down converter の位相の性質について

1995 年度入学　0081　東 武大

平成 10 年 10 月 6 日

1 Phase properties of fields generated in a multiphoton down-converter

1.1 この論文の趣旨

この論文では、量子ポンピングをともなう down conversion の過程で、真空状態から m 個の poton が放出されるときの位相の性質を論じたものである。ここでは、まず signal mode の位相をθ_a、pump mode の位相をθ_bとして、それぞれの値に対する確率分布 $P(\theta_a, \theta_b)$ をまず導出する。

1.2 計算の過程と結果

ここでは、1 つの single mode の光子から m 個の pump mode の光子が生じるので、single, pump mode 消滅 (生成) 演算子をそれぞれ $a(a^\dagger)$、$b(b^\dagger)$、gを結合定数とすれば、Hamiltonian は次式のようになる。

$$H = H_o + H_I = \hbar\omega a^\dagger a + m\hbar\omega b^\dagger b + \hbar g(b^\dagger a^m + b a^{\dagger m}) \tag{1}$$

相互作用の hamiltonian は、$H_I = \hbar g(b^\dagger a^m + b a^{\dagger m})$ であり、従って、相互作用表示で、t 秒後の波動関数は、次式のように書ける。

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-\frac{iH_I t}{\hbar})|\psi(0)\rangle \tag{2}$$

この論文では、m 個の photon が down convert される過程を、parametric dopwn conversion の過程の一般化として見做すことができる。そこで、初期条件として、single mode は真空であり、pump mode を coherent state$||\beta_0|e^{i\phi_b}\rangle$ とする状態と見做す。つまり、

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n|0\rangle|n\rangle, \quad where\ b_n = e^{-|\beta_0|^2}\frac{||\beta_0|^n}{\sqrt{n!}}e^{in\phi_b} \tag{3}$$

とあらわせる。このとき、t 秒後の波動関数は、次式のように書ける。

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sum_{k=0}^{n} c_{mn,k}(t)|mk, n-k\rangle, \quad where\ c_{mn,k}(t) = \langle mk, n-k|\exp(-\frac{iH_I t}{\hbar})|0, n\rangle \tag{4}$$

よって、signal mode の位相角がθ_a、pump mode の位相角がθ_bであるとき、その角度分布は結果として下式のようになる。

$$P(\theta_a, \theta_b) = \frac{1}{4\pi^2}|\sum_{n=0}^{\infty}|b_n|\sum_{k=0}^{n} c_{mn,k}(t)\exp(-i(mk\theta_a + (n-k)\theta_b + k(m\phi_a - \phi_b)))|^2 \tag{5}$$

つまり、この値は phase の差としては、$m\phi_a - \phi_b$のみに依存する量であることが分かる。

次に、古典的な squeezed state に対しての位相角θ_a—、θ_bについての関数を求めれば、結果は、

$$P_{class}(\theta_a, \theta_b) = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{n,n'=0}^{\infty}|b_n||b'_n|\sum_{k=0}^{n}\sum_{k'=0}^{n'} c_{mn,k}(t)c^*_{mn',k'}(t)F(mk, mk')F(n-k, n-k')e^{-i(m(k-k')\theta_a + (n-k-n'+k')\theta_b + (k-k')(m\phi_a - \phi_b))} \tag{6}$$

をえる。ここで、$F(n,k) = \frac{\Gamma(\frac{n+k}{2}+1)}{n!k!}$である。