down converter の Zeno 効果について

1995 年度入学　0081　東 武大

平成 10 年 10 月 8 日

1 Zeno effect in Parametric Down-Converter

この論文で問題にしている Zeno 効果とは、自発的パラメトリックダウンコンバーターにおいて光子がいつどの時間に放出したかを推測しようとしたときに、光子の放出が禁止されることをいう。まず、下図のように長さ L の非線形結晶を考える。

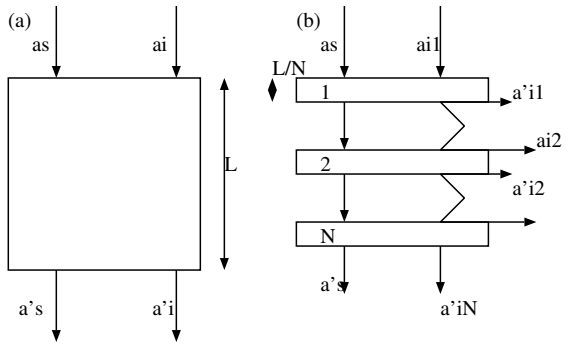

図 1: 右:左側を、光子の放射の時間を仮定して修正したモデル

左側の場合では、Hamiltonian は、$H = \hbar g(a_s^\dagger a_i^\dagger + a_s a_i)$ とする。(ここで、s,i はそれぞれ signal beam と idler beam をあらわす。) ここで、相互作用にかかった時間をτとすれば、output の状態は次のようにかける。

$$a_s' = \mu a_s + \nu a_i^\dagger \quad where \quad \mu = \cosh g\tau, \nu = -i\sinh g\tau \tag{1}$$

output 状態で signal photon が n 個放出される確率は、Bose-Einstein 分布に従うので、

$$P_s(\mu) = \frac{1}{\mu^2}(\frac{\mu^2-1}{\mu^2})^n \tag{2}$$

となる。このとき、光子の平均放出数は、$\mu^2 - 1$ であり、とくに $g\tau \ll 1$ であるときは、一つの photon が放出される確率は、

$$P_s(1) = \langle a_s'^\dagger a_s' \rangle = (g\tau)^2 \tag{3}$$

を得る。

一方、signal photon の放出がいつ起こったかを推測するために、右図のような仮定をしいている。今度は、down converter を N 等分している。つまり、図のようにそれぞれの結晶の片のあとに鏡を置いて idler beam$\bar{a}_{ik}'$を除去して、新しい idler fielda_{ik}を導入している。このとき、$\bar{\mu} = \cosh g\Delta\tau, \bar{\nu} = -i\sinh g\Delta\tau$であるとして、output state では、

$$\bar{a}_s' = \bar{\mu}^N a_s + \bar{\nu}\sum_{k=1}^{N} \bar{\nu}^{N-k} a_{ik}^\dagger \tag{4}$$

そうすれば、同様にして分布は Bose Einstein 分布に従うから、一つの photon が放射される確率は、

$$\bar{P}_s(1) = \frac{(g\tau)^2}{N} \tag{5}$$

このように、N を増やせば光子の平均放出数は減少するので、これは、いつ光子が放出されたかを推測して考えた時に、光子の放出数が減少する Zeno effect を表している。このとき、N 個の放射は互いにコヒーレントであり、その結果は、確率振幅の重ね合わせの原理によるものである。

この論文では Zeno effect を表す上でもう一つ例をあげている。b を複素振幅演算子とする。つまり Kerr 型の相互作用をしているとして、その Hamiltonian は次式で書けるとする。

$$H = \hbar g(a_s^\dagger a_i^\dagger + a_s a_i) + \hbar k a_i^\dagger a_i b^\dagger b \tag{6}$$

同様に L を結晶の長さ、τを相互作用の時間とする。このとき、output の single mode の演算子は、$a\bar{a}_s' = a_s - g\tau \frac{e^{ik\tau b^\dagger b}-1}{k\tau b^\dagger b} a_i^\dagger$ であり、従って、光子の放出数の期待値は

$$\bar{P}_s(1) = (g\tau)^2 \langle\phi| \frac{\frac{\sin^2(k\tau b^\dagger b)}{2}}{(\frac{k\tau b^\dagger b}{2})^2} |\phi\rangle \tag{7}$$

とかける。この場合についても、Zeno 効果、つまり、いつ光子の放出が起こったかを推測するために field $|\phi\rangle$ を強い輝度を持った場であるとすれば、一つの photon が放出される確率は 0 となる。ここでも、Zeno 効果が現れているといえる。