0.0.1 type II の結晶について

type II の結晶についても同様の考察を加えることにより、ring のでき具合についての評価をすることが可能となる。今度は type II なので、e → o+e の偏光を仮定する。そうすれば、index matching condition(??) はそのまま成立するものの、波数ベクトルは、

$$k_p = \omega_p n_e(\omega_p, \theta_{pm}), \quad k_s = \omega_s n_o(\omega_s), \quad k_i = \omega_i n_e(\omega_i, \Theta_i) \tag{0.1}$$

となる。また、上の図の幾何学的な条件より、

$$\cos\Theta_i = \cos\theta_p \cos\theta_i + \sin\theta_p \sin\theta_i \cos\phi_i \tag{0.2}$$

をえる。これらより、式 (??) を用いると、

$$k_{p,\theta_{pm}}^2 - k_s^2 - 2k_{p,\theta_{pm}} k_{i,\Theta_i} \cos\theta_i + k_{i,\Theta_i}^2 = 0 \tag{0.3}$$

をえる。そこで、式 (0.3) と式 (0.2) を連立させて解けば、角度をプロットしていくことができる。手順としては、

- まず、$\theta_s = \theta_i = 0$ であるとして、second harmonic condition、つまり$\omega_s = \omega_i$を仮定して、θ_{pm}の値を求める。このとき、式 (0.2) は、自明な式$\Theta_i = \theta_{pm}$に落ちるので、

$$\frac{4}{\frac{\sin^2\theta_{pm}}{n_e^2(2\omega)} + \frac{\cos^2\theta_{pm}}{n_o^2(2\omega)}} + \frac{1}{\frac{\sin^2\theta_{pm}}{n_e^2(\omega)} + \frac{\cos^2\theta_{pm}}{n_o^2(\omega)}} - \frac{4}{\sqrt{(\frac{\sin^2\theta_{pm}}{n_e^2(2\omega)} + \frac{\cos^2\theta_{pm}}{n_o^2(2\omega)})(\frac{\sin^2\theta_{pm}}{n_e^2(\omega)} + \frac{\cos^2\theta_{pm}}{n_o^2(\omega)})}} = n_0^2(\omega) \tag{0.4}$$

  を数値的に解けば良い。

- 次に、適当にϕ_iに値を代入していって、上のプロセスでθ_{pm}の値を知った上で、式 (0.2) を式 (0.3) に代入して、数値的にθ_iを求めれば良い。これができれば、式 (??) より、θ_sの値は明らかである。これらの情報から、光の出る点を plot していけば良い。

- 私たちが見るリングは、結晶の外に対してである。そこで、同様にして結晶の中から外へ出る時の屈折を考慮する必要がある。これについては、Snell の法則を用いて、

$$\sin\theta_i' = n_e(\omega_i, \Theta_i)\sin\theta_i, \quad \sin\theta_s' = n_o(\omega_s)\sin\theta_s \tag{0.5}$$

  を用いれば良い。

そうすれば、結果として BBO 結晶の down conversion による様相をシミュレートできる。この方針に則って BBO における SHG(二倍高調波生成)、つまり波長 710nm の光に対して角度を見積もれば図 (??) の角度ϕを変化させると、結晶の外に置ける分散角θ_i'とθ_s'は次のような値を得た。SHG であれば、θ_i'とθ_s'は同じ値を持つ。

角度ϕ °	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
角度θ_i'=θ_s'	8.390	8.296	8.018	7.579	7.010	6.350	5.643	4.932	4.260	3.657
角度ϕ °	100	110	120	130	140	150	160	170	180	***
角度θ_i'=θ_s'	3.143	2.715	2.396	2.145	1.959	1.825	1.736	1.685	1.668	***

Table 0.1: BBO による二倍高調波における、分散の角度

その他の状況に対しても、down-conversion された光がどのように生じるかを図示することで、本実験に先だって down conversion 現象に対する知見を得る試みを行なった。手段としては、mathematica を用いた数値シミュレーションを用いた。以下で図示するのは、BBO 結晶に 355nm の YAG レーザーを入射させて、結晶から 1m 離れたところにおいた平面に射影した虹模様である。

このとき、以下の条件の下でそれぞれ数値シミュレーションを行なった。θ_{pm}は結晶の光学軸と、レーザーの進行方向のなす角を表す。それぞれの状態に対する図を以下のグラフで示す。

これらの図を実際に書いてみることで、BBO による type II の down conversion に関して、以下の事柄を知ることができた。

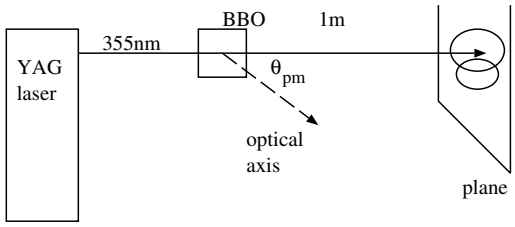

Figure 0.1: 以下の虹のでき具合の図は、上図に示されるような setup のもとで実験を行なった時の screen 上の像であるとする。BBO と screen は 1m 離れているとする。

θ_{pm}	460nm	500nm	580nm	600nm	650nm	670nm	685nm	690nm	710nm
48 °	—	—	—	—	—	—	—	—	(A-9)
49.62 °	—	—	—	—	—	(B-6)	(B-7)	(B-8)	(B-9)
55 °	—	—	(C-3)	(C-4)	(C-5)	—	—	—	(C-9)
60 °	—	—	—	(D-4)	(D-5)	—	—	—	(D-9)
65 °	—	—	—	(E-4)	(E-5)	—	—	—	(E-9)
70 °	(F-1)	(F-2)	—	(F-4)	—	—	—	—	(F-9)

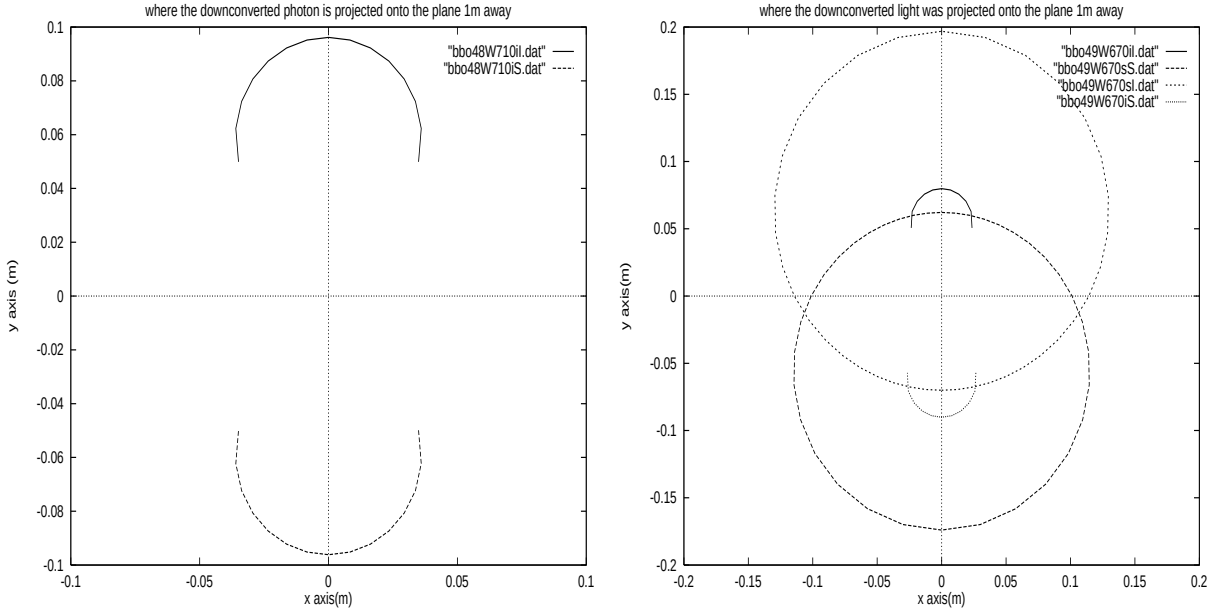

Figure 0.2: 左 (A-9) 波長 710nm,θ_{pm}=48 ° 、右 (B-6) 波長 670nm,θ_{pm}=49.62 °

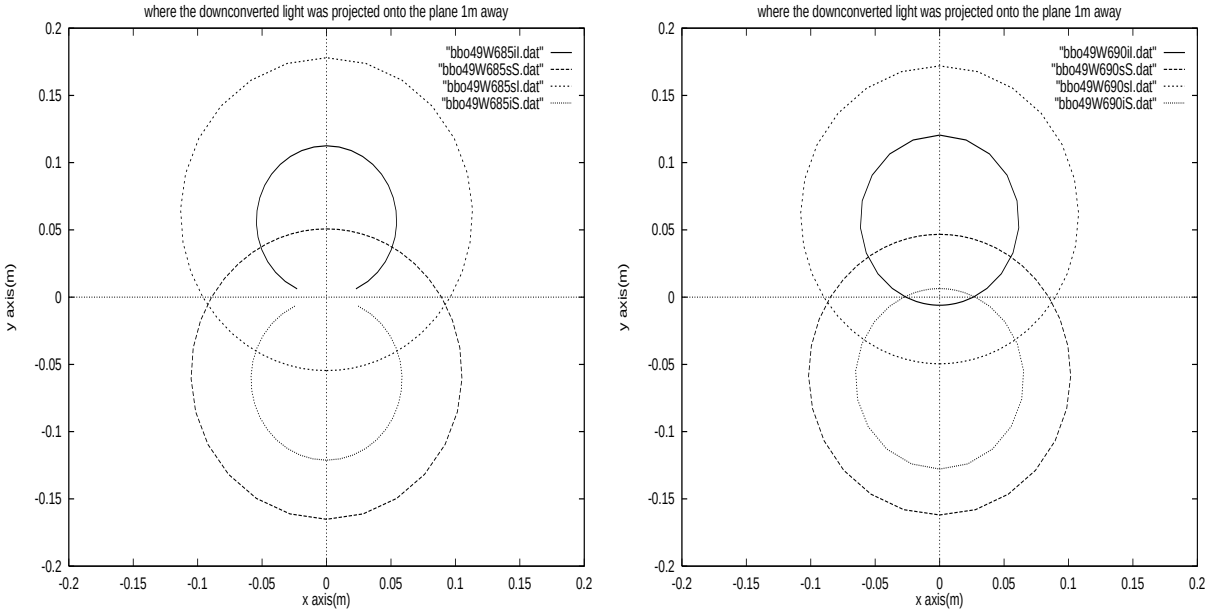

Figure 0.3: 左 (B-7) 波長 685nm,θ_{pm}=49.62 °、右 (B-8) 波長 690nm,θ_{pm}=49.62 °

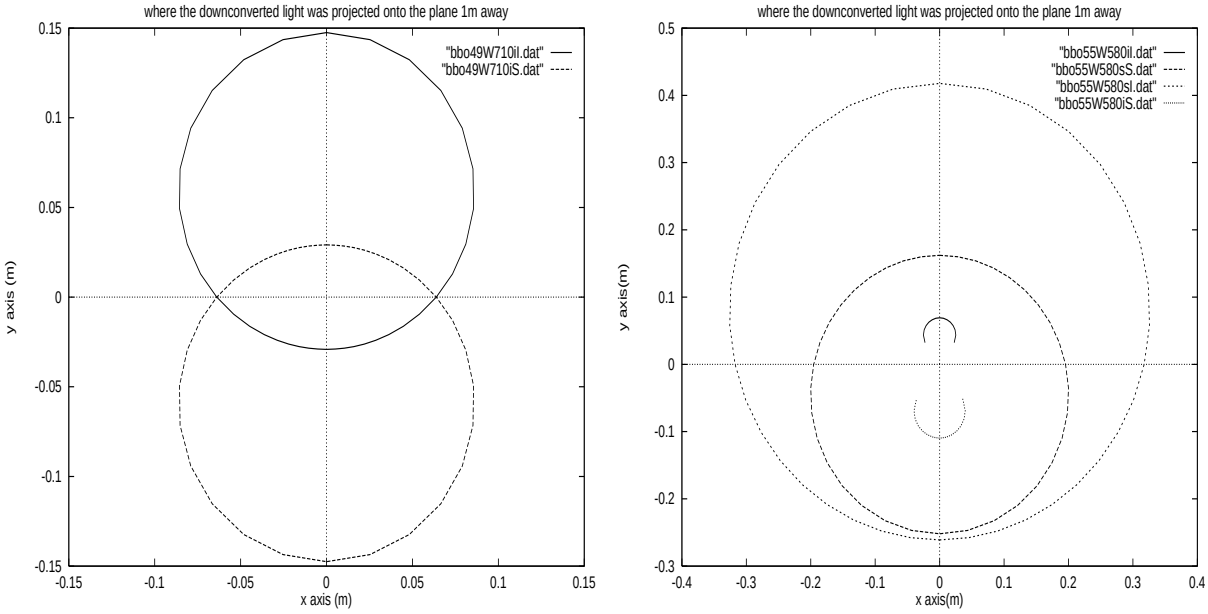

Figure 0.4: 左 (B-9) 波長 710nm,θ_{pm}=49.62 °、右 (C-3) 波長 580nm,θ_{pm}=55 °

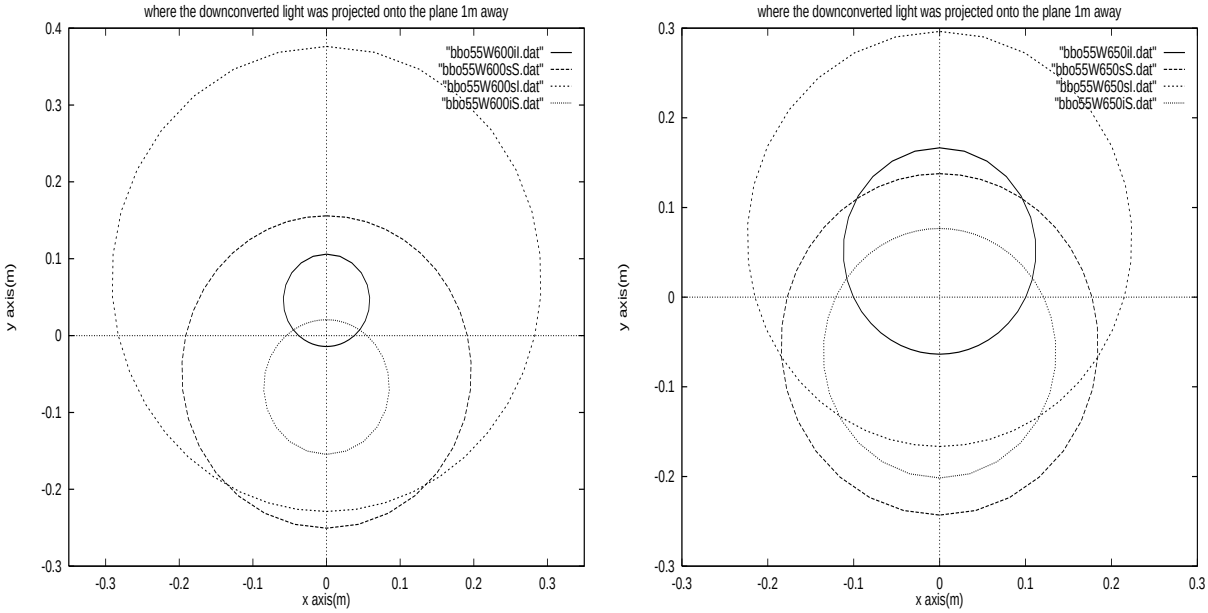

Figure 0.5: 左 (C-4) 波長 600nm,θ_{pm}=55 °、右 (C-5) 波長 650nm,θ_{pm}=55 °

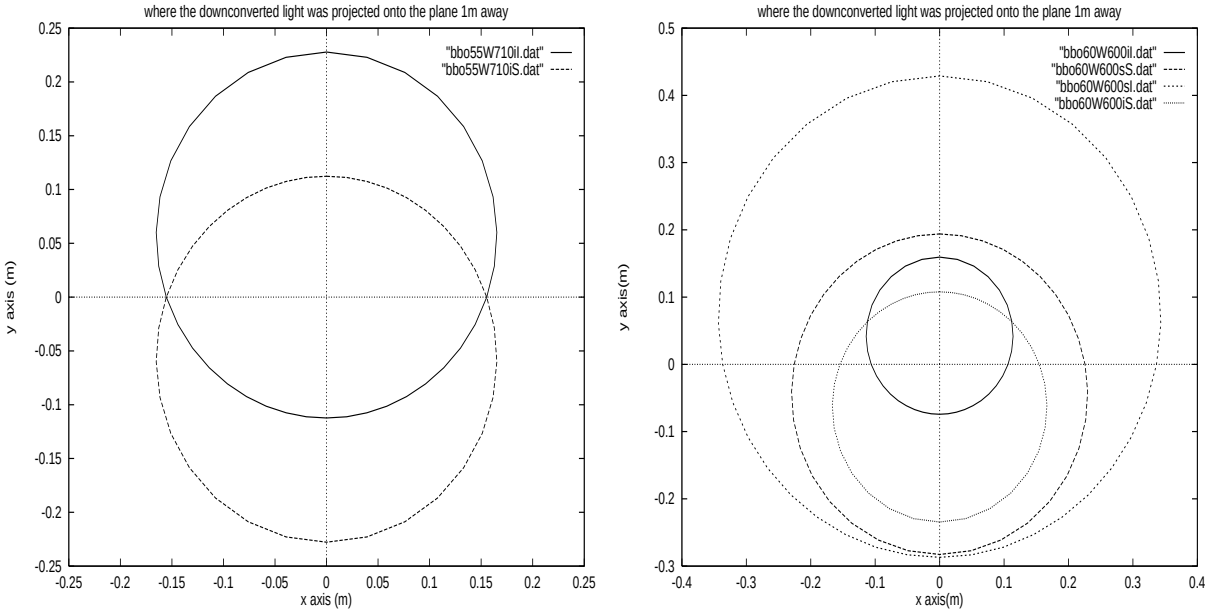

Figure 0.6: 左 (C-9) 波長 710nm,θ_{pm}=55 °、右 (D-4) 波長 600nm,θ_{pm}=60 °

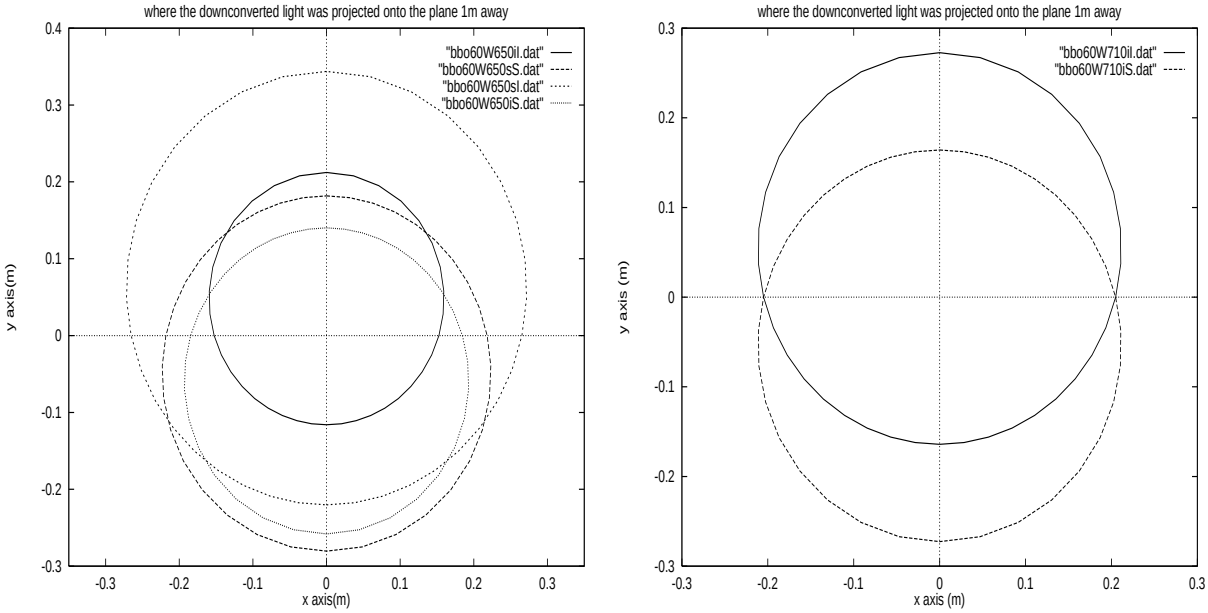

Figure 0.7: 左 (D-5) 波長 650nm,θ_{pm}=60 °、右 (D-9) 波長 710nm,θ_{pm}=60 °

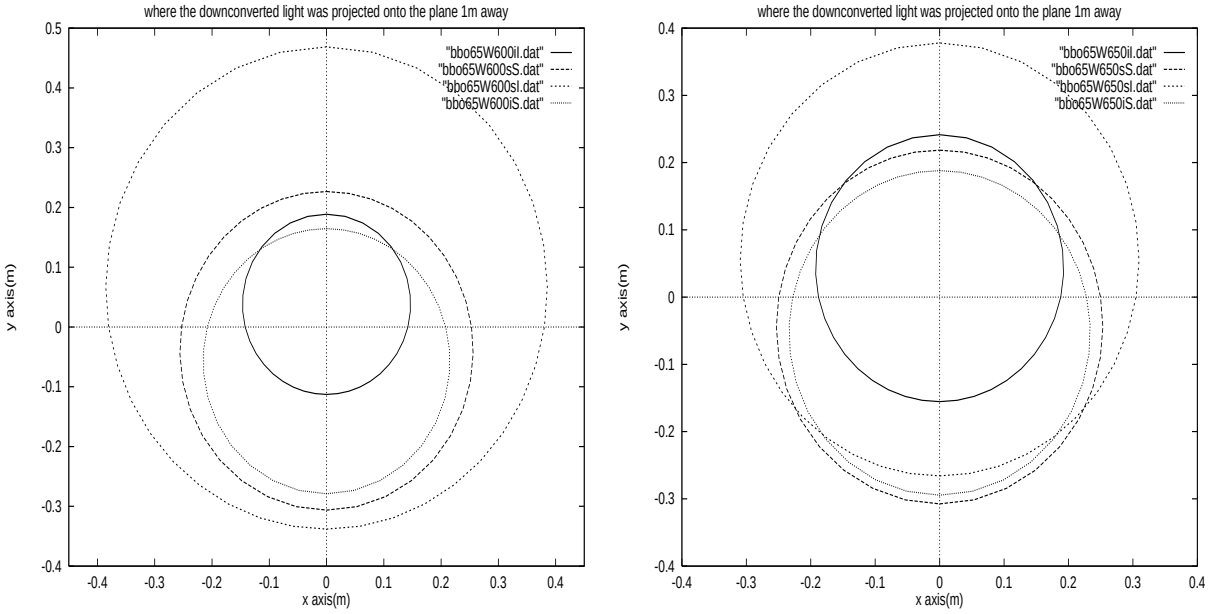

Figure 0.8: 左 (E-4) 波長 600nm,θ_{pm}=65 °、右 (E-5) 波長 650nm,θ_{pm}=65 °

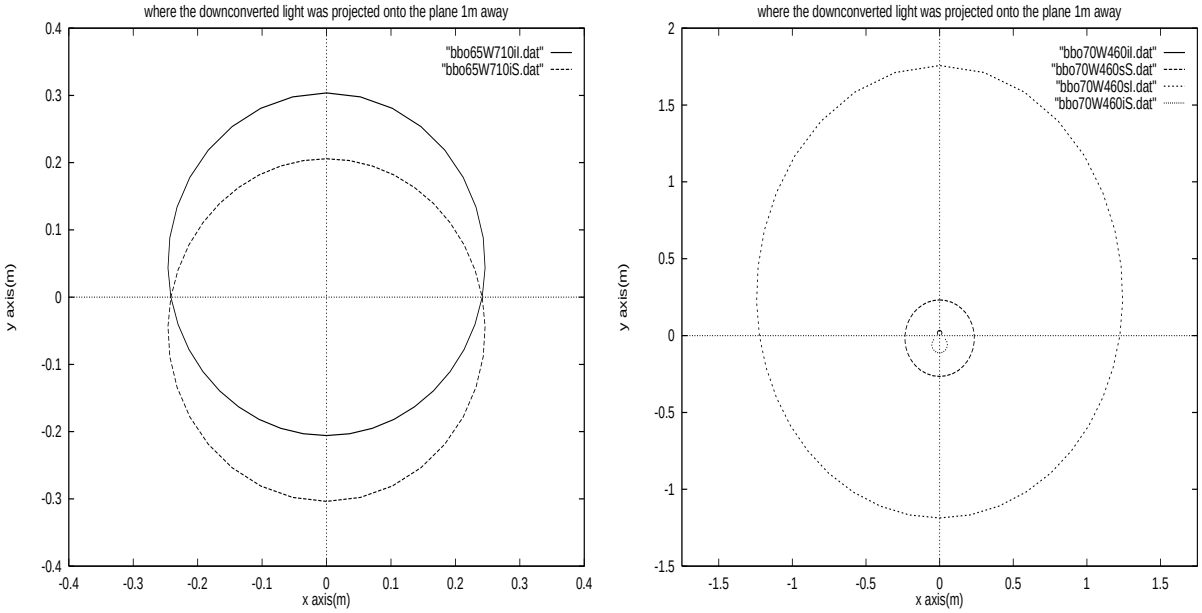

Figure 0.9: 左 (E-9) 波長 710nm,θ_{pm}=65 °、右 (F-1) 波長 460nm,θ_{pm}=70 °

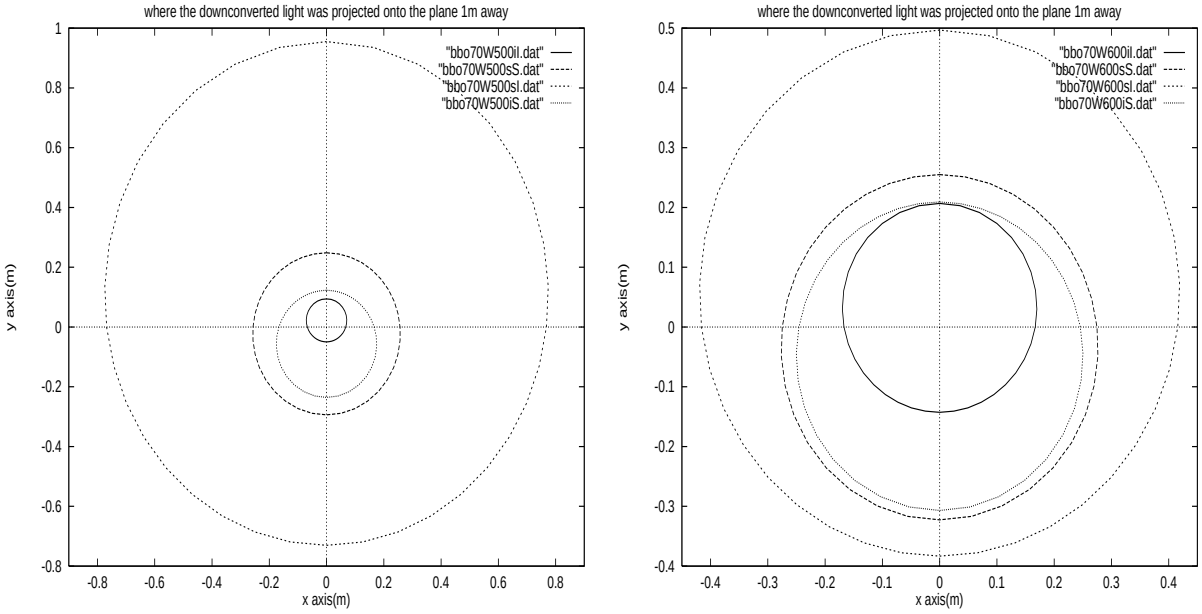

Figure 0.10: 左 (F-2) 波長 500nm,θ_{pm}=70 °、右 (F-4) 波長 600nm,θ_{pm}=70 °

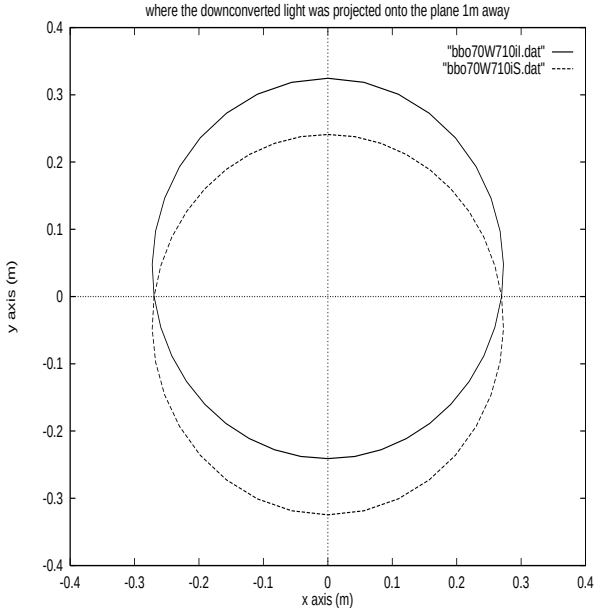

Figure 0.11: (F-9) 波長 710nm,θ_{pm}=70 °

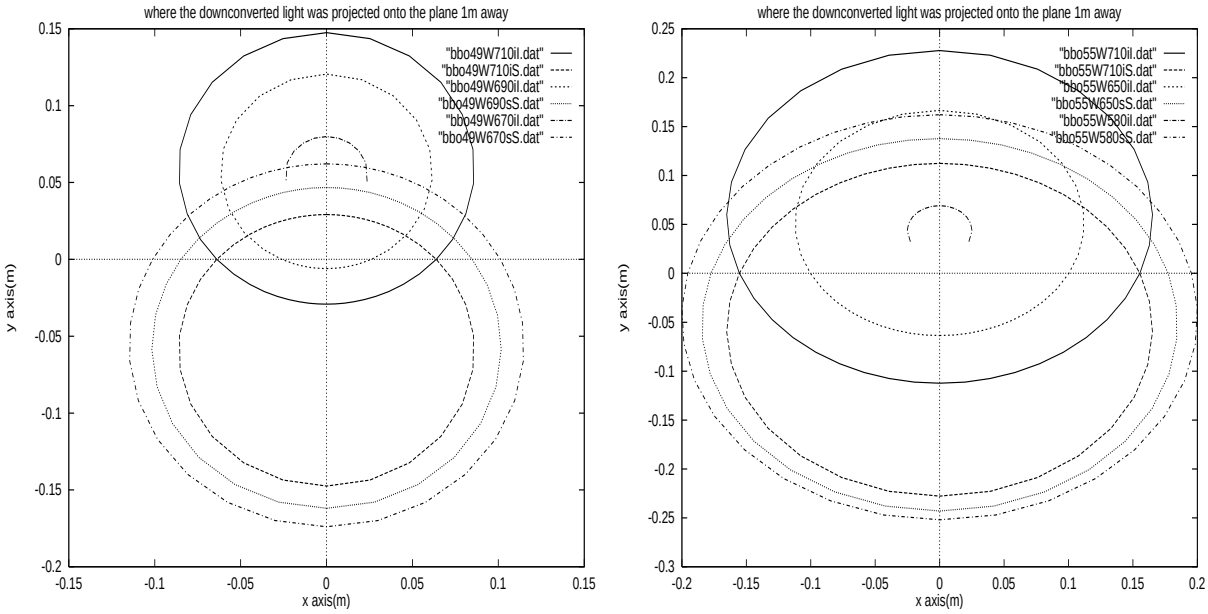

Figure 0.12: 左θ_{pm}=49 ° の場合の、波長 670nm,690nm,710nm の ring のでき方、右θ_{pm}=55 ° の場合の、波長 580nm,650nm,710nm の ring のでき

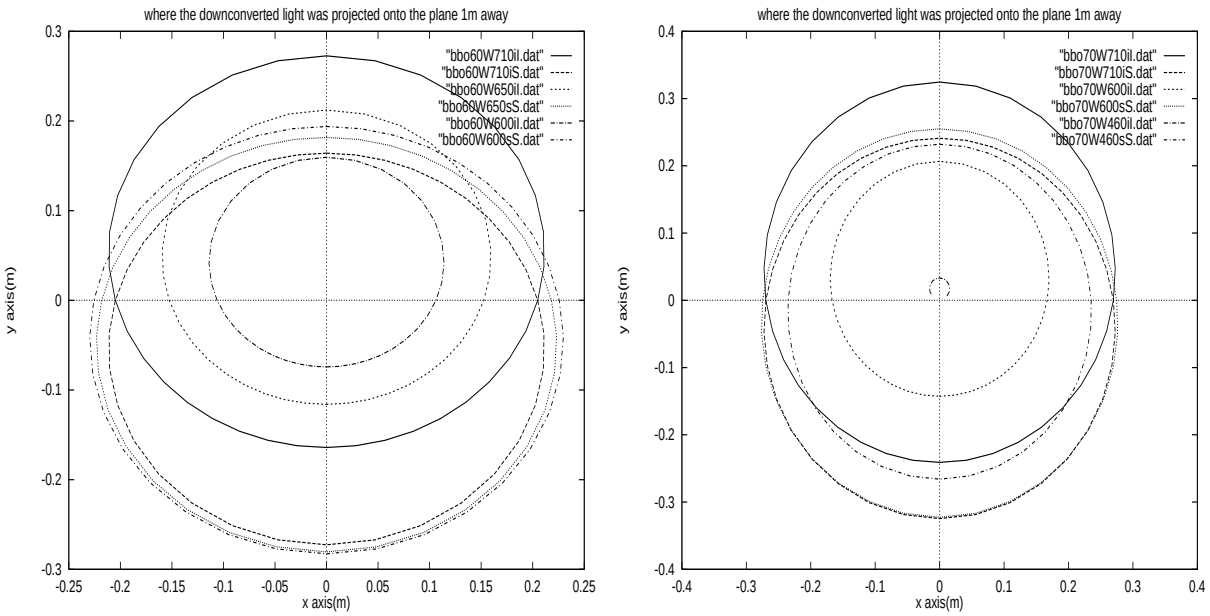

Figure 0.13: 左θ_{pm}=60 ° の場合の、波長 600nm,650nm,710nm の ring のでき方、 右θ_{pm}=70 ° の場合の、波長 460nm,600nm,710nm の ring のでき方

- まず、θ_{pm}が 49.62 ° より小さい領域では、type II の down conversion で ring はほとんど生じない。type II の計算でθ_iを求める方程式で、解を持たなくなるからである。49.62 ° よりも小さい角度に対する振舞いを詳しく調べると、以下の事柄が分かった。
  - 角度θ_{pm}=48.8 ° を境に、SHG における虹模様は閉じた円になるのをやめて、一部欠けた形になる。よって、2 つの円錐の重なりはあり得なく、私たちの実験で望むような entangled state を得ることはできない。
  - 角度θ_{pm}=47.66 ° を境に、SHG の波長に対して全く虹模様が見られなくなる。

  このように、ring が欠けて出てくる、ないしは全く見えなくなるということは、計算の上では式 (0.3) が解θ_iを持たなくなった状況であると理解することができる。
- θ_{pm}を 49.62 ° より大きくすると、以下の 2 つの特徴が見られた。
  - SHG 波長 710nm から離れた波長で、ring が生じる波長の範囲が広くなった。θ_{pm}=55 ° では 600nm 程度まで、θ_{pm}=70 ° では、500nm にまで広がっている。
  - 同じ波長であれば、θ_{pm}を大きくすればするほど、photon の広がりの角度θ_iは大きくなっている。つまり、ここで示した射影図では ring の半径がますます大きくなっている。
  - 波長が 600nm よりも小さくなると、同じ波長の idler 光と signal 光による ring が重なるのをやめた。代わりに、idler 光の ring が、signal 光の ring の中に入ってしまう現象が見られると期待できる。
- SHG の波長より小さい領域では、idler 光 (上側) の方が、signal 光 (下側) よりも小さい ring となって生じている。
- down conversion cone は 710nm → 355nm+355nm のときに限り 2 つの cone は y 軸対称に出る。つまり、波長$\lambda_s = \frac{\lambda_p \lambda_i}{\lambda_i - \lambda_p}$の down conversion は、波長$\lambda_i$のものとは、y 軸対称に出るとは限らない。また、波長が 710nm から離れるにつれて、idler と signal の大きさの差は広がる。その結果、波長が 710nm より短くなると、idler と signal が重ならなくなってしまうことも生じる。

  同じ波長の idler 光、signal 光に対して、θ_{pm}を変化させたとき、生じる ring の円 (または楕円) はほぼ同心円になることが数値計算より推測できる。ただし、微妙に中心座標は変化している。idler(signal) 光であれば、θ_{pm}が大きくなるにつれて中心の y 座標は微妙に徐々に下がっていることがわかる。

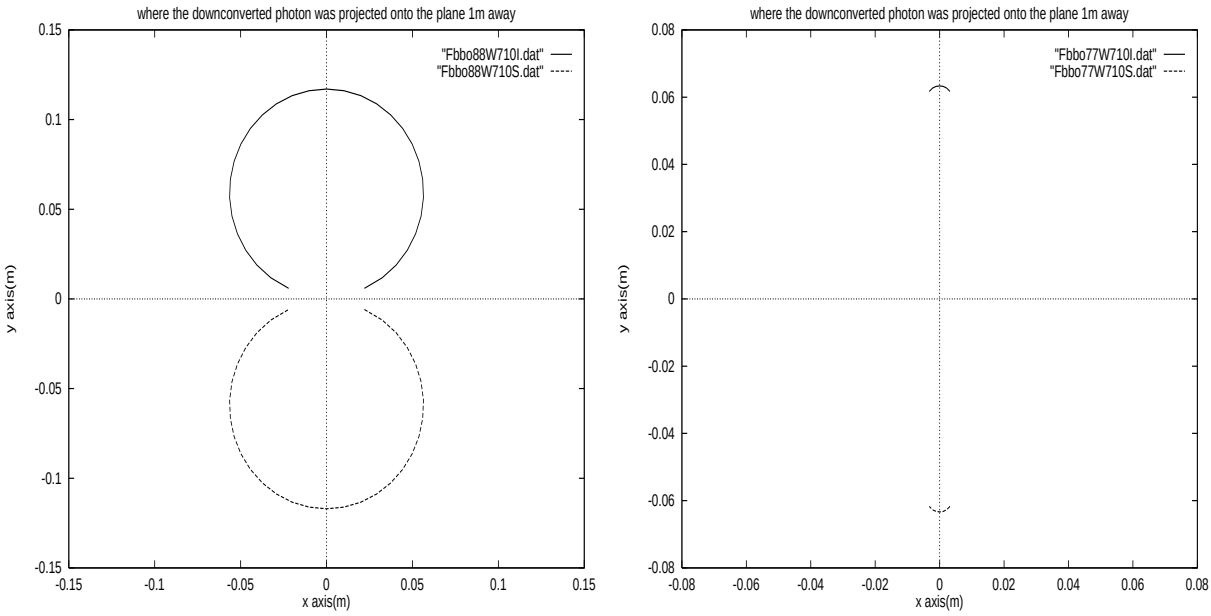

Figure 0.14: 波長 710nm の SHG の図。左θ_{pm}=48.8°、右θ_{pm}=47.66°

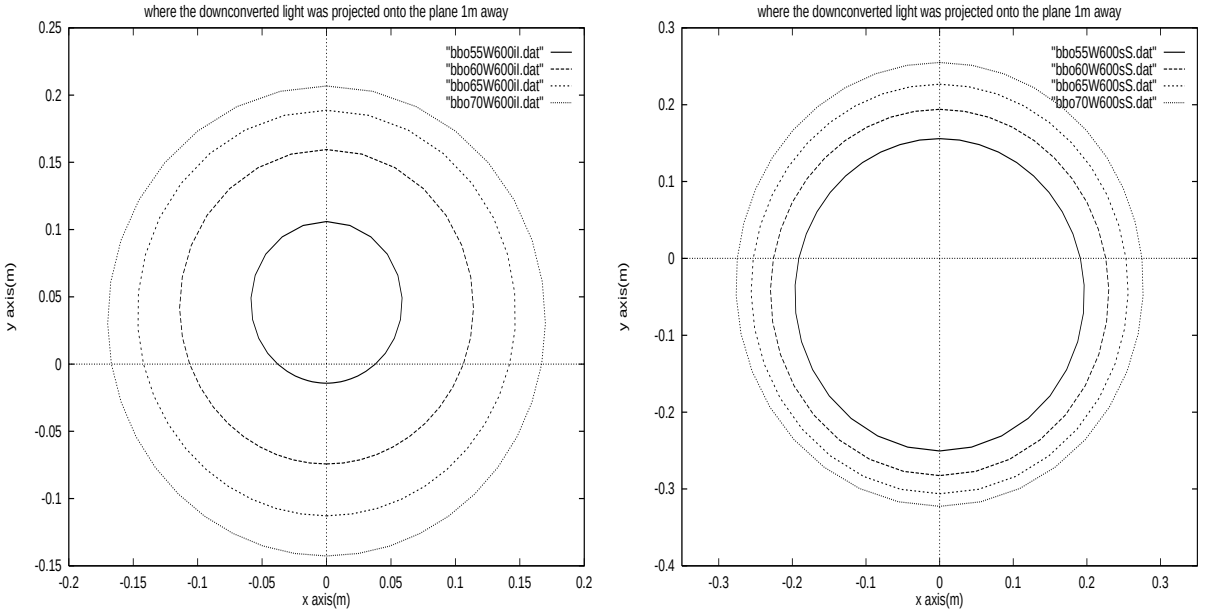

Figure 0.15: 波長 600nm の idler 光、および signal 光の ring のでき方

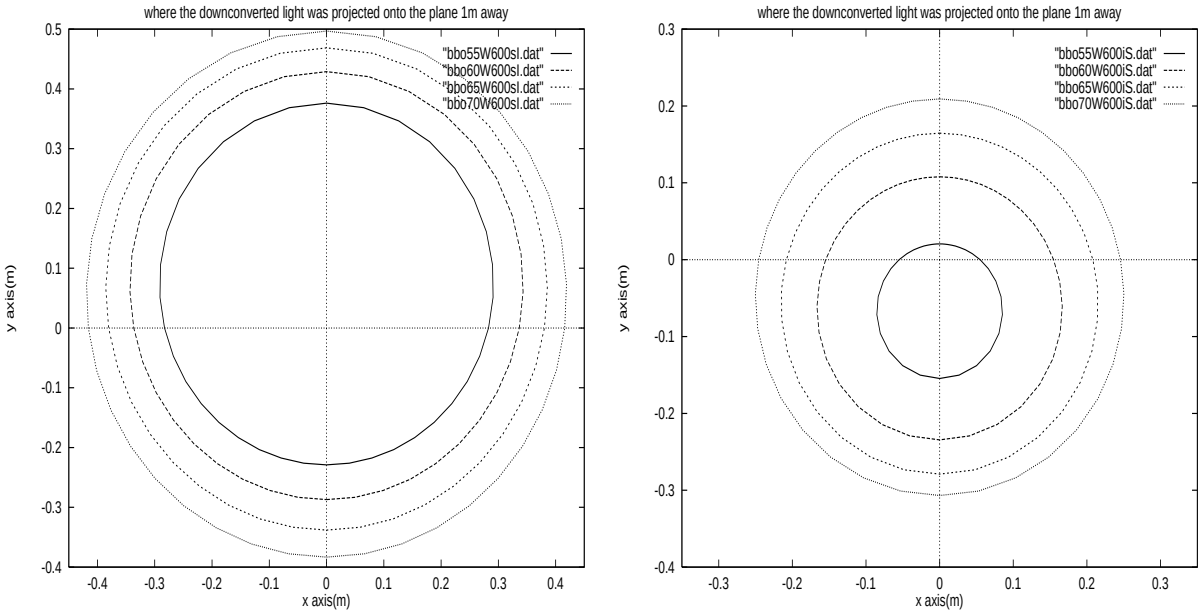

Figure 0.16: 波長 869.4nm(=600*355/(600-355)) の idler 光、および signal 光の ring のでき方

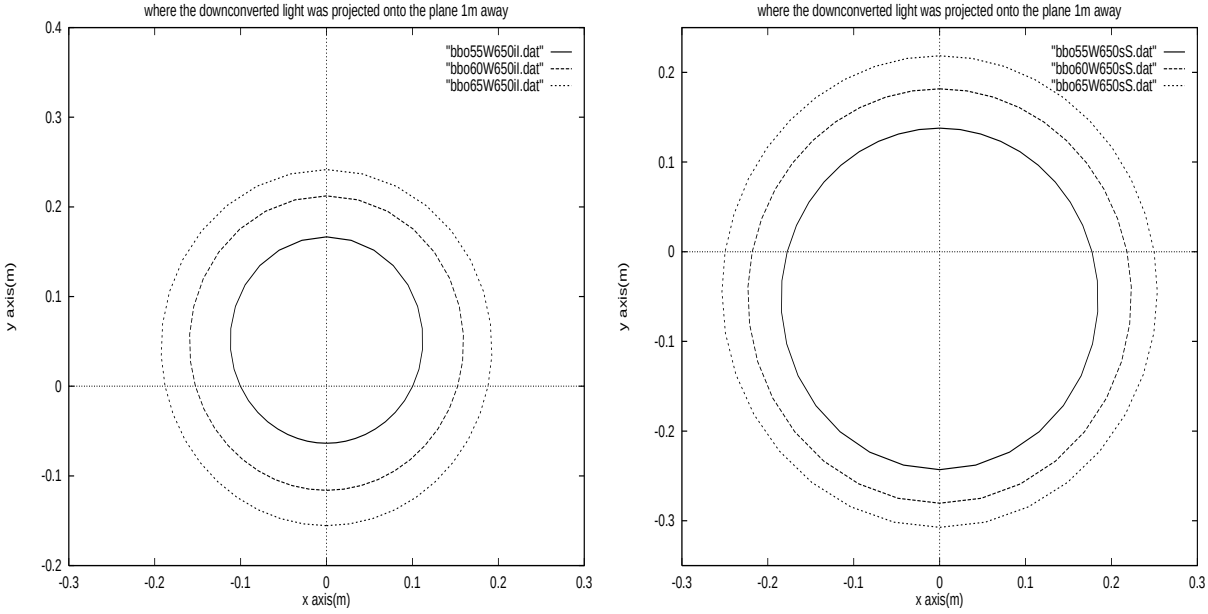

Figure 0.17: 波長 650nm の idler 光、および signal 光の ring のでき方

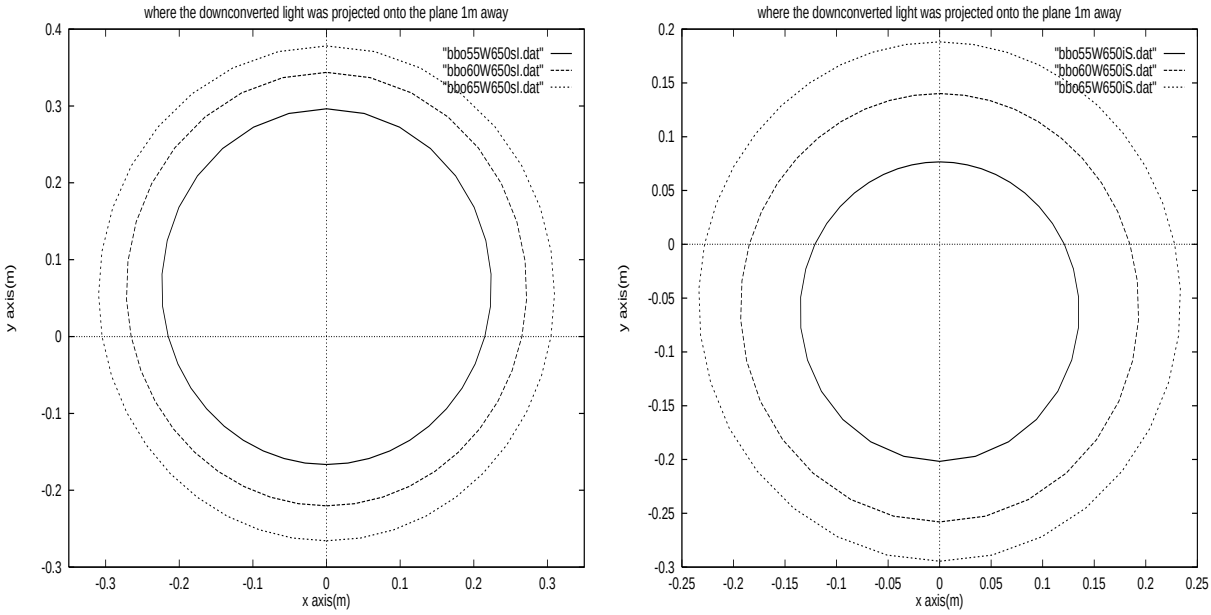

Figure 0.18: 波長 782.2nm(=650*355/(650-355)) の idler 光、および signal 光の ring のでき方

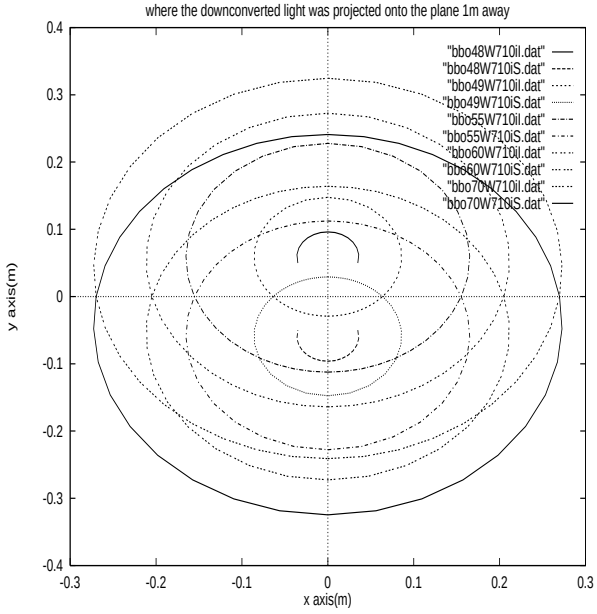

Figure 0.19: 波長 710nm の idler 光の ring のでき方

数値シミュレーションから、私たちは以下の BBO の down conversion に対する予測を得ることができる。実際の実験で変化させてみたい parameter は、レーザービームと結晶の光学軸とのなす角である。

また、このシミュレーションより、BBO の Sellmeiner 方程式の値によって、結果が大きく影響されることが分かった。Dmitriev の databook によれば、第一版と第二版とでは Sellmeiner 方程式の値が微妙にことなる。Kwiat 氏は第一版の情報をもとにし、私たちは第二版の値をもとにして計算した。Ar-ion laser 351nm の SHG(702nm) のθ_{pm}=49.62 ° に関しては、Kwiat 氏が 2 つの cone の重なりが 6.0 ° 離れていると述べた (これは私も実際に確かめた) が、第二版の Sellmeiner 方程式では 4.4 ° という値を得ている。

しかしながら、この実験において温度による依存性はほとんどないと考えられる。Dmitriev(2nd ed.) によれば、

$$\frac{dn_o}{dT} = -1.66 \times 10^{-5} K^{-1} \tag{0.6}$$

$$\frac{dn_e}{dT} = -0.93 \times 10^{-5} K^{-1} \tag{0.7}$$

であり、温度が 10 ° C 違っても、屈折率の式の小数点第 4 位に影響を及ぼすだけのことである。実際、計算をしてもこの程度の誤差に対してはほとんど影響はなかった。

さらに分かったことは、波長の依存性が大きいことである。例えば、SHG における idler 光と signal 光の重なりの角度を比較してみよう。計算は第二版の新しい方の Sellmeiner 方程式を用いる。結晶から見て、2 つの円錐の交点のなす角は、SHG のθ_{pm}=49.62 ° の状況に対しては、

- 355nm(YAG laser) に対しては 7.3 ° である。
- 351nm(Ar ion laser) に対しては 4.4 ° である。

しかしながら、波長の揺らぎの効果は私たちの実験では考慮するに及ばない。現実には私たちの YAG laser の波長の揺らぎは非常に微小である。揺らぎの要素としては以下のものが考えられる。

- 実験室の温度の変化に伴う、cavity の微小な膨張。
- レーザーの振動。特にレーザーを置いている台の振動に起因するもの。

現実には普通に YAG laser を使用している限り、レーザーの波長の揺らぎは$\pm 0.01nm$ 程度でしか生じない。よって、波長の揺らぎの効果は私たちの BBO の down conversion の実験において、分散角θ_iに関して中心値の$\frac{1}{1000}$程度でしか誤差を生じないことが mathematica の計算よりわかる。この効果は実験の setup においてほとんど無視しても良い要素である。