前前回の宿題に関する考察、及び前回の訂正

1995 年度入学　0081　東 武大

平成 10 年 11 月 17 日

1　三酸化沃素リチウムの性質

薮崎研の所有している $LiIO_3$ の性質について、以下の事柄が分かった。以下のデータは、Springer Verlag 社の 'Handbook of Nonlinear Optical Crystals' から得た情報である。

- 点群対称性 = $6(C_6)$、従って Bravais lattice は六方晶系であり、一軸結晶である
- 屈折率の Sellmeier 方程式:

$$n_o^2 = 3.4132 + \frac{0.0476}{\lambda^2 - 0.0338} - 0.0077\lambda^2 \tag{1}$$

$$n_e = 2.9211 + \frac{0.0346}{\lambda^2 - 0.0320} - 0.0042\lambda^2 \tag{2}$$

  ここで、波長λの単位は [μ m] である。

- 結晶の主軸 (つまり Barvais 格子の c 軸) とレーザーの伝播方向とのなす角 (波長$\lambda = 0.351\mu m$ にたいして):

$$type\ I\ : \theta_{pm} = 51.78deg \tag{3}$$

- 結晶の損傷敷居値は低い値となっており高出力の実験には使えない。

この結晶については、以下の点が分からなかった。

- 古結君のレポートした論文にあるように ordinary 光と extraordinary 光が 2 つの円錐を成す時に、重なっているところが何度離れているか

2　結晶購入について

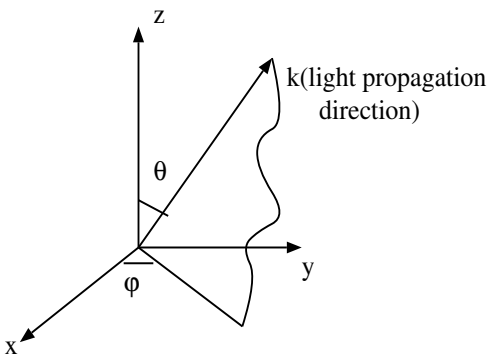
私たちが本実験で購入しようとしている BBO 結晶は、一軸結晶であり、その点群対称性は $3m$、つまり三方晶系である。これについて購入に際し必要なパラメーターは、$\theta_{pm} = 50\,^\circ$、$\phi = 30\,^\circ$ 程度である。ここで、θ_{pm}とは結晶の主軸 (即ち c 軸) と pump 光の伝播方向 (下図の k方向) のなす角である。

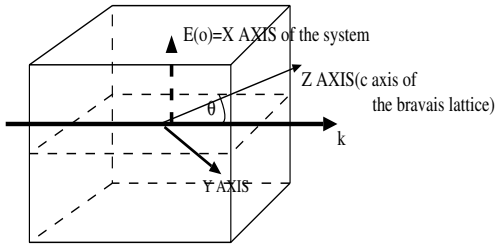
また、この座標軸は polar coordinate system と呼ばれるものであり、θの値を変化させても、結晶の **ordinary beam** の偏光の向きは固定されている。この座標系では **o-beam** の偏光の向きをもって **x** 軸とする。

この件について分からなかったことは、どうして $LiIO_3$のような $6 = C_6$対称性では物理がϕに依存しなく、BBO のような $3m = C_{3v}$対称性であればϕに依存した物理を持つのかということである。

3　二軸結晶の位相整合角について

これは、私の力では導出の仕方は分からず、例の Handbook にあったデータを引用するのみである。これによって、それぞれの平面に対する type I、type II ごとの位相整合角を得る。





Reamrk!! The polarization of the extraordinary beam is dependent on the value of \theta. Y AXIS in the polar plane system is defined as being parpendicular to X and Z AXIS.

以上、11/16 発表分　文責:95-0081 東 武大

以下、前回のレポートの訂正について

4　結晶軸の定義の、前回のレポートの欠陥

前回のゼミで明らかになったように、先週の私の述べた定義では$\phi = 90°$以外にとりようがなくなってしまうという問題点が生じた。この点は結晶業者が$\phi = 30°$と指定した点と明らかに矛盾する。あの後考察を加えて、分かったところまでを記述する。他だし、今のところはまだ分かっていないところも多くある。

まず、問題点は前回、この座標系では **o-beam** の偏光の向きをもって **x** 軸とすると述べた点にある。特別な場合ではこれは正しいが、一般に言える事柄ではない。一般に非線形結晶の場合は 2 次まででは

$$U \propto \epsilon_{xx}E_{xx}^2 + \epsilon_{yy}E_{yy}^2 + \epsilon_{zz}E_{zz}^2 + 2\epsilon_{xy}E_xE_y + 2\epsilon_{yz}E_yE_z + 2\epsilon_{zx}E_zE_x \tag{4}$$

である。そこで、polar coordinate system の定義は、上記の二次形式を直交化するように座標軸をとり直した系、即ち屈折率を用いて

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \tag{5}$$

となるような系である。特に単軸結晶では$n_x = n_y = no$、$n_z = n_e$である。このことは、特に何も電場がかかっていない系であれば正しく、従って前回述べたことはそのまま成り立つ。

しかし、電場のような外力による効果が現れればこの座標軸を回転させる必要が生じる。$r_{ij}[\mathrm{m/V}]$ を Pockels 定数として、電場の効果

$$\delta(\frac{1}{n^2})_i = r_{ij}E_j \tag{6}$$

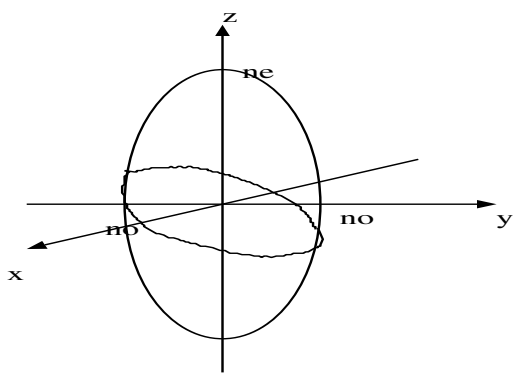
が生じる。($\delta(\frac{1}{n^2})_i$は電場による屈折率のずれ) その結果、特に対称性が $3\mathrm{m}(=C_{3v})$ である結晶では、

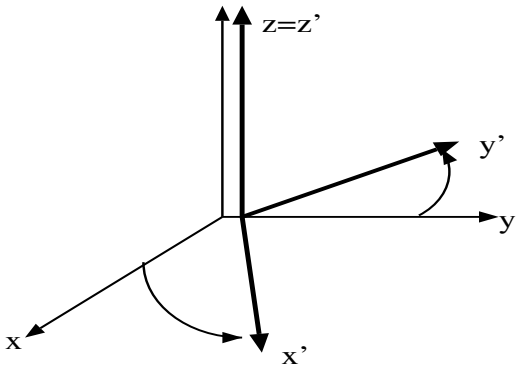
$$(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_y + r_{13}E_z)x^2 + (\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_y + r_{13}E_z)y^2 + (\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_z)z^2 - 2r_{22}E_xxy + 2r_{51}E_yyz + 2r_{51}E_xzx = 1 \tag{7}$$

が成立する (特に BBO 結晶では$r_{33} = 0$ である)。後は、この二次形式を対角化するように適当な角度で座標軸を回転させれば良い。つまり、次式のような座標変換を施す。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{8}$$

そうすればパラメーターϕは物理的な意味を持つ。





以下の考察で分からなかった点は、このことから何故$\phi = 30°$であることが言えるのかと言う点である。$\phi = 30°$としてうまくいく状況として、電場を結晶の主軸方向にのみかけた状況が考えられる。即ち $E_x = E_y = 0$ であるとして、楕円体は次式のように変形する。

$$\frac{x^2 + y^2}{n_0^2(1 - \frac{1}{2}n_0^2 r_{13}E_z)^2} + \frac{z^2}{n_e^2(1 - \frac{1}{2}n_e^2 r_{33}E_z)^2} = 1 \tag{9}$$

しかし、これだと任意の角度の主軸回りの回転についても上式を満たしてしまい、$\phi = 30°$となる説明にならない。よって、今のところは納得のいく説明は私は分かっていない。