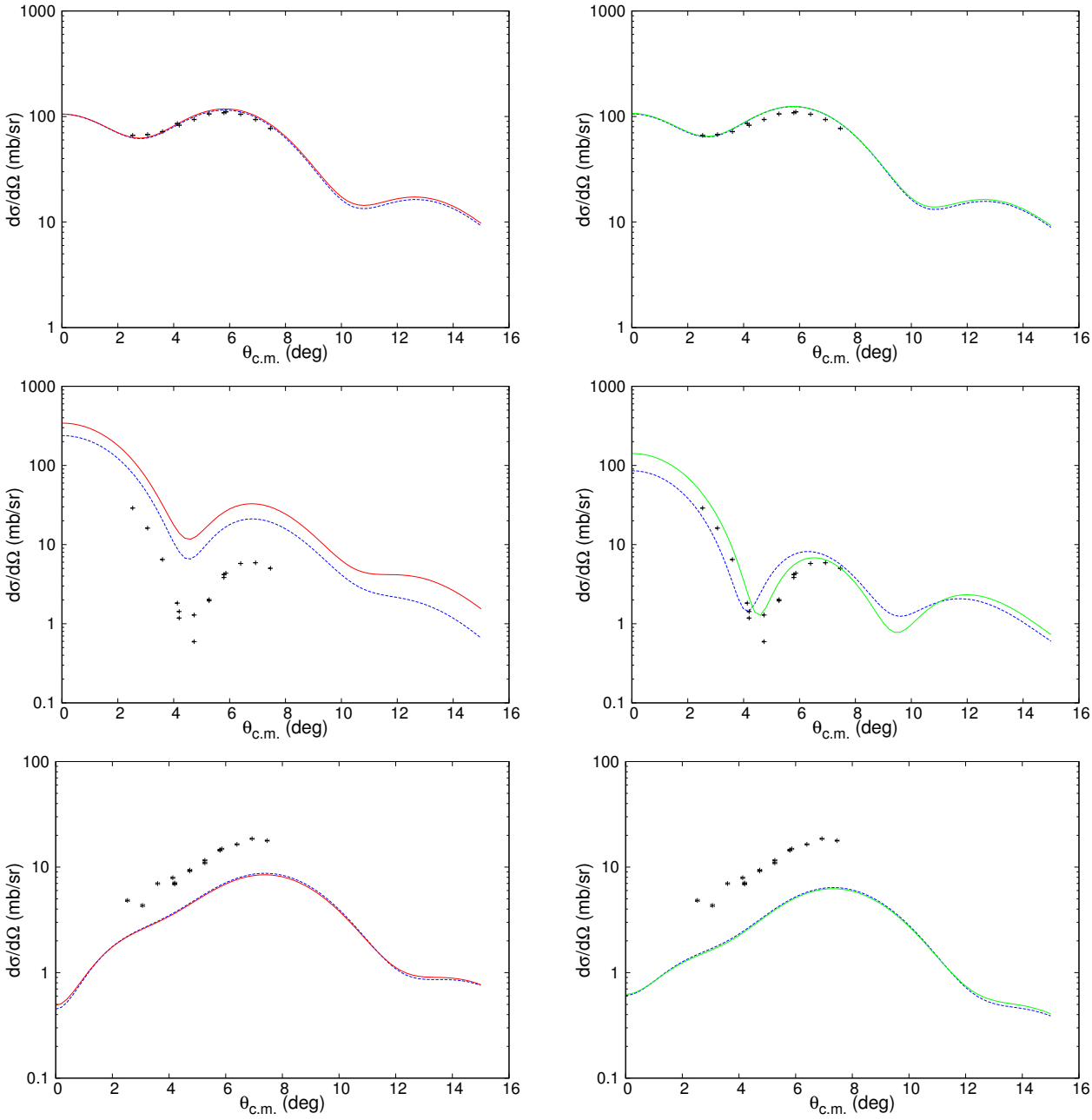

図 4.12 CC 計算による α+^{12}C 反応の微分断面積。上から順に 2^+_1、0^+_2、3^-_1 の励起状態。左は相互作用に密度依存性のある場合 (β = -1.9) で赤実線は DWBA 計算、青破線は CC 計算の結果を、右は $\beta = 0$ の場合で緑実線は DWBA 計算、青破線は CC 計算の結果を示す。

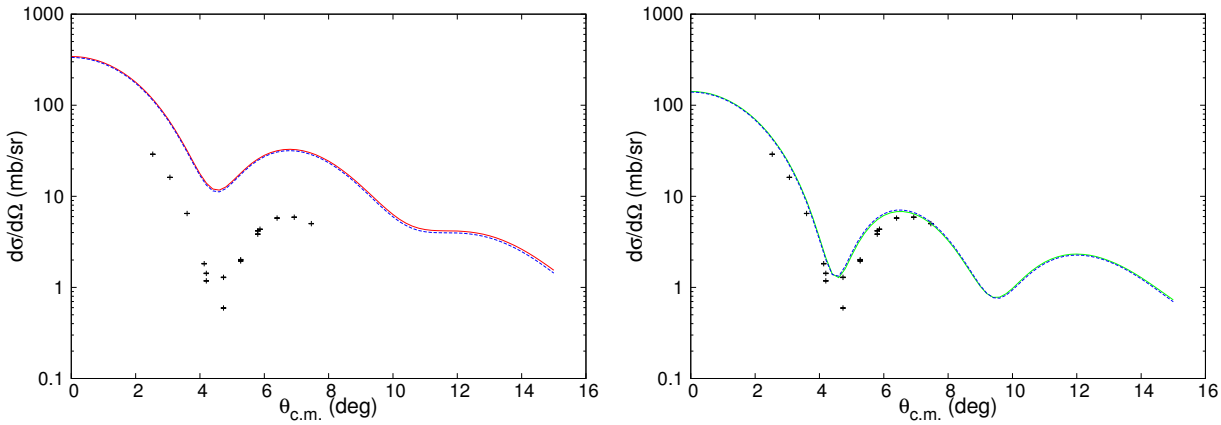

図 4.13 0_2^+ 状態と 2_2^+ 状態の結合を含まない CC 計算の結果 (青破線)。左は $\beta = -1.9$、右は $\beta = 0$ の場合で、赤線、緑線は DWBA 計算の微分断面積。

Chapter 5

summary

^{12}C,^{16}O,^{24}Mg,^{28}Si,^{40}Ca をターゲットとして $E_\alpha = 400$ MeV で α 非弾性散乱を測定した。

folding model を使った DWBA 計算で各励起状態の励起強度を決定した。遷移密度には集団運動モデルを仮定した。得られた励起強度は 2^+ 状態と、^{12}C、^{40}Ca を除く 3^- 状態についてはおおむね電磁励起強度と consistent であるが、0^+ 状態ではどの原子核でも電磁励起強度より小さいという結果となった。

集団運動モデルの DWBA 計算の妥当性を確認するために ^{12}C に対して RGM 波動関数による遷移密度を使った DWBA 計算と CC 計算を行った。RGM 波動関数にを使った計算により 0^+_2 状態の励起強度は電磁励起強度に近づいたが、依然として小さい励起強度であることは変わらなかった。

本解析の計算モデルの枠組みの中で、励起強度あるいは微分断面積にもっとも影響を与えたのは α 粒子と核子間の相互作用の密度依存性であった。密度依存性を考慮しないことで励起強度の抑制はなくなるが、微分断面積の角度分布の再現性は悪くなる。Khoa の解析は double folding model を使っていたが、密度依存性を持った相互作用を仮定していた。彼らの結果も主に相互作用の密度依存を含むか否かが主要な問題であろう。

この密度依存性は後方への弾性散乱の再現のために導入されたものであるが、非弾性散乱との不一致を招いてしまっている。$J = 0$ の励起状態に対して現れる不一致を解決するためには相互作用の改良が必要であり、今後の検討課題である。

Acknoledgements

私が本研究を進め本修士論文を完成させるに至る迄、研究室内外の様々な方々から細やかで暖かいご指導を賜りました。彼らの献身的なご支援無しでは本研究の達成は為し得なかったと言っても過言ではありません。この場を借りましてこれらの方々に私からの深い感謝を伝えたいと思います。

まず、不精な私をいつも励ましどんな相談にも乗ってくださった指導教員である原子核ハドロン研究室・准教授 川畑貴裕氏には、実験、データ解析、そして本論文執筆に至るまで研究のあらゆる面においてご指導・ご鞭撻を頂きました。川畑氏からは研究に対する真摯な態度、そしてひとつの研究を完遂させる大変さを学ばせて頂きました。また進路指導の際には、ご多忙の中で私の将来について親身に考えてくださいました。川畑氏への感謝は言葉では尽くせません。本当にありがとうございました。

原子核ハドロン研究室・教授 永江知史氏、および原子核ハドロン研究室・講師 村上哲也氏からは本論文を作成するにあたり、指導教員として様々な有用な助言を授けて頂きました。洞察の深いこれらの助言は本研究を正しく理解し、まとめる上で重要な助けとなりました。また同時に、これまでの研究生活を支えて下さりました。心より感謝申し上げます。

つぎに同僚の原子核ハドロン研究室 角谷朋亮氏からは共に解析する上で大きく刺激を与えられ、これまで身を引き締めて研究生活に打ち込むことができました。彼からは研究に忙しい中で私の理解が十分でない部分を親切に補って頂きました。彼と共にこの研究を行ってこれたことを大変感謝しております。

RCNP の先生方には多くの助言を頂き、またオペレータの方々には実験に欠かせないビームチューニングをして頂いたおかげで非常に有意義な実験となりました。感謝いたします。

原子核ハドロン研究室・助教 新山雅之氏、藤岡宏之氏からも研究生活における様々な助言を頂きました。また、なかなか結果が出ず苦しんでいた研究生活の中で他愛もない雑談に付き合い束の間の休息を与えてくれた、原子核ハドロン研究室 野沢勇樹氏、中村克朗氏をはじめとする研究室の仲間達にも感謝したいと思います。

原子核ハドロン研究室での苦楽を共にした経験は私の一生の思い出です。最後に、私の学生生活をこれまで支えてくれた両親に感謝の意を伝えると共に、研究生活の集大成であるこの論文を捧げたいと思います。

Appendix

table of cross sections

表 5.1　$\alpha + {}^{12}\mathrm{C}$

	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ (mb/sr)		
θ (deg)	Ex = 4.4 MeV	7.65 MeV	9.64 MeV
2.53	66.25 ± 0.38	29.0 ± 0.04	4.83 ± 0.10
3.07	67.42 ± 0.39	16.1 ± 0.03	4.33 ± 0.10
3.60	71.93 ± 0.40	6.48 ± 0.02	6.98 ± 0.12
4.13	85.80 ± 0.44	1.82 ± 0.01	7.92 ± 0.13
4.20	82.65 ± 0.47	1.43 ± 0.01	7.07 ± 0.14
4.73	93.68 ± 0.50	1.29 ± 0.01	9.36 ± 0.16
5.27	105.7 ± 0.53	1.95 ± 0.01	10.94 ± 0.17
5.80	108.6 ± 0.54	4.18 ± 0.02	14.55 ± 0.20
5.87	110.7 ± 0.55	4.35 ± 0.02	14.88 ± 0.20
6.40	105.1 ± 0.54	5.77 ± 0.02	16.42 ± 0.21
6.93	93.64 ± 0.51	5.90 ± 0.02	18.57 ± 0.23
7.46	77.09 ± 0.46	5.02 ± 0.02	17.82 ± 0.22

表 5.2　$\alpha + {}^{16}\mathrm{O}$

	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ (mb/sr)			
θ (deg)	Ex = 6.12 MeV	6.91 MeV	11.52 MeV	12.05 MeV
2.37	19.09± 0.25	24.91± 0.29	15.64±0.23	4.84±0.18
2.87	21.47± 0.27	32.41± 0.33	19.11±0.25	1.81±0.11
3.37	23.99± 0.28	41.77± 0.37	24.26±0.28	0.28±0.04
3.87	28.65± 0.31	53.95± 0.42	29.97±0.32	-±-
3.94	29.09± 0.30	51.13± 0.40	9.78±0.17	0.28±0.04
4.44	38.46± 0.35	59.83± 0.43	33.93±0.32	0.86±0.07
4.94	47.21± 0.38	67.50± 0.46	34.53±0.33	1.75±0.11
5.44	53.09± 0.41	64.41± 0.45	32.64±0.32	2.12±0.12
5.50	54.34± 0.39	62.14± 0.41	31.87± 0.30	2.24±0.11
6.00	60.77± 0.41	55.18± 0.39	27.29± 0.27	2.25±0.11
6.50	61.42± 0.41	39.50± 0.33	23.67±0.26	2.13±0.11
7.00	60.61± 0.41	28.42± 0.28	15.67±0.21	1.02±0.08

表 5.3　$\alpha + {}^{24}\mathrm{Mg}$

	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ (mb/sr)	
$\theta_{c.m}$ (deg)	Ex = 1.37 MeV	6.43 MeV
2.22	227.1 ± 0.91	18.26 ± 0.020
2.68	209.3 ± 1.09	6.84 ± 0.012
3.15	393.5 ± 1.11	1.62 ± 0.006
3.62	522.8 ± 1.28	1.41 ± 0.006
3.67	535.1 ± 5.03	1.76 ± 0.024
4.14	619.3 ± 5.41	4.24 ± 0.057
4.61	645.4 ± 5.52	8.17 ± 0.078
5.07	596.3 ± 5.31	8.27 ± 0.053
5.13	546.7 ± 1.36	8.50 ± 0.014
5.60	437.2 ± 1.22	7.51 ± 0.013
6.07	325.2 ± 1.05	5.52 ± 0.012
6.53	200.2 ± 0.82	3.17 ± 0.009
6.88	123.3 ± 0.64	1.74 ± 0.006
7.35	80.9 ± 0.52	1.07 ± 0.005
7.81	74.8 ± 0.50	1.04 ± 0.005
8.28	93.5 ± 0.56	1.55 ± 0.006
8.63	117.6 ± 0.59	1.90 ± 0.006
9.10	141.8 ± 0.65	2.11 ± 0.007
9.56	152.0 ± 0.68	1.93 ± 0.006
10.03	140.7 ± 0.65	1.46 ± 0.006
10.38	119.8 ± 0.56	1.09 ± 0.004
10.84	97.8 ± 0.50	0.67 ± 0.004
11.31	67.2 ± 0.42	0.36 ± 0.003
11.77	46.0 ± 0.34	0.30 ± 0.002

表 5.4　$\alpha + {}^{24}\mathrm{Si}$

	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ (mb/sr)	
$\theta_{c.m}$ (deg)	Ex = 1.78 MeV	4.98 MeV
2.17	171 ± 0.8	17.7 ± 0.14
2.63	182 ± 0.8	6.6 ± 0.09
3.09	224 ± 0.9	1.8 ± 0.05
3.54	264 ± 1.0	2.4 ± 0.07
3.60	285 ± 1.0	2.7 ± 0.07
4.06	327 ± 1.0	5.9 ± 0.09
4.51	324 ± 1.0	9.4 ± 0.10
4.97	293 ± 1.0	10.3 ± 0.10
5.03	288 ± 1.0	10.2 ± 0.11
5.48	219 ± 0.9	9.2 ± 0.10
5.94	141 ± 0.7	5.9 ± 0.08
6.40	83 ± 0.6	2.6 ± 0.05

表 5.5　$\alpha + {}^{28}\mathrm{Ca}$

	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ (mb/sr)	
$\theta_{c.m}$ (deg)	Ex = 3.73 MeV	3.90 MeV
2.09	75.1 ± 0.67	24.98 ± 0.39
2.53	85.5 ± 0.72	32.86 ± 0.45
2.97	85.6 ± 0.81	40.84 ± 0.59
3.41	111.8 ± 0.91	59.69 ± 0.74
3.46	109.4 ± 0.93	53.49 ± 0.75
3.90	135.8 ± 0.98	63.76 ± 0.67
4.34	155.9 ± 1.05	63.60 ± 0.67
4.78	177.8 ± 1.12	44.58 ± 0.56
4.84	184.1 ± 1.17	45.90 ± 0.58
5.28	179.3 ± 1.15	26.61 ± 0.44
5.72	160.3 ± 1.09	15.03 ± 0.33
6.16	112.0 ± 0.91	8.38 ± 0.25

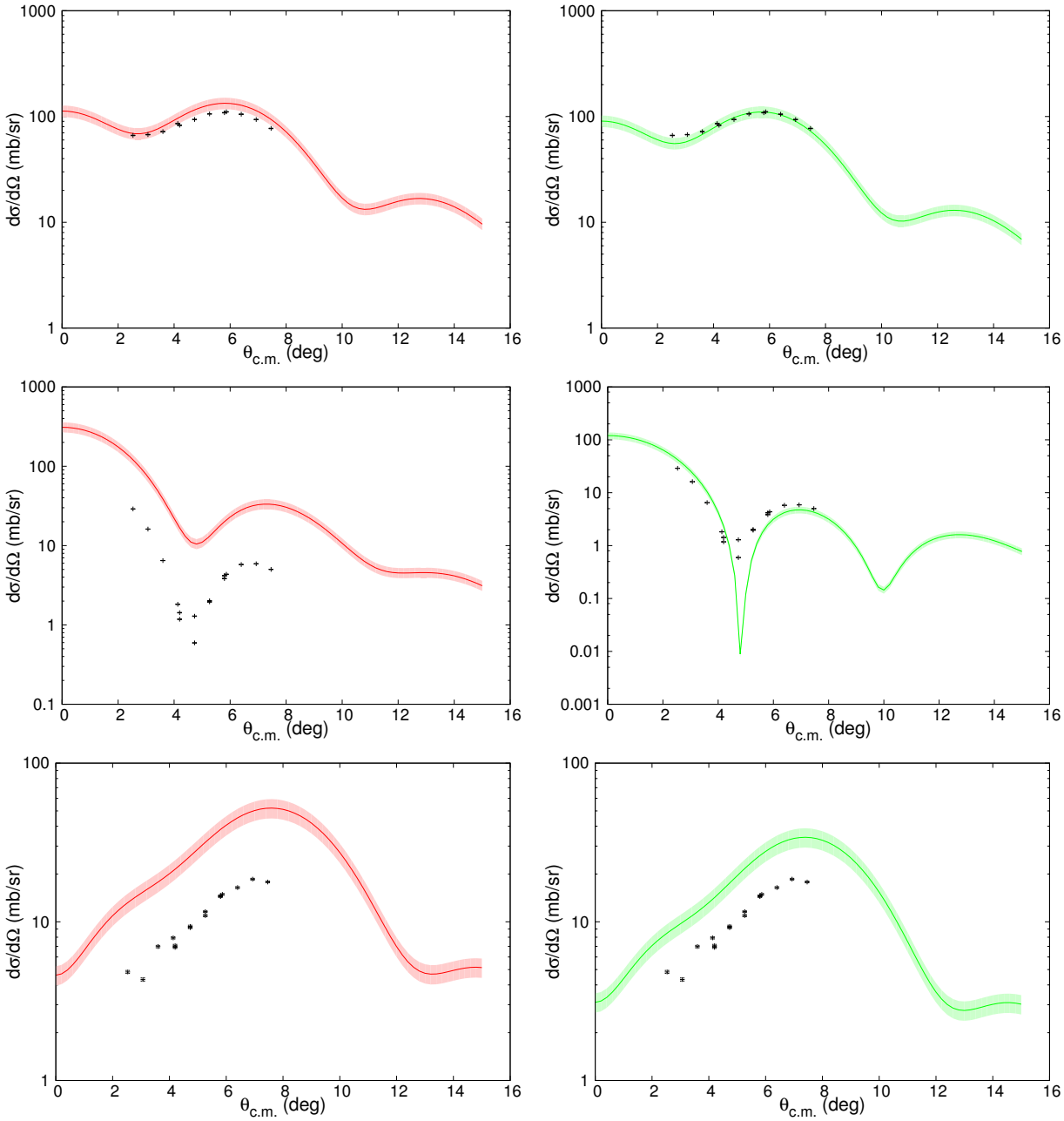

図 5.1　α+^{12}C。上から順に Ex = 4.44, 7.65, 9.64 MeV の励起状態。表式は図 4.4 参照。

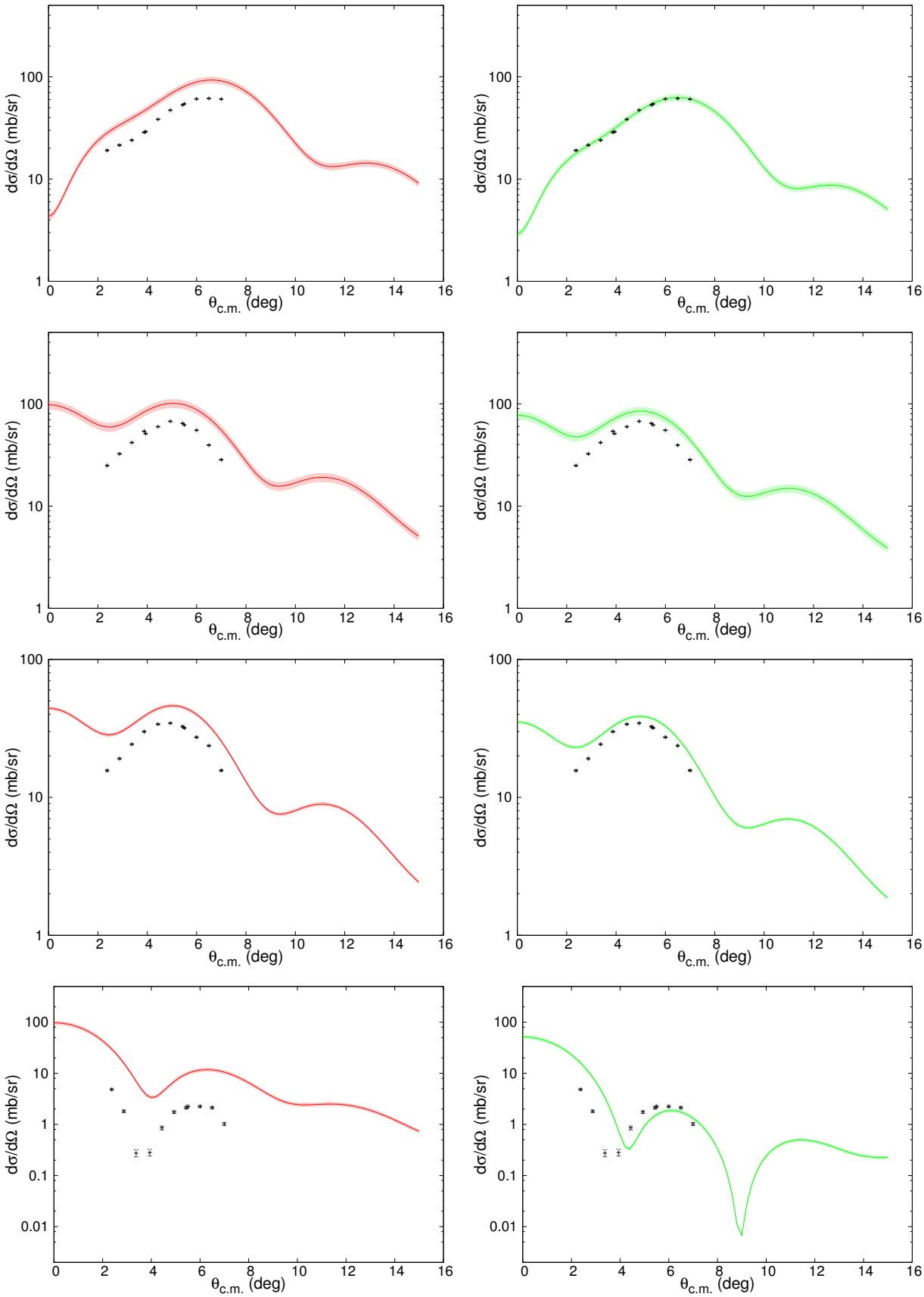

図 5.2　α+^{16}O。上から順に Ex = 6.13, 6.91, 11.52, 12.05 MeV の励起状態。表式は図 4.4 参照。

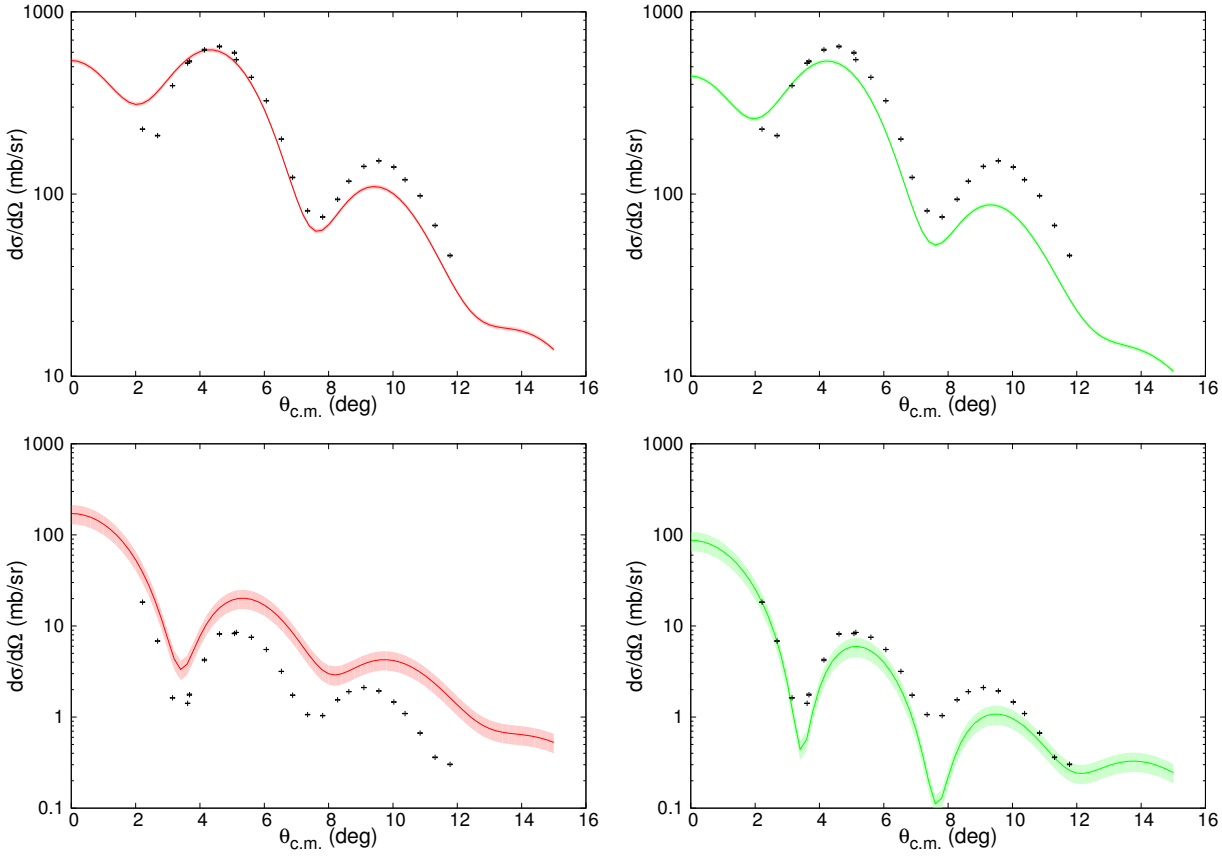

図 5.3　α+^{24}Mg。上から順に Ex = 1.37, 6.43 MeV の励起状態。表式は図 4.4 参照。

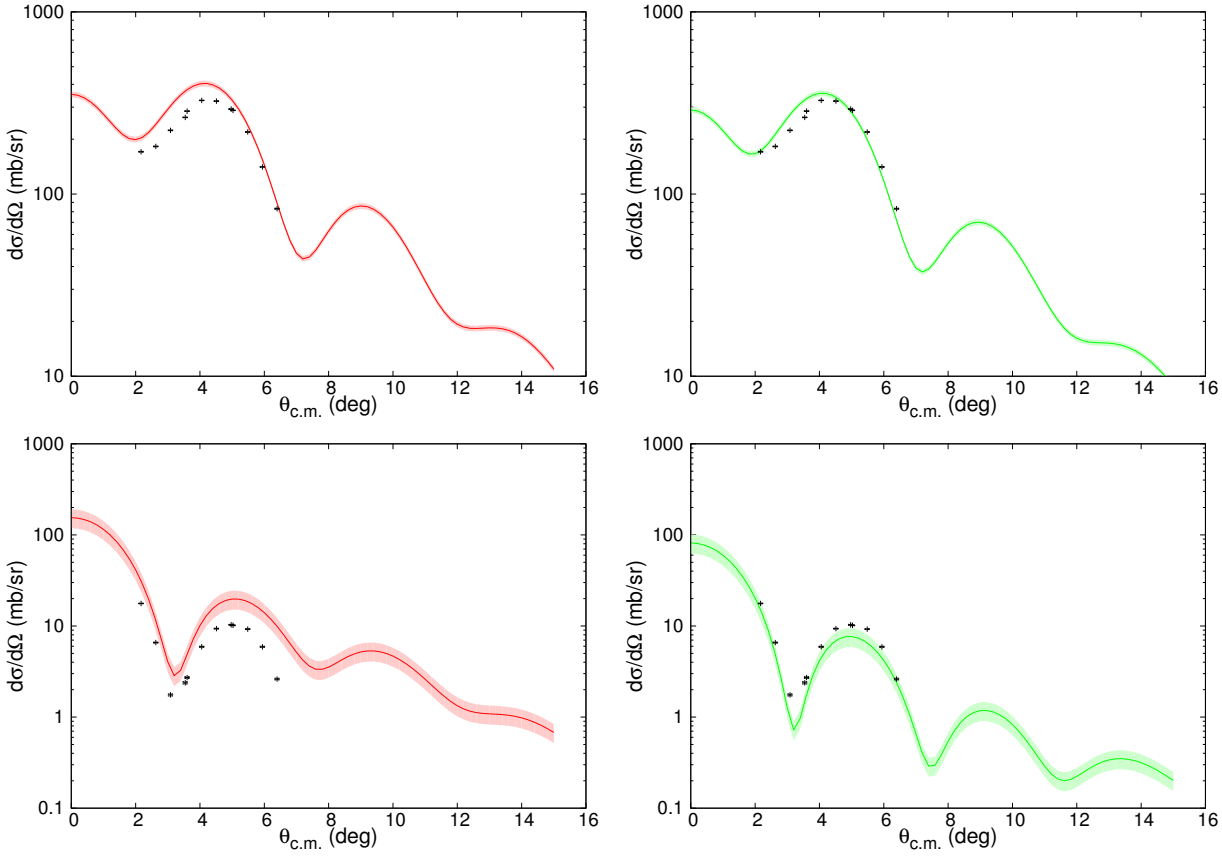

図 5.4　α+^{28}Si。上から順に Ex = 1.78, 4.98 MeV の励起状態。表式は図 4.4 参照。

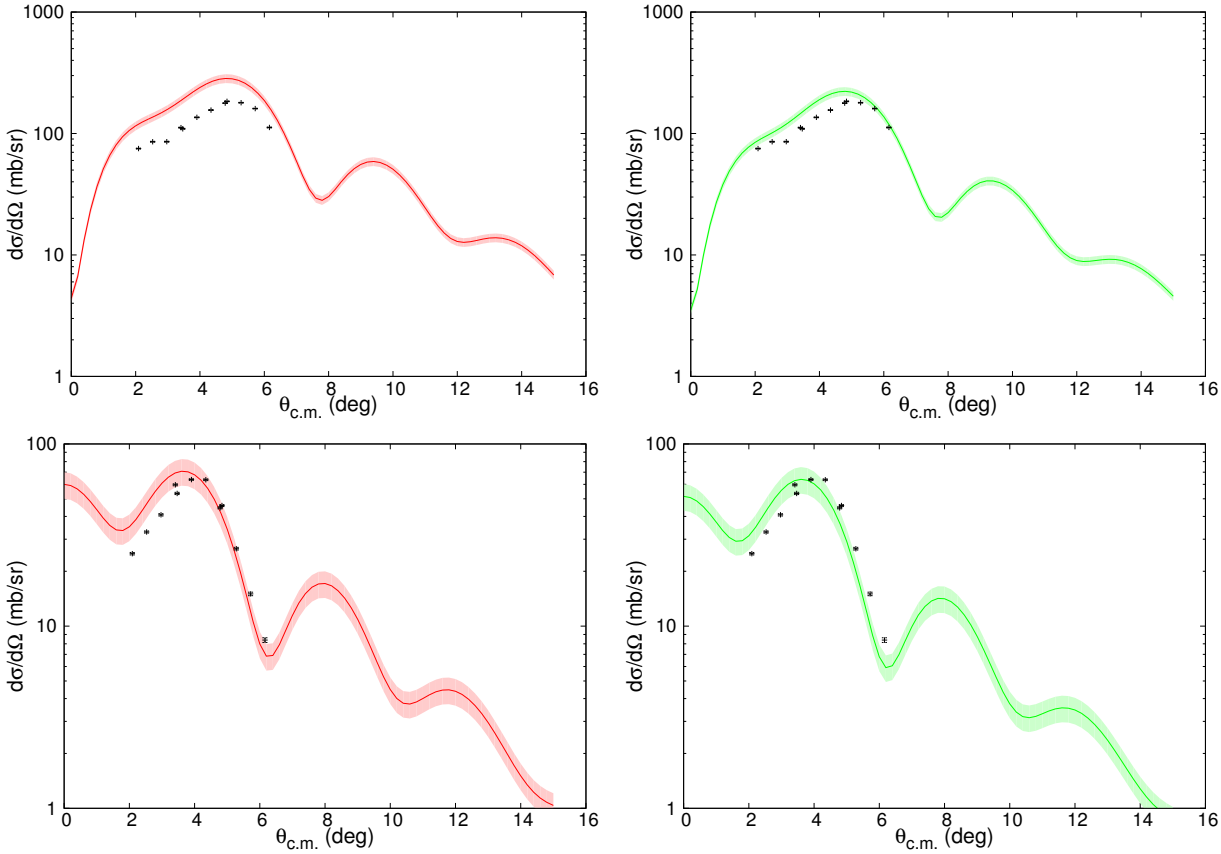

図 5.5　α+^{40}Ca。上から順に Ex = 3.73, 3.90 MeV の励起状態。表式は図 4.4 参照。

Bibliography

[1] D.T.Khoa, Phys. Lett. B **660** (2008) 331

[2] Y. Fujita *et al.*, Nucl. Inst. and Meth. B **126** (1997) 274.

[3] T. Wakasa *et al.*, Nucl. Inst. and Meth. A **482** (2002) 79.

[4] J. Raynal. computer code,ECIS95, NEA0850-14.

[5] J.J. Kelly Phys. Rev. C **70** (2004) 068202.

[6] M.N. Harakeh and A.van der Wounde. Giant Resonances. Clarendon Press, Oxford,2001.

[7] M. Kamimura, Nucl. Phys. A **351** (1981) 456.

[8] P.M. ENDT, At. Data Nucl. Data Tables, **23** (1979) 3.

[9] S. Raman *et al.*, At. Data Nucl. Data Tables, **36** (1989) 1.

[10] R.H. Spear, AT. Data Nucl. Data Tables, **42** (1989) 55.

[11] G.R. Satchler and D.T. Khoa, Phys. Rev. C **55** (1997) 285.

[12] H. Sakaguchi *et al.*, Phys. Rev. C **57** (1998) 1749.

[13] T.N. Buti *et al*,. Phys. Rev. C **33** (1986) 755.

[14] R.Neu *et al*,. Phys.Rev. C **39** (1989) 2145.