非線形結晶の性質について

1995 年度入学　0081　東 武大

平成 10 年 10 月 4 日

1 Spectral information and distinguishability in Type 2 down conversion

この論文は、非線形結晶にレーザーが照射されたときにどのように光子にエネルギーが分配されうるかの、理論的予測を論じたものである。とくに、cw(continued wave) pumped down-conversion と pulse 状に起こる type 2 の自発的 down-conversion の示す性質の違いについて、着目することにする。

1.1 2 つの down-converted photon の状態

ここでは、レーザーの波動の状態として、pump, ordinary, extraordinary の 3 種類があるとして、それぞれ、p,o,e と表す。この時の type 2 down-conversion に対して、相互作用のハミルトニアンは、次式で表される。

$$\hat{H}_I(t) = \int_V d^3r \chi^{(2)} \hat{E}_p^{(+)}(\mathbf{r},t)\hat{E}_o^{(-)}(\mathbf{r},t)\hat{E}_e^{(-)}(\mathbf{r},t) \tag{1}$$

ここで、$\chi^{(2)}$は結晶の非線形性を表すパラメーターであり、$\pm$は周波数の正負を表すものとする。ここで、電場が次式で書け、なおかつ空間的に 1 次元として考えられるとする。

$$\hat{E}_j^{(+)}(z,t) = \int d\omega_j A(\omega_j)\hat{a}_j(\omega_j)\exp i(k_j(\omega_j)z - \omega_j t) \quad (for j = p,o,e) \tag{2}$$

ここで、$\hat{a}_j(\omega_j)$ は photon の消滅演算子である。$A(\omega_j) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2\epsilon_0 n^2(\omega_j)}}$として定義される。ここで、古典的な場では、$\hat{E}_p(z,t) = \tilde{\alpha}(t)\exp(ik_p(\omega_p)z)$ であるとすると、$\alpha(\omega_p)$ を$\tilde{\alpha}(t)$ の Fourier 変換とする。相互作用表示において、波動関数は

$$|\psi(t)\rangle = \exp(\frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} dt' \hat{H}_I(t'))|\psi(t_0)\rangle \tag{3}$$

と表されるから、結果としては、結晶の存在する領域を z 軸で $[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$ であるとして、

$$|\psi_2\rangle = \frac{2\pi A}{i\hbar}\int d\omega_o \int d\omega_e \alpha(\omega_o+\omega_e)\Phi(\omega_o,\omega_e)|\omega_o\rangle_o|\omega_e\rangle_e \tag{4}$$

となる。ここで、$|\omega_i\rangle_j$は one-photon Fock state である。$\alpha(\omega_o+\omega_e)$ を *pump envelope function* という。 Φ[*phase matching function*] は次のように定義される。

$$\Phi(\omega_o,\omega_e) = \frac{\sin(L(k_o(\omega_o)+k_e(\omega_e)-k_p(\omega_o+\omega_e)))}{L(k_o(\omega_o)+k_e(\omega_e)-k_p(\omega_o+\omega_e))} \tag{5}$$

ここで、$2\bar{\omega}$=(*center pump frequency*) とすると、$k_{p0} = k_p(2\bar{\omega})$、$k_{j0} = k_j(\bar{\omega})$、$\nu_j = \omega_j - \bar{\omega}$(j=o,e) とするとき、phase matching function は次のように書ける。

$$\Phi(\bar{\omega}+\nu_o,\bar{\omega}+\nu_e) = \frac{\sin(L(\nu_o(k_o'-k_p')+\nu_e(k_e'-k_p')))}{L(\nu_o(k_o'-k_p')+\nu_e(k_e'-k_p'))} \tag{6}$$

となる。特に、$\nu_o(k_o'-k_p')+\nu_e(k_e'-k_p') = 0$ のとき、Φは最大値をとる。

- Φ[*phase matching function*] は、ある photon のエネルギーが、どのようにして 2 つの down-converted photon に分配されるかを決定する。

- α[*pump envelop function*] は down-conversion に使用できる pump frequency の周波数を決定する。つまり、down conversion event は daughter photons の周波数の合計が、pump で見られるある周波数に等しくなるときのみ生じる。また。αは Gaussian distribution となっている。

これをプロットした図から、いくつかの重要な情報を得ることができる。

- αの pump width が広がるにつれ、αとϕの重なりが大きくなる。
- down conversion にはさまざまな pump frequency が使えるが、Φの非対称性から、2 つの down-converted photon の様相がことなる。

$S_j(\nu)$(j=o,e) を、それぞれの photon の wave packet とすると、

$$S_o(\nu) = \int d\nu_e |\alpha(2\bar{\omega} + \nu + \nu_e)\Phi(\bar{\omega} + \nu, \bar{\omega} + \nu_e)|^2 \tag{7}$$

$$S_e(\nu) = \int d\nu_o |\alpha(2\bar{\omega} + \nu + \nu_o)\Phi(\bar{\omega} + \nu_o, \bar{\omega} + \nu)|^2 \tag{8}$$

とする。

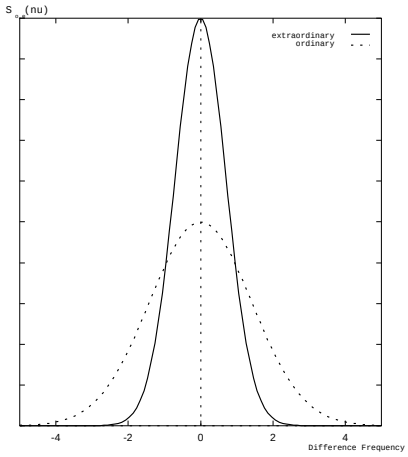

図 1: Se(nu) と So(nu) のグラフ

そうすれば、上図のように、o-polarized wavepacket のほうが、e-polarized wavepacket よりも広いことが分かる。とくに cw(continued wave) wavepacket を用いると、$\alpha(\omega_o + \omega_e) = \delta(\omega_o + \omega_e - 2\bar{\omega})$ より、4は、次式のようになる。

$$|\psi_2\rangle_{cw} = \frac{2\pi A}{i\hbar} \int d\omega \Phi(\bar{\omega} + \nu, \bar{\omega} - \nu) |\bar{\omega} + \nu\rangle_o |\bar{\omega} - \nu\rangle_e \tag{9}$$

これによって、cw wavepacket と、pulse 状のときで以下のような違いが生じることが分かる。

	cw wavepacket	pulsed type 2 spontaneous wave
コヒーレント時間	両者いずれも同じ	両者いずれも同じ
放射時間	完全にランダムとなる	pulse が結晶を通過した時のみ photon が出る
e,o 各状態の周波数	全く同一の値	Φの非対称性から違った値になる。
e,o 周波数の和	必ず $2\bar{\omega}$に一致	和は一定値にならない

ここまでの考察から、次の結論を得た。continued wave laser によって pump される自発的な parametric down-conversion は量子力学の特徴を研究する上で、correlated photon の源として信頼できる、便利なものであることが判明した。しかし、photon の放射が全く時間によらず random であるため、最近のある種の実験には不向きであることが分かった。

1.2 cw laser を用いての干渉実験

cw-pumped laser を用いて、下図のようなセットアップで干渉実験を行なう。

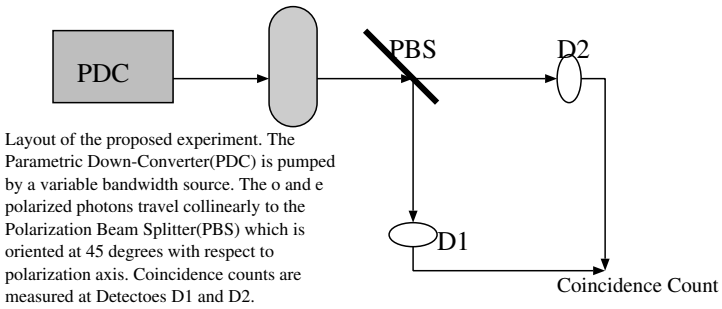

図 2: 干渉実験のセットアップ

$$P_{12}(t_1,t_2,\delta\tau) \propto |\int\int d\omega_o d\omega_e \alpha(\omega_o+\omega_e)\Phi(\omega_o,\omega_e)e^{-1\omega_e\delta\tau}(e^{-i(\omega_o t_2+\omega_e t_1)}-e^{-i(\omega_o t_1+\omega_e t_2)})|^2 \tag{10}$$

は、時間 t_1 で detector D1、時間 t_2 で detector D2 で photon を検出する確率である。$\delta\tau$ は 2 つの photon の相対的な遅れである。そうすると、平均カウント数は、

$$R_c(\delta\tau) = \frac{1}{T}\int\int_0^T dt_1 dt_2 P_{12}(t_1,t_2,\delta\tau) \tag{11}$$

$$\propto \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sigma}{\Omega_+} - erf(\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{\sigma}{\Omega_+}(1-|\delta\tau|\Omega_-)) & \text{if } |\delta\tau| < \frac{1}{\Omega_-} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sigma}{\Omega_+} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{12}$$

が結果として得られる。ここで $\frac{1}{\Omega_\pm} = L|(k'_p-k'_e)\pm(k'_p-k'_o)|$ であり、σ は pump bandwidth に比例する量である。干渉は、もし **2** つの経路の **distinguishability** が高ければ、干渉が妨害される[1]2 つの経路の distinguishability が高まるほど、干渉の visibility が減少する。そうして、干渉が破壊された時には、カウント数 $R_c(\delta\tau)$ は 0 となる。

[1] Paul. G. Kwiat etc , Phys. Rev. **45**, 7729(1992)