

令和5年度 課題研究 P3
KUANS の熱中性子を用いた中性子スピンに関する実験

伊地知俊大 伊東夏希 佐藤太陽 深谷龍佑 松田和樹 森田隆介
柳井祥吾

2024年10月2日

目次

1	Introduction	2
1.1	目的	2
2	理論	3
2.1	反転率の計算	3
2.2	振動磁場のままに解いた場合	3
2.3	フリップパーコイル	3
2.4	ビームの角度について	4
2.5	中性子ミラー	4
2.6	磁場中における中性子スピンの振る舞い	6
2.7	ガイド磁場について	8
3	実験装置	9
3.1	KUANS	9
3.2	実験装置概要	10
3.3	スピNFLリッパー	11
3.4	中性子検出器	11
3.5	ガイド磁場コイルについて	12
3.6	ミラーホルダー	14
4	実験	19
4.1	セッティング	19
4.2	測定	20
5	解析	22
5.1	反転率を算出するための波長範囲の決定	22
5.2	反転率計算	22
5.3	結果	27
6	考察	27
6.1	ある波長範囲における反転率の計算について	27
6.2	波長範囲を狭めた場合	28
7	今後の展望	29
8	謝辞	29

1 Introduction

1.1 目的

本実験は、先行研究である 2016 年度、2019 年度の P3 中性子スピン干渉実験で系全体にかけているガイド磁場の低減について、ガイド磁場を小さくした際のフリッパーコイルの周波数とスピン反転率の関係からスピン干渉実験で使用可能なガイド磁場の最低値を決定することを目的とした。後の章で説明するように、あるガイド磁場に対してフリッパーコイルの周波数とスピン反転率の関係を示すグラフでは、ガイド磁場の低減に伴い、ピークの幅が広がることが予想される。加えて、2019 年度に測定が実現しなかった地磁気を含めた環境磁場の影響が反転率に現れることも期待できる。反転率の測定と理論値のずれを観測し、ガイド磁場の最低値を決定する。この実験は、各ガイド磁場で高いスピン反転率を示すフリッパーコイルの周波数特性と理論値とのずれの大きさを得て、過去の実験で目的としていた地磁気の測定などスピン干渉実験を発展させる材料となることを期待するものである。また、2016 年度 P3 課題研究ではガイド磁場コイルに印加した電流が大きく、ファン機材による冷却を要した。そうした事情も踏まえ、ガイド磁場の低減が必要であった。

2 理論

2.1 反転率の計算

参考文献 [2] によると、鉛直方向に一樣な磁場 B_z がかけられている領域の一部で、さらに水平方向の振動磁場 $B_r \cos(\omega_r t)$ が加えられている系における、入射中性子のスピン反転率を計算することができる。2.5 で後述の磁場中のスピンのふるまいによれば、磁場中の Schrodinger 方程式は、

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V_{mag}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、

$$V_{mag} = -\vec{\mu}_n \cdot \vec{B} \quad (2)$$

このハミルトニアンを対角化するようなユニタリ変換を用いることで、フリッパーでのスピン反転率は以下のようにあらわすことができる。

$$P(up - down) = \frac{(\omega_r)^2}{(\omega_A)^2} \sin^2(\omega_A d/v) P(down - up) = \frac{(\omega_r)^2}{(\omega_A)^2} \sin^2(\omega_A d/v) \quad (3)$$

ここで、

$$\epsilon = \frac{\omega_s - \omega_z}{2} \omega_A = (\epsilon^2 + (\omega_r)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

v は中性子の速度である。

2.2 振動磁場のままに解いた場合

参考文献 [3] によると、振動磁場のときのスピン反転率は、回転磁場のときのスピン反転率のガイド磁場と振動磁場の振幅に、以下のような実効的な磁場を代入することで求められる。いずれの場合も共鳴条件を満たす。

$$B_z^* = B_z \left(1 - \frac{B_r^2}{16B_z^{*2}} \right) \quad (5)$$

$$B_r^* = \frac{B_r}{2} \quad (6)$$

B_z^* に比べて B_r が十分に小さいとき、 $B_z^* = B_z$ となり、振動磁場として解いたときのスピン反転率と回転磁場として解いたときのスピン反転率が一致する。 B_z と B_z^* のずれは B_r と B_z^* の比の二乗に比例する。

2.3 フリッパーコイル

振動磁場を作ることで、発生した偏極した中性子のスピンを分解する役割をする。コイルに高周波電流を流し、高周波磁場を作り出すソレノイドコイルのことである。振動磁場の大きさによってフリップする角度を調整することができる。

スピン反転率の導出ビームが領域 1 から入射し、フリッパーコイルが作る振動磁場のかかっている領域 2 を通過する。各領域には z 方向に一樣磁場 B_z がかけられているものとする。領域 2 では、 x 方向に振動磁場 $2B_r \cos \omega_r t$ がかかっている。以下で磁場中の Schrödinger 方程式を解くことによりスピン反転率を計算する。

一様磁場中に RF スピンフリップパー二つとシフトコイル一つが置かれた状況を考える。系はかけられる磁場によって7つ領域に分けられている。以下の図のように全体に Z 軸方向に一様磁場 B_z がかけられ、それに加えてスピンフリップパーのある領域 2,6 に X 方向の振動磁場 $2B_r r \cos \omega_s t$

2.4 ビームの角度について

中性子磁気スーパーミラーは角度一度未満、波長 3 \AA 以上で入射した中性子しか反射できない。したがって目的のspin上向きの中性子を得るためには、ミラーで反射した中性子と反射していない中性子を分離する必要がある。

2.5 中性子ミラー

中性子ミラーでは、膜の厚さを少しずつ変化させた多層膜により、全反射と Bragg 反射の性質を利用して、入射した中性子のうち、上向きspin状態のみを選択的にとりだすことができる。

■物質による中性子の屈折 冷中性子では、中性子の波動性が良く現われる。まず、冷中性子の示す光学現象の屈折率を見る。平面波 e^{ikz} で表される中性子が厚さ l の物質を通過するとする。このとき $\lambda \gg l$ と仮定する。中性子の物質に対する屈折率 n とする。このとき

$$\exp(inkl + ik(z - l)) = \exp(ikz) \exp(ikl(n - 1)) \quad (7)$$

と表すことが出来る。一方中性子の透過波は入射波と物質中の原子核で散乱された干渉性散乱波との重ね合わせによって表される。

$$\exp(ikz) - 2\pi l N_0 b_{coh} \int_0^\infty \exp(ikr) \frac{y}{r} dy \quad (8)$$

(N_0 : 物質の原子数密度、 b_{coh} : 物質の干渉性散乱長)

と書ける。 $r^2 = x^2 + y^2$ より上式の第二項は

$$\exp(ikz) - 2\pi l N_0 b_{coh} \int_z^\infty \exp(ikr) dr \quad (9)$$

ここで

$$\int_z^\infty \exp(ikr) dr = \lim_{p^2 \rightarrow 0} \int_z^\infty \exp(ikr) \exp(-p^2 r) dr = -\frac{\exp(ikz)}{k} \quad (10)$$

なので

$$\exp(ikz) \exp(ikl(n - 1)) = \exp(ikz) \left(1 - i \frac{2\pi l N_0 b_{coh}}{k}\right) \quad (11)$$

l は十分に小さいので

$$\exp(ikz) \exp(ikl(n - 1)) \simeq \exp(ikz) (1 + ikl(n - 1)) \quad (12)$$

のように近似できる。よって

$$n = 1 - \frac{2\pi N_0 b_{coh}}{k^2} \quad (13)$$

のように表せる。物質中での波数を k' とすると、屈折率の定義式 $n = \frac{k'}{k}$ より

$$1 - n^2 = \frac{4\pi N_0 b_{coh}}{k^2} \quad (14)$$

物質を1次元ポテンシャルとして考えるとき、エネルギー保存 $k^2 - k'^2 = 2mV/\hbar^2$ を用いて、中性子に対する平均ポテンシャル V_{nucl} は、

$$V_{nucl} = \frac{2\pi\hbar^2 N_0 b_{coh}}{m_n} \quad (15)$$

強磁性体内では物質の磁化 B により、磁気ポテンシャル $V_{mag} = -\mu_n \cdot B$ が存在するから、中性子に対する磁化が飽和した強磁性物質の光学ポテンシャル V_{op} は、

$$V_{op} = V_{nucl} + V_{mag} = \frac{2\pi\hbar^2 N_0 b_{coh}}{m_n} - \mu_n \cdot B \quad (16)$$

となる。

■中性子ミラー シリコン基板に金属を一層蒸着させた中性子ミラーを考える。中性子の入射角を θ として、1次元のモデルで考える。単層膜をミラーに垂直な方向での1次元ポテンシャルと考える。入射見込み角 θ で平面波が入射するとして、Snellの法則から臨界角 θ_c を用いると、全反射の条件は

$$n \leq \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_c\right) \cos \theta_c \quad (17)$$

屈折率の定義式 $n = k'/k$ 、エネルギー保存 $k^2 - k'^2 = 2mV/\hbar^2$ から

$$n^2 = 1 - \frac{2mV}{\hbar^2 k^2} \leq \cos^2 \theta_c \quad (18)$$

ゆえに全反射が起きるための入射エネルギー E の条件は

$$E \sin^2 \theta \leq E \sin^2 \theta_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \sin^2 \theta_c \leq V_{op} \quad (19)$$

ミラーの光学ポテンシャルは前節より V_{nucl} を定数としてみると

$$V^\pm = V_{nucl} \pm |\mu_n| B \quad (20)$$

と表せるから、

$$V^- < E \sin^2 \theta < V^+ \quad (21)$$

を満たすエネルギーの中性子を用いて、スピン上向きの中性子を分離することが出来る。このとき、スピン上向きの中性子は、全反射し、スピン下向きの中性子はほとんどが透過する。

ここで、入射平面波の波数ベクトルを k_0 、ミラー面に垂直な方向の波数成分を $k_{0\perp} = |k_0| \sin \theta$ とすると、入射領域0、膜の領域1、基板領域2でのミラー面に垂直な方向のSchrödinger方程式は

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx} \psi_\perp(x) + V_{op}(x) \psi_\perp(x) = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m} \psi_\perp(x) \quad (22)$$

前節から、ミラー面の垂直な方向に関しては連続した1次元矩形ポテンシャルとみなすことができ、 $k_{0\perp}^2 - 2mV_j/\hbar^2 = n_j^2 k_0^2 = k_j^2$ とすると、j番目の層内の法線方向の波動関数は次式を満たす。

$$\left(\frac{d^2}{dx} + k_j^2\right) \psi_j = 0 \quad (23)$$

境界条件を満たすように解くと、反射率 R 、透過率 T はそれぞれ、

$$R = 1 - 4k_1^2 k_0 k_2 k_1^2 (k_0 + k_2)^2 + (k_0^2 - k_2^2) (k_2^2 - k_1^2) \sin^2(k_1 d)^{-1} \quad (24)$$

$$T = 4k_1^2 k_0 k_2 k_1^2 (k_0 + k_2)^2 + (k_0^2 - k_1^2)(k_2^2 - k_1^2) \sin^2(k_1 d)^{-1} \quad (25)$$

ミラーのポテンシャルよりもエネルギーの低い長波長の中性子はミラーで全反射され、それよりもエネルギーの高い短波長の中性子は屈折して膜の領域に入り込む成分も存在する。反射率の正弦関数の部分に着目すると、反射率が高い、言い換えると中性子が強め合う条件は、

$$2d = (N + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_1}{\sin \theta} \quad (26)$$

ただし、 N は負でない整数、 $\frac{\lambda_1}{\sin \theta}$ は膜領域での中性子波長のミラー面に垂直な方向成分。多層膜ミラーの場合も同様に考える。

2.6 磁場中における中性子スピンの振る舞い

この実験では、磁場 B と中性子磁気モーメント μ_n の相互作用を利用して中性子スピンの偏極や分波などの制御を行う。相互作用 V_{mag} は

$$\begin{aligned} V_{mag} &= -\mu_n \cdot B \\ &= -\mu_n \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

と表される。上式での $\boldsymbol{\sigma}$ はパウリ行列で、

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

とした。

2.6.1 垂直静磁場中でのスピンの振る舞い

まず、 $0 \leq x \leq L$ で z 軸方向に磁場 B がかかっている場合を考える。簡単のために磁場の向きは z 軸方向とする。この時、

$$V_{mag} = \begin{cases} +|\mu_n|B_z & (|z+\rangle) \\ -|\mu_n|B_z & (|z-\rangle) \end{cases} \quad (29)$$

のように、スピンの向きが上向きの場合と下向きの場合とで相互作用に差が生じ、この差を利用して中性子を制御する。

シュレーディンガー方程式を解くと、入射振幅を 1 とした時の反射振幅 R と透過振幅 T はそれぞれ

$$\begin{aligned} R &= \frac{i(k'^2 - k^2) \sin k' L}{\sqrt{4k^2 k'^2 \cos^2 k' L + (k'^2 + k^2) \sin^2 k' L}} e^{i\Delta\phi} \\ T &= \frac{2k'k}{\sqrt{4k^2 k'^2 \cos^2 k' L + (k'^2 + k^2) \sin^2 k' L}} e^{i\Delta\phi} e^{-ikL} \\ \tan \Delta\phi &\equiv \frac{k'^2 + k^2}{2k'k} \tan k' L \end{aligned} \quad (30)$$

となる。ここで、中性子の質量を m_n 、入射運動エネルギーを K とし、

$$K = \hbar^2 k^2 / m_n, \quad K - V = \hbar^2 k'^2 / m_n \quad (31)$$

とした。また、一般に中性子スピン干渉実験において、磁場と中性子磁気モーメントの相互作用によるポテンシャルの大きさは熱中性子の運動エネルギーと比べて十分小さく、 $K \gg V$ を満たしている。

$K \gg V$ の時、 $V = \hbar\omega$ 、 $K = m_n v^2/2$ とすると、

$$k' = \sqrt{\frac{2m_n(K - V)}{\hbar^2}} \simeq k - \omega/v \quad (32)$$

で、 $k'/k = \sqrt{1 - V/K} \sim 1$ 、 $k/k' \sim 1$ となる。これより $\tan \Delta\phi \simeq \tan k'L \Rightarrow \Delta\phi \simeq k'L$ で、したがって

$$R \simeq 0 \quad (33)$$

$$T \simeq e^{i\Delta\phi} e^{-ikL} \simeq e^{-i(k-k')L} \simeq e^{-i\omega L/v} \quad (34)$$

これらより、 $K \gg V$ の時はほとんど反射波は0で、透過波で位相が変わるのみとなる。よって、ポテンシャル入口での波動関数を ϕ_{in} 、出口での波動関数を ϕ_{out} とすると、

$$\phi_{out} = T\phi_{in} \simeq e^{-i\omega L/v} \phi_{in} \quad (35)$$

の関係が成り立つ。

$$|z+\rangle_{out} \simeq e^{-i\omega L/v} |z+\rangle_{in} \quad (36)$$

$$|z-\rangle_{out} \simeq e^{+i\omega L/v} |z-\rangle_{in} \quad (37)$$

となり、 a 位相差が生ずる。これを用いて中性子スピンの制御を行う。

2.6.2 垂直静磁場によるスピン期待値の回転

まず入射する中性子のスピンは以下のように表される。

$$\phi_{in} = \begin{pmatrix} e^{-i\phi} \cos \theta \\ e^{i\phi} \sin \theta \end{pmatrix} \quad (38)$$

スピン演算子は

$$\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \quad (39)$$

なので、スピン期待値は

$$\langle S_x \rangle_{in} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \sin 2\theta \cos 2\phi \quad (40)$$

$$\langle S_y \rangle_{in} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \sin 2\theta \sin 2\phi \quad (41)$$

$$\langle S_z \rangle_{in} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \cos 2\theta \quad (42)$$

となる。磁場領域の出口において、前節より、

$$\psi_{in} = \begin{pmatrix} T_{z+} e^{-i\phi} \cos \theta \\ T_{z-} e^{i\phi} \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i(\phi + w_z L/v)} \cos \theta \\ e^{i(\phi + w_z L/v)} \sin \theta \end{pmatrix} \quad (43)$$

となるので、 $\phi \rightarrow \phi + w_z L$ として、

$$\langle S_x \rangle_{out} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \sin 2\theta \cos(2\phi + 2w_z L/v) \quad (44)$$

$$\langle S_y \rangle_{out} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \sin 2\theta \sin(2\phi + 2w_z L/v) \quad (45)$$

$$\langle S_z \rangle_{in} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \cos 2\theta \quad (46)$$

これはスピン期待値が磁場 (z 軸) 回りに回転していることを意味する。この時、 $2\omega_z$ を Larmor 振動数と呼ぶ。

2.7 ガイド磁場について

中性子スピン干渉実験では、実験装置内での中性子のスピン偏極を保つためにガイド磁場を一様に印加する。通常、地磁気やミラーからの漏れ地場によるスピンの反転を防ぐため、それらを見捨てる程度に十分大きいガイド磁場が用いられる。

3 実験装置

3.1 KUANS

今実験は、京都大学理学部 5 号館東棟の KUANS(Kyoto University Accelerator-driven Neutron Source) の中性子ビームを用いて実験を行った。

3.1.1 加速器について

KUANS に設置されている陽子線形加速器ではパルス状の 3.5 MeV 陽子ビームを生成することができる。今実験では、パルス幅 60 μs , 繰り返し周波数 100 Hz のパルスビームを利用した。

加速器からの陽子ビームを Be ターゲットに当てて熱中性子を生成する。ターゲットで生成した中性子はエネルギーが高いため、熱中性子領域まで減速するためポリエチレンおよびメシチレンの減速材を用いている。また、減速された中性子は減速材表面全体からあらゆる方向に放出されているため、中性子取りだし孔の方向でより多く取り出せるように黒鉛ブロックの反射体が設置されている。本実験では、このように生成された中性子ビームを幅 5 mm にコリメートして実験に利用した。

3.1.2 TOF 法

本実験では、中性子の波長やエネルギー分布を求めるために TOF(Time of Flight) 法を用いている。TOF 法とは中性子が中性子源から検出器まで到達するのにかかる時間から中性子の速度を求め、波長やエネルギー分布を求める手法である。中性子の飛行時間を正しく計測するためには中性子が生成された時刻を知っておく必要があるため、中性子ビームはパルス状のものを用いている。本実験では時間解析装置より中性子の飛行時間を計測している。

式を用いると次のように中性子の飛行時間から波長やエネルギーが求まる。

$$t = \frac{L}{v} = \begin{cases} \frac{m_n L \lambda}{h} \\ L \sqrt{\frac{m_n}{2E}} \end{cases} \quad (47)$$

3.1.3 LiM によるフラックス規格化

加速器から取り出される熱中性子の強度は、加速器の出力やコンディションによって常時変動する。そこで、本実験では中性子源直後の中性子強度を測定し、その計数でスピン反転後の中性子を検出する HeM の計数を規格化した上で解析を行った。

中性子源の強度測定は減速材後ろに置かれた ^6Li 比例計数管 (LiM) によって行った。本実験中の LiM 計数の時間変化を図 1 に示す。加速器停止・再開直後の出力が不安定な時期を除いても最大で 40% 程度の強度変動が生じている。

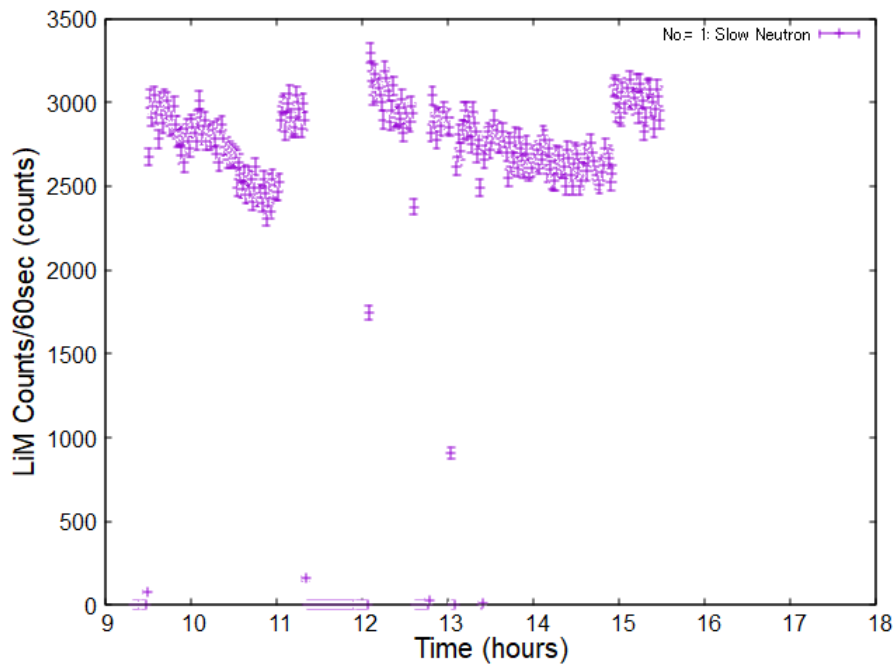


図 1: 本実験日の LiM カウント数変化

3.2 実験装置概要

加速器以降の実験セットアップの概要図を図 2 に示す。

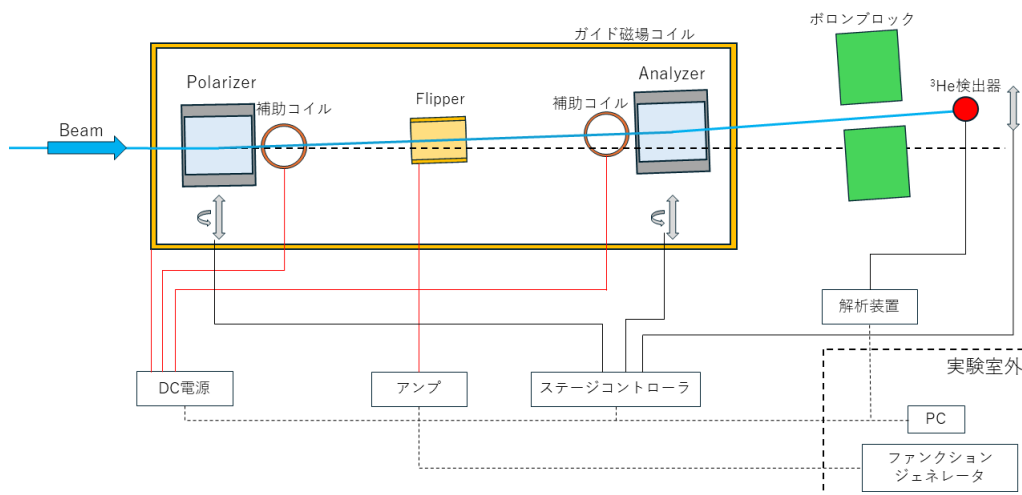


図 2: 実験装置セットアップ概要

図中に示されている主要な装置について以下で説明する。また、実験装置中を中性子が飛行する向きを x 軸

正、鉛直上向きを z 軸正とする。一般的な加速器実験ではビーム方向に z 軸を取る場合が多いが、今回はスピンの量子化軸を z 方向とするため、このような座標の取り方をしている。

■Polarizer (上流コイル) 入射した中性子のうち、 z 成分について上向きのスピンを持つ中性子のみを選択的に反射する。中性子ミラーの原理については 2.5 節で述べた。本実験では反射角が 0.75° となるようにセットアップを行った。反射された中性子と反射されなかった中性子には 1.5° だけ異なる角度へ飛行し、空間的に分離される。

■Flipper z 方向に偏極した中性子に x 方向の振動磁場を印加し、スピン方向を反転させる。振動磁場とフリッパーコイル上の z 軸方向磁場の大きさによってスピンの反転確率が変化する (2.3 節参照)。

■Analyzer (下流コイル) 上流ミラーと同様に、 z 軸上向きのスピンを持つ中性子のみを反射する。反射条件は上流ミラーと同様だが、反射面の裏側に Gd が塗布されており、反射されなかった中性子はミラーを透過せず吸収されるようになっている。

■ガイド磁場コイル 上流ミラー～下流ミラー間に鉛直下向きの一様な磁場を印加し、飛行中のスピン偏極を維持する。詳細については 3.5 節で述べる。

■補助コイル 中性子ミラー内の永久磁石による漏れ磁場の影響を補正するため、中性子ミラー付近に補助コイルを設置している。漏れ磁場の補正の詳細は 3.6 節で説明する。

■ ^3He 検出器 上流ミラー・下流ミラーの両方で反射された中性子のみを検出する位置に検出器を設置している。加速器本体から飛来する放射線や、ミラーで反射されなかった中性子が検出されるのを防ぐため、周囲をボロンブロックで遮蔽している。

3.3 スピントリッパー

スピントリッパーは、入射中性子のスピン Up と Down を重ね合わせる役割をするソレノイドコイルのことである。 Z 軸 (地面と垂直な方向) に偏極したスピンを回転させるために X 軸方向に交流磁場を加印する。コイルに高周波電流を流すことによって高周波数磁場を作り出しスピンをフリップさせる。振動磁場は、 $B_r \ll B_z$ のとき、振動磁場を回転磁場として近似できる。

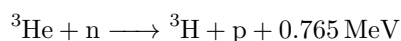
3.4 中性子検出器

スピン反転率を測定するためには中性子を計数する必要があるが、中性子は電荷を持たないため直接検出することは難しい。そのため、強い相互作用を用いた反応により発生した二次荷電粒子を検出することで間接的に中性子を検出する。今回の実験では、 ^3He ガス比例計数管を用いる。

■ ^3He ガス比例計数管の仕組み 検出器は円筒形をしており、中には ^3He ガスが封入されている。中心のワイヤを陽極、接地された容器の内壁を陰極として、高電圧がかけられている。

■ ^3He ガス比例計数管において中性子が検出される流れ

1. 熱中性子が検出器に入ると、 $^3\text{He} (n,p) ^3\text{H}$ 核反応が起こる。



2. 生成された陽子と ^3H (トリチウム) が核反応のエネルギー 0.765MeV を受けて運動し、 ^3He ガスをイオン化する。
3. イオン化された ^3He ガスは陽極-陰極間にかけて電場によって、外部に電気信号として取り出される。

3.5 ガイド磁場コイルについて

中性子のスピン偏極を維持するためには、スピン方向と同じ向きに磁場を印加する必要がある。また、スピン反転を起こすためフリッパーコイルで振動磁場をかけたとき、スピン反転率が最大となる共鳴周波数の数値は、フリッパーコイル上に印加されたガイド磁場の大きさによって変化する。従って、正確な中性子スピン干渉実験のためには、2つの中性子ミラー間に均一な磁場を印加し、磁場の大きさを外部から正確に制御できるコイルを用意する必要がある。

3.5.1 磁場のシミュレーション

本実験前にガイド磁場コイルが作り出す磁場を推測するため、シミュレーションを行った。計算には2次元静磁場シミュレーションソフト SATE を利用した。

SATE で xy 平面上の z 軸方向磁場の様子をシミュレーションした結果を図3に示す。中性子ビームが通過する中心部に均一な磁場が発生していることがわかる。ミラーが設置されている $x = -0.7\text{m} \sim 0.7\text{m}$ の領域について、磁場の大きさの変化は5%未満である。

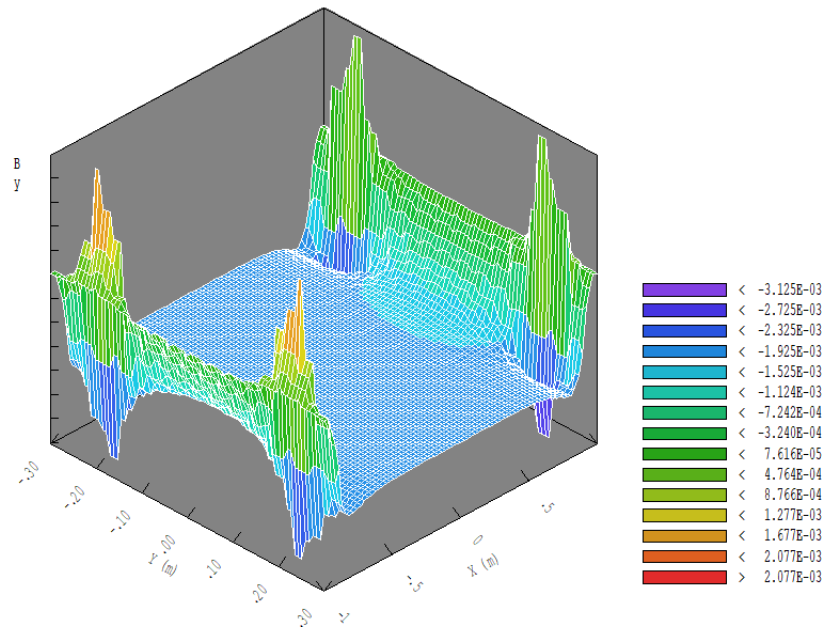


図3: ガイド磁場コイルのシミュレーション結果

3.5.2 ガイド磁場コイルの較正

ガイド磁場 B_z はガイド磁場コイルにかかる定電流の大きさによって制御する。本実験前にガイド磁場コイルにながした定電流値（以下、ガイド電流 I_z ）に対応するガイド磁場を測定し、その結果を最小二乗法を用いて一次関数フィッティングした。ガイド電流値を変えながらフリッパーコイル中心で測定した z 方向（鉛直下向き）のガイド磁場の結果を表 1 に示した。表 1 の結果を

$$B_z = aI_z + b \quad (48)$$

として一次関数でフィッティングした結果を図 4 に示した。ここでガイド磁場の誤差は、測定器の有効数字による系統誤差である。傾き、切片の誤差をそれぞれ σ_a 、 σ_b とし、図 4 で表示しているフィッティング結果は表 2 に示した通りである。

表 1: ガイド電流に対するガイド磁場の測定値

ガイド電流 (設定値)	ガイド磁場 (測定値)
I_z [A]	B_z [mT]
4.96	1.14
4.50	1.01
4.03	0.90
3.45	0.76
2.99	0.66
2.53	0.54
1.95	0.41
1.48	0.30
1.00	0.19
0.47	0.07
0.00	-0.04

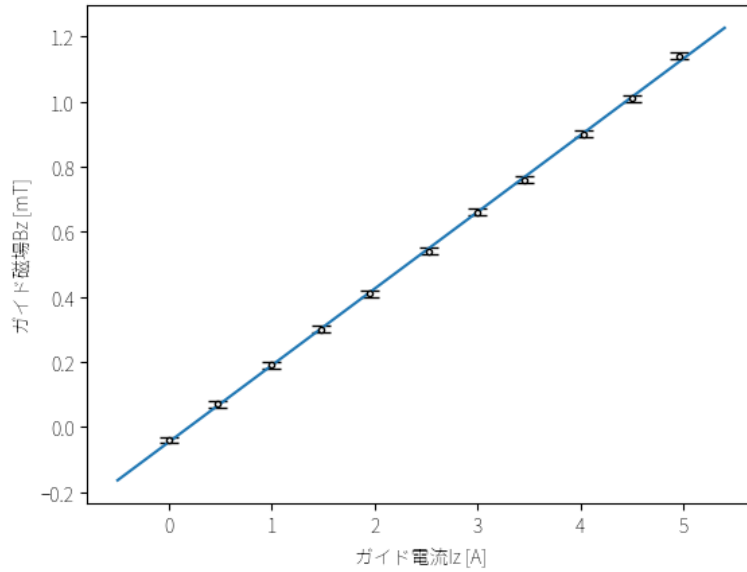


図 4: ガイド電流に対するガイド磁場

表 2: ガイド磁場コイル較正の傾きと切片

傾き a [mT/A]	傾き誤差 σ_a [mT A ⁻¹]	切片 b [mT]	切片誤差 σ_b [mT]
0.2357	0.0019	-0.046	0.006

本実験で設定したガイド電流とそれに対応するガイド磁場は表 3 の通りである。誤差には、フィッティングパラメータの誤差とガイド電流を設定する直流電源の性能による系統誤差を含めて計算した。なお、後の章の解析や考察ではここで求めたガイド磁場をもとに理論値を導出した。

表 3: 実験で用いたガイド電流とガイド磁場

ガイド電流 (設定値) I_z [A]	ガイド磁場 (計算値) B_z [mT]
4.99	1.130 ± 0.011
2.73	0.597 ± 0.008
0.524	0.077 ± 0.006

3.6 ミラーホルダー

中性子ミラーを格納するミラーホルダー (図 5) には、ミラー内での偏極を維持するためにネオジム磁石が使われている。このネオジム磁石の磁場がホルド外に漏れており、京都の地磁気が 0.03 ± 0.005 mT であることを考慮すると、地磁気の影響を見るほどにガイド磁場を下げるためには漏れ磁場の対策が必要であること

が推察できる。実行された対策を下記に示す。

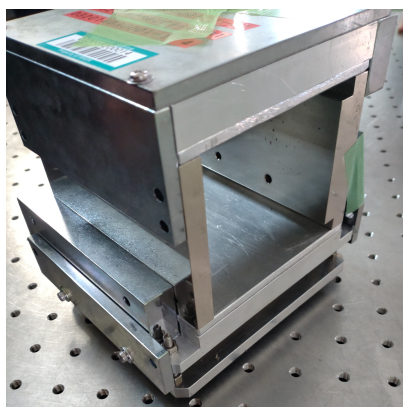


図 5: ミラーホルダー

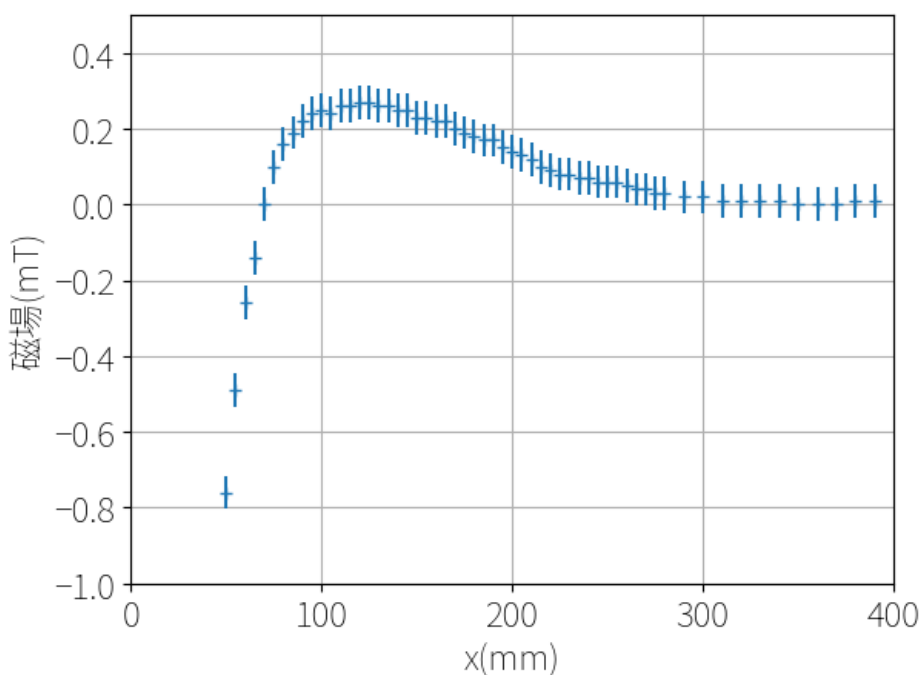


図 6: ミラーホルダーの漏れ磁場の様子

■鉄製シールド 一つ目の漏れ磁場対策は、開口部付近に流れ出る磁場を吸収するために、ミラーホルダーの開口部に鉄製のシールド (図 8) を設けることである。漏れ磁場を極力カットできるように、シールドの開口部は、ミラーホルダーの開口部より小さくし、ミラーの部分を僅かに上回るようなサイズにした。また、その時の漏れ磁場を実際に測定したグラフが図 8 である。シールドがない場合に対して漏れ磁場を軽減出来ていることがわかる。だが、今回のガイド磁場の目標が地磁気が見えるほどである点について考えると、より漏れ磁場の影響を小さくする必要が求められた。よって、2つ目の対策を行うことにした。

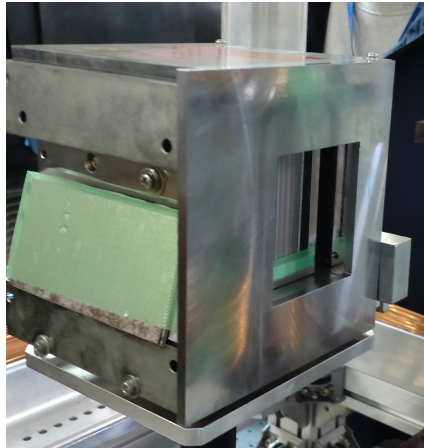


図 7: ミラーシールド

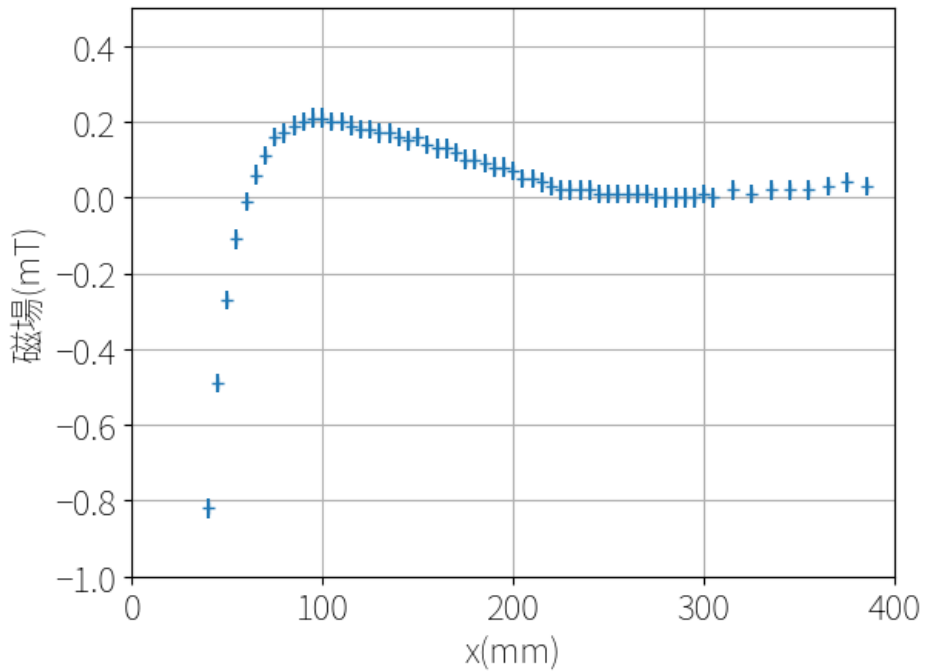


図 8: ミラーシールドのみありの時の磁場

■補助コイル 二つ目の漏れ磁場対策は、ミラーホルダーの開口部近くに追加で補助コイル (図 9) を置き、相対する磁場をかけて漏れ磁場を相殺する方針である。補助コイルはミラーホルダーの開口部近くの上下二か所に設置し、磁場を極力平行にするよう調節する。コイルにかける電流を調整して、磁場の影響を極力消した状態が以下の図 10 である。

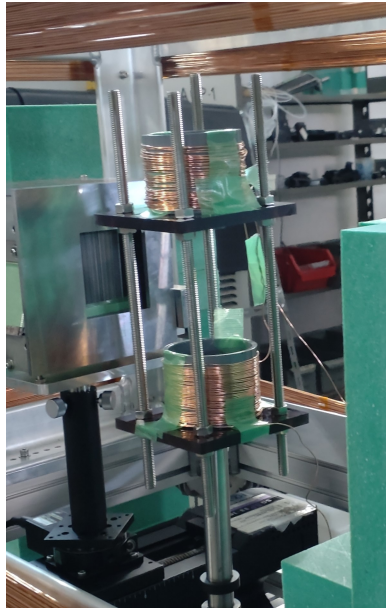


図 9: 補助コイル

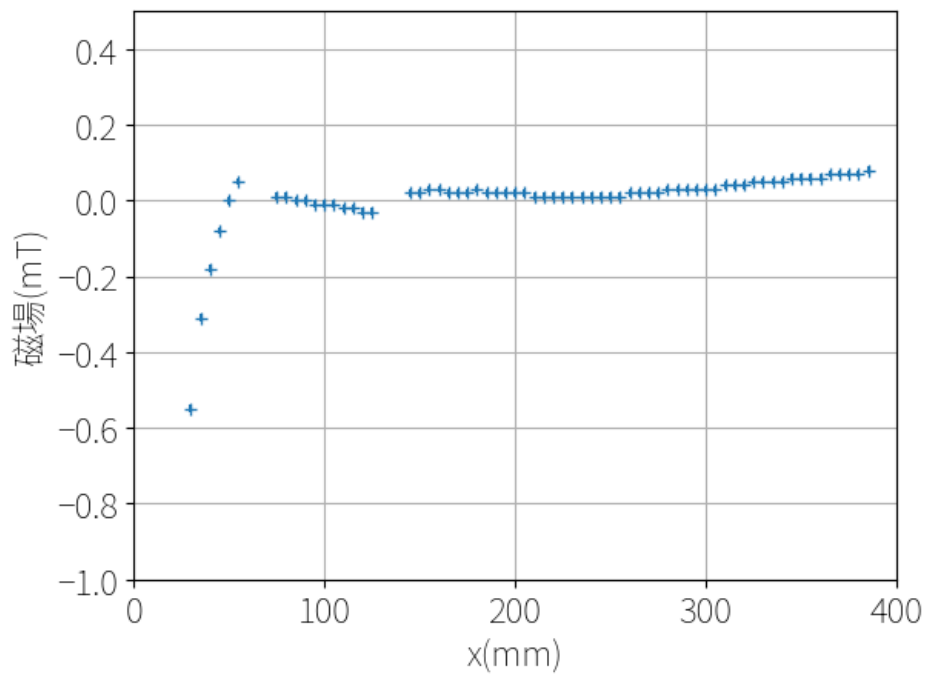


図 10: 補助コイルを追加した際の漏れ磁場

それぞれの工夫の結果をまとめたものを、図 11 に示す。最も漏れ磁場の対策が出来たと思われる 2 つの併用を行うことにした。

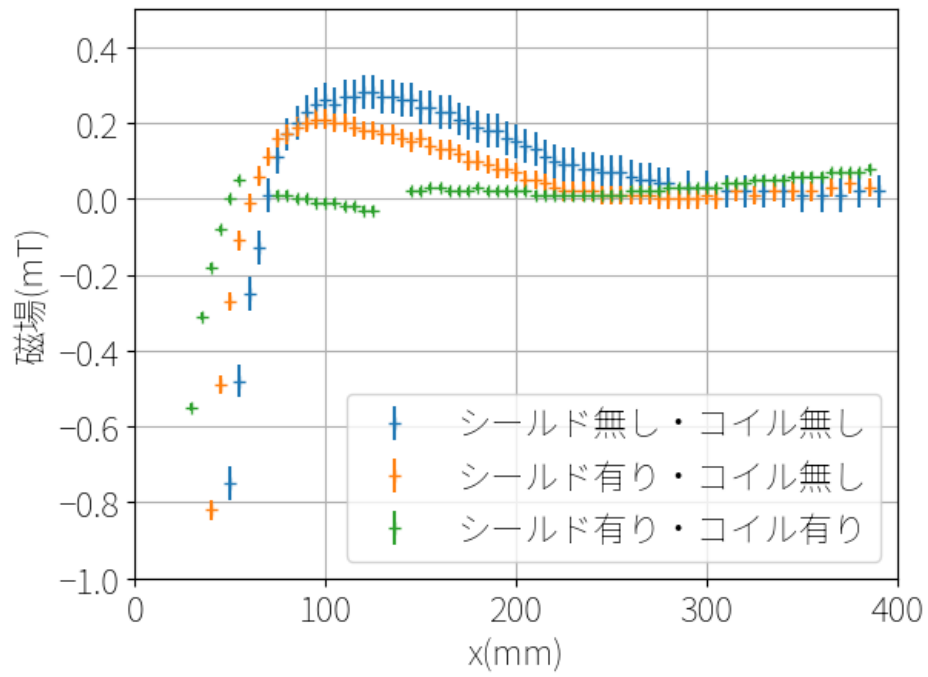


図 11: 対策をした際の漏れ磁場の比較

4 実験

4.1 セッティング

図 2 のように実験装置を配置したのち、実際に測定をするために、初期パラメータの設定とビームアライメントを行う必要がある。

4.1.1 初期パラメータ

ビームアライメントの部分を除き、初期パラメータとして設定しなくてはならない部分は以下の通りである。

■**補助コイルの直流電流の大きさ** 補助コイルの直流電源の大きさは、ガイド磁場をオフにして磁場を測定し、ミラーホルダーの影響を極力なくせる値に決定した。測定の結果、7.6 V の電流をかけることとした。

■**フリッパーコイルの交流電流の振幅** フリッパーコイルにかける交流電流の振幅は、フリッパーコイルで発生する磁場の大きさを決定する値である。フリッパーコイルは直径 90 mm、厚さ 30 mm で 30 巻きであるため、今回かける主な周波数 $f = 32.66$ kHz について考えると、そのインピーダンスは 21.1Ω である。このコイルに 1 A を書けた場合のコイルの中央での磁場を計算すると 7.3 G となる。1000 m/s の中性子をフリップするためにフリッパーコイルに掛けたい磁場は約 6 G であることより、

$$2 \times \frac{6}{7.3} \times 21.2 = 35(\text{Vpp}) \quad (49)$$

となる。Vpp における pp は、peak-to-peak の略で、振動電圧の両振幅であることの意味である。

以上より、フリッパーコイルの振幅は 35 Vpp とする

■**ガイド磁場の電流** ガイド磁場の初期値については、最もスピンの安定して反転できるであろう 1.130 ± 0.011 mT で行うために、表 3 より 4.99 A の直流電流をガイド磁場コイルにかけた。

以上の初期パラメータの設定をもって、ビームアライメントを行った。

4.1.2 ビームアライメント

本来のビームアライメントは、素早く正確に済ませるため、図 12 のようにレーザーを用いて行う。レーザーの反射はミラーの側面の鏡面を用いて行い。角度の調整を先に行ってから、ミラーの中央と側面分の距離を平行移動することで完了させる。

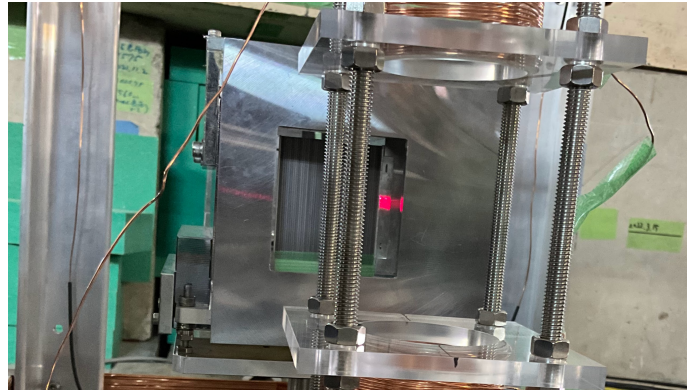


図 12: レーザーを用いてのビームアライメントの様子

しかし、今回の実験においては 3.6 節で行った漏れ磁場対策の一つ、磁気シールドによって鏡面からのレーザーの反射が遮られてしまう結果となってしまった。よって始めはレーザーを使わず、実際に中性子ビームを照射し、ビームを遮った時と測定結果に違いがあるかで判断を行うこととした。その結果ビームアライメントに多くの時間が必要となり、最終的に、シールドをずらして無理やりレーザーを通すことで実験を行った。

また、基本的に実験器具はずれることの無いよう台座に固定されているが、ミラーホルダーや中性子検出器など、ビームアライメントにおいて動かす一部の機器については電気信号で動かすことのできる図 13 のような光学ステージに設置されている。これによって、人の操作による手ブレを防いぎ、ビームアライメントにおけるより繊細な角度・位置調整を可能にしている。



図 13: 光学ステージ

4.2 測定

本実験の目的は、ガイド磁場やフリッパーコイルの周波数を変更した場合の中性子のスピン反転率の測定である。よって、セッティングの行程を除いた実験中に変更する要素は、ガイド磁場コイルにかかる直流電流の大きさとフリッパーコイルにかかる交流電流の周波数の 2 点となる。最初は、バックグラウンドを測定するため、ガイド磁場、フリッパーコイル共に電流を印加しなかった場合の測定を行う。次に、反転しない場合の値

を求めるため、それぞれのガイド磁場においてフリッパーコイルに電流を流さない状態での測定を行う。ガイド磁場は、2019年度の実験やガイド磁場コイルの許容電流を参考にした 1.130 ± 0.011 mT をはじめとし、地磁気を測定できるほどに下げたための 0.077 ± 0.006 mT、その中間として 0.597 ± 0.008 mT で測定を行うことにした。それぞれのガイド磁場とガイド磁場コイルにかける直流電流の大きさの関係は、表 3 で示している。

そしてフリッパーコイルに交流電流を流して測定する。ガイド磁場コイルにかける直流電流の大きさを決めると、式 (未執筆部分) により、反転率が最大となるフリッパーコイルにかける交流電流の周波数を求めることが出来る。今回は、周波数を変えた際の反転率の振る舞いについても測定することが目的のため、反転率が最大となる周波数とその $\pm 1, 3$ kHz の周波数で測定を行う計画とした。実際の実験では、時間の都合上、 0.077 ± 0.006 mT での測定は 2 点でしか行うことが出来なかった。

実際に測定したガイド磁場とフリッパーコイルの周波数の組み合わせは以下の表 4 のとおりである。

表 4: 測定でのガイド磁場とフリッパーコイルの周波数

ガイド電流 I_z [A]	ガイド磁場 B_z [mT]	フリッパーコイルの周波数 f_s [kHz]				
4.99	1.130 ± 0.011	29.66	31.66	32.66	33.66	35.66
2.73	0.597 ± 0.008	14.50	16.50	17.50	18.50	19.50
0.524	0.077 ± 0.006	—	—	2.92	—	5.92

しかし、ガイド磁場が 1.130 ± 0.011 mT の場合について、上手くスピン反転率のグラフが見えなかったため、追加で周波数が 39.66 kHz、41.66 kHz の時も測定を行っている。

5 解析

5.1 反転率を算出するための波長範囲の決定

特定の波長ではカウント数が少ないため、ある波長範囲に関してカウント数を足し合わせてスピン反転率を測定する。上向きスピンの反転している場合、フリップパーが ON となっているときのカウント数よりもフリップパーが OFF となっているときのカウント数よりも小さくなる。これを利用して波長範囲を決定した。測定されたカウント数は LiM のカウント数で割ることで規格化を行なった。この解析では、 3.4 \AA から 5.0 \AA を波長範囲として選択する。図 14 は各周波数で $3.4 \text{ \AA} \sim 5.0 \text{ \AA}$ におけるフリップパーが ON のとき（青）と OFF のとき（橙）の規格化粒子数を示している。

5.2 反転率計算

前節 5.1 で決定した波長範囲 3.4 \AA から 5.0 \AA の中性子のデータを用いて以下の式 (50) で定義した反転率 $\phi_{|\uparrow\rangle\rightarrow|\downarrow\rangle}$ を計算した。ここで、 $N_{back\ ground}$ はガイド磁場コイル、フリップパーコイルともに電流を印加しなかった測定、 N_{off} はガイド磁場コイルに電流を印加し、フリップパーコイルには電流を印加しなかった測定、 N_{on} はガイド磁場コイル、フリップパーコイルの両方に電流を印加した測定における規格化粒子数を表す。規格化は前節 5.1 と同様に LiM のカウント数によって行った。

$$\phi_{|\uparrow\rangle\rightarrow|\downarrow\rangle} := 1 - \frac{\sum_{3.4 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5.0 \text{ \AA}} N_{on} - \sum_{3.4 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5.0 \text{ \AA}} N_{back\ ground}}{\sum_{3.4 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5.0 \text{ \AA}} N_{off} - \sum_{3.4 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5.0 \text{ \AA}} N_{back\ ground}} \quad (50)$$

各ガイド磁場で作成したフリップパーコイルの周波数（フリップパー周波数）と計算した反転率 $\phi_{|\uparrow\rangle\rightarrow|\downarrow\rangle}$ のグラフを図 15 に示す。

5.2.1 $B_z = 1.130 \pm 0.011 \text{ mT}$ の場合

フリップパー周波数 38 kHz 付近にピークが見えるため、二次関数 $y = a(x - b)^2 + c$ にてフィッティングを行った。フィッティング結果が図 16 である。共鳴周波数が $38.0 \pm 1.3 \text{ kHz}$ でピークの反転率が 0.67 ± 0.16 であると求まる。カイ二乗値 χ^2 を自由度で割った χ^2_ν を用いる。

$$a = -0.0172 \pm 0.0091 \quad (51)$$

$$b = 38.0 \pm 1.3 \quad (52)$$

$$c = 0.67 \pm 0.16 \quad (53)$$

$$\chi^2_\nu = 0.34 \quad (54)$$

5.2.2 $B_z = 0.598 \pm 0.008 \text{ mT}$ の場合

ピークが見えないため、フィッティングは行わず、測定値が妥当かどうかをチェックする。結果が図 17 である。方法としては、 $3.4 \text{ \AA} \sim 5.0 \text{ \AA}$ の波長範囲に対して計算した理論値と測定値を用いてカイ二乗検定を行った（理論値の計算方法は 6.1 を参照）。以下の通り、今回の測定では有意差は見られなかった。

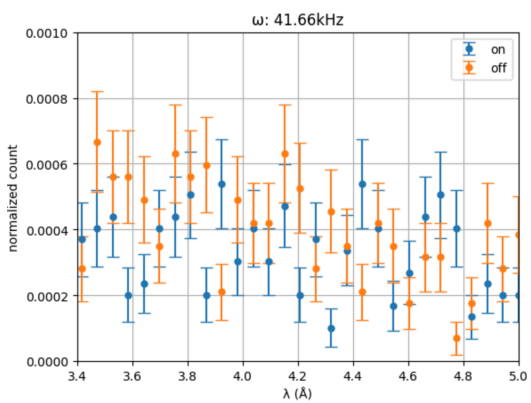
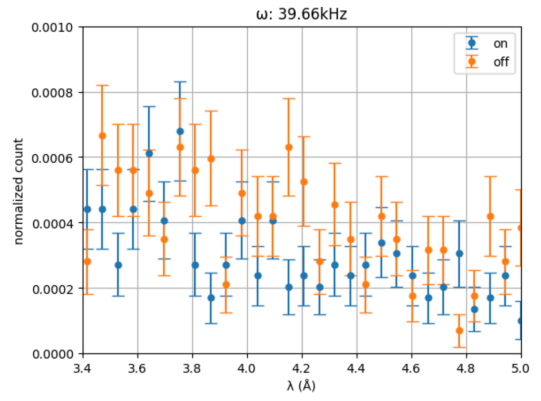
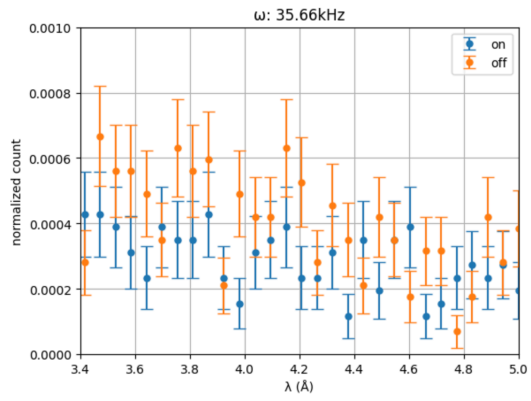
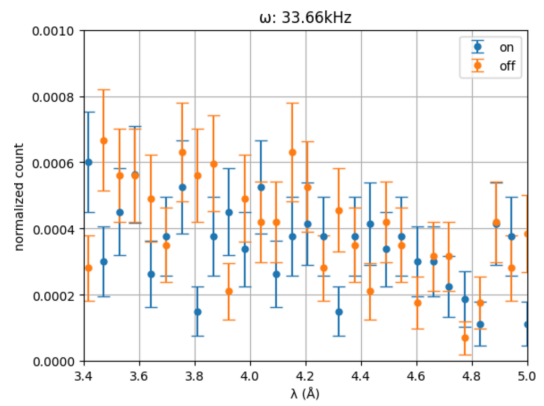
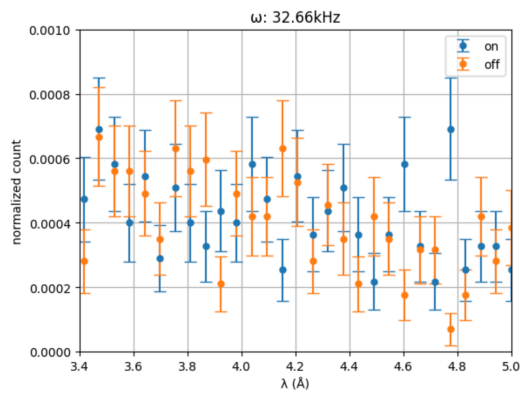
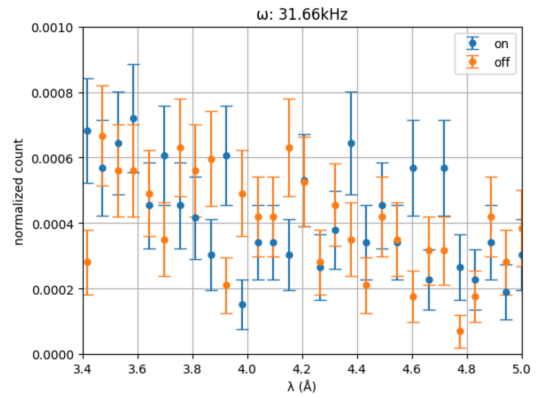
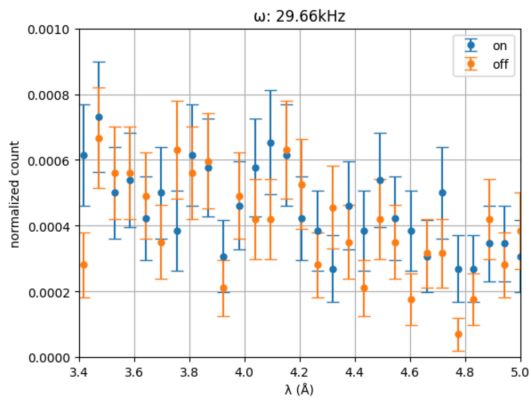
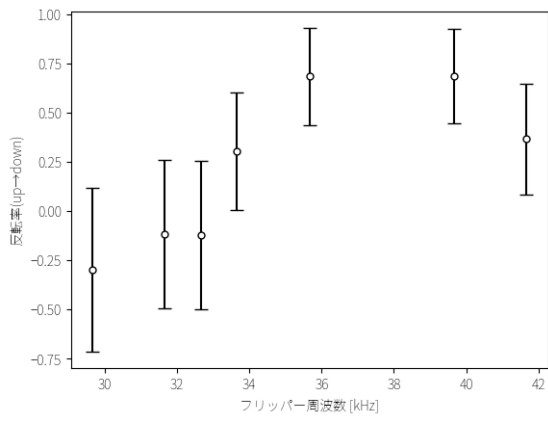
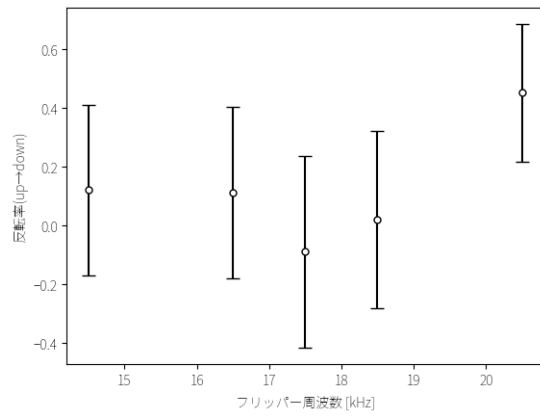


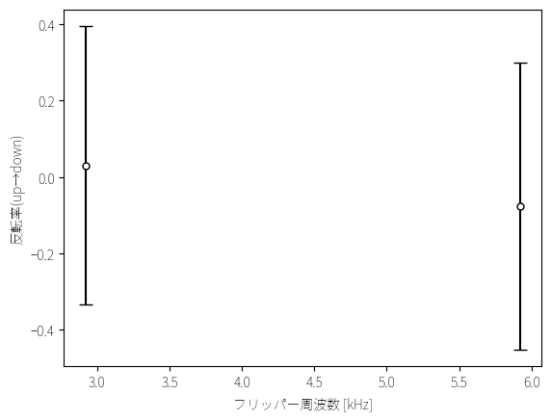
図 14: フリッパーが ON と OFF のときの規格化されたカウント数



(a) $I_z = 4.99$ ampere, $B_z = 1.130(11)$ mT



(b) $I_z = 2.73$ ampere, $B_z = 0.597(8)$ mT



(c) $I_z = 0.524$ ampere, $B_z = 0.077(6)$ mT

図 15: 各ガイド磁場でのフリッパー周波数と反転率

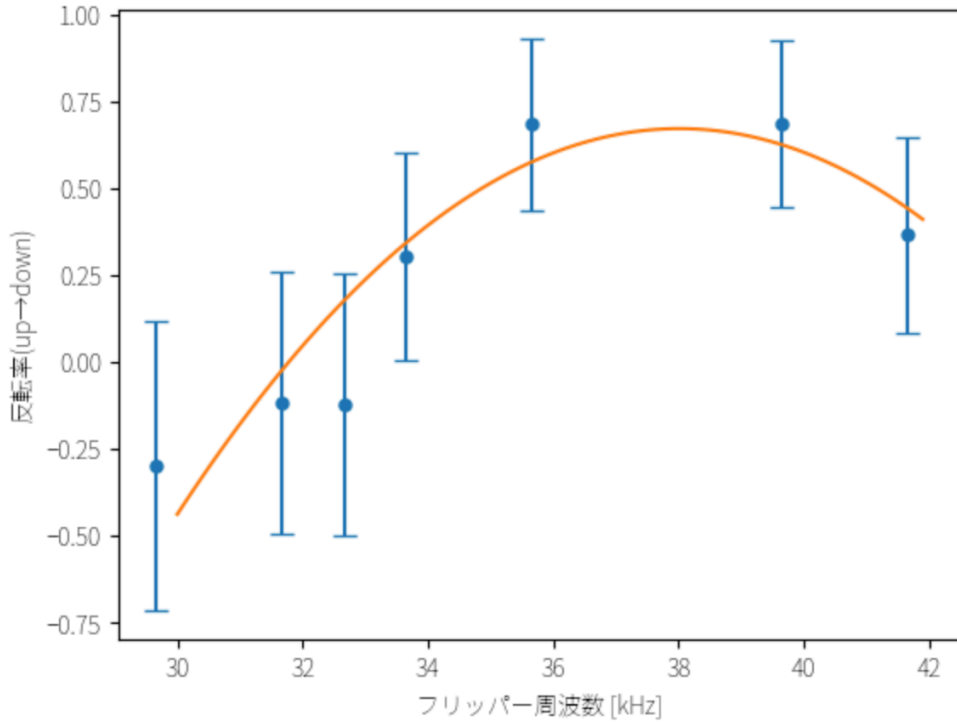


図 16: $B_z = 1.130 \pm 0.011 \text{mT}$ の場合のフィッティング結果

$$\chi^2_{\nu} = 0.68 \quad (55)$$

また、図 17 を見ればわかるように、測定したフリッパー周波数の刻み幅に対してピークの幅が大きい。そのため、それぞれの測定を同一のフリッパー周波数で独立に測定を行ったと考えて平均値を取り、理論値とのずれを見てみる。結果として、理論値は平均値から σ の中に入ることがわかった。(図 17 の緑の凡例)

5.2.3 $B_z = 0.077 \pm 0.006 \text{mT}$ の場合

データが 2 点しかないため、5.2.2 と同様にフィッティングは行わず、カイ二乗検定を行った。結果は図 18 である。5.2.2 と同様に、今回の測定では有意差は見られなかった。理論値は平均値から 2σ の中に入ることがわかった。このガイド磁場では回転磁場近似が使えないが、簡単のため理論値は回転磁場近似で計算している。

5.2.4 $B_z = 1.130 \pm 0.011 \text{mT}$ の場合の測定値の妥当性

5.2.2 と 5.2.3 で行った二つの分析を $B_z = 1.130 \pm 0.011 \text{mT}$ の場合でも行った。結果は図 19 のようである。 $\chi^2_{\nu} = 1.53$ であり、有意差が見られた。また、理論的に求まる共鳴周波数は 32.7kHz でフィッティングで求まった周波数は $38.0 \pm 1.3 \text{kHz}$ 、ピークの反転率は理論値が 0.3 、フィッティングにより求まったのは $c = 0.67 \pm 0.16$ と理論とフィッティング結果に違いがあることがわかる。ピークの位置 (共鳴周波数) はガイド磁場に比例して決まるため、共鳴周波数のずれの理由としてガイド磁場の誤差を考えた。しかし、表 3 よりガイド磁場の誤差は $1/100$ 程度であり、これが共鳴周波数のずれを生んでいるとは思えない。大きな原因

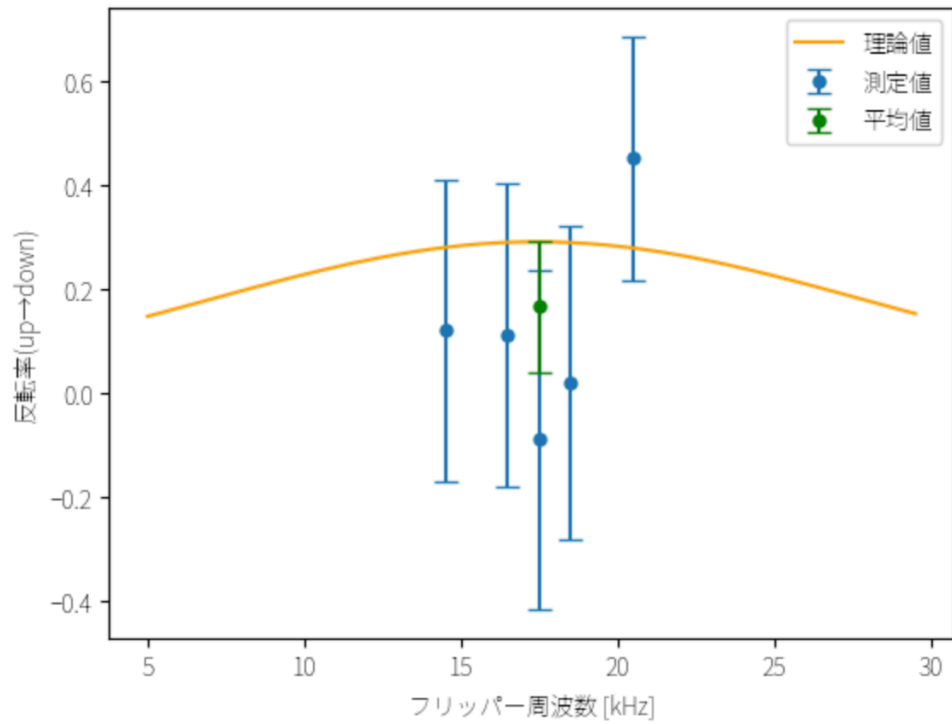


図 17: $B_z = 0.598 \pm 0.0008\text{mT}$ の場合

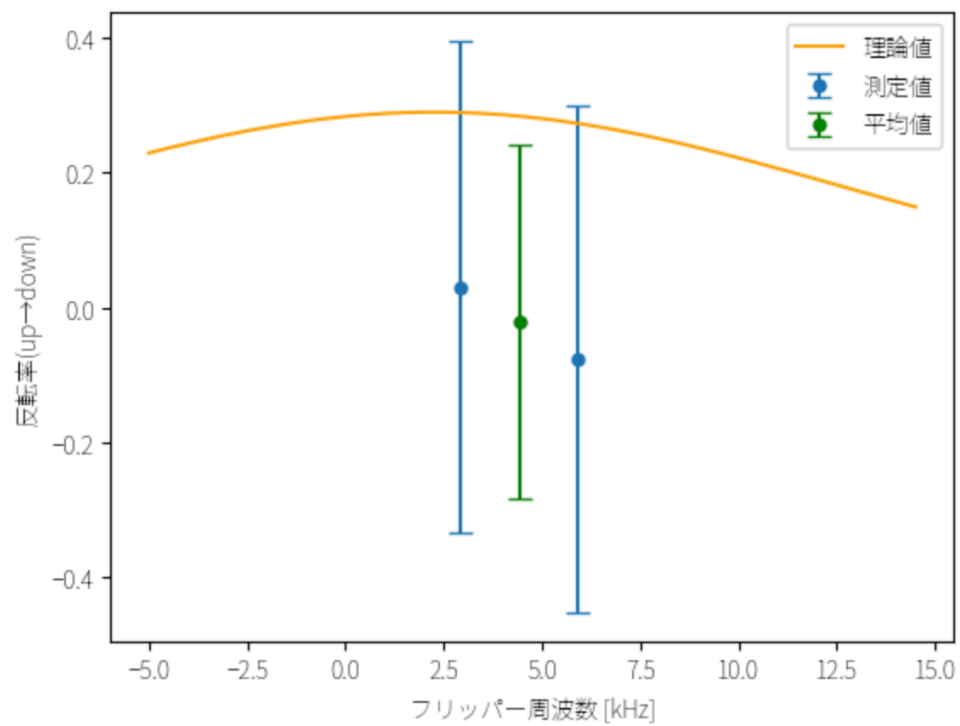


図 18: $B_z = 0.077 \pm 0.0006\text{mT}$ の場合

として統計誤差が大きいことが挙げられるが、他の理由に関しては6章の考察で後述する。

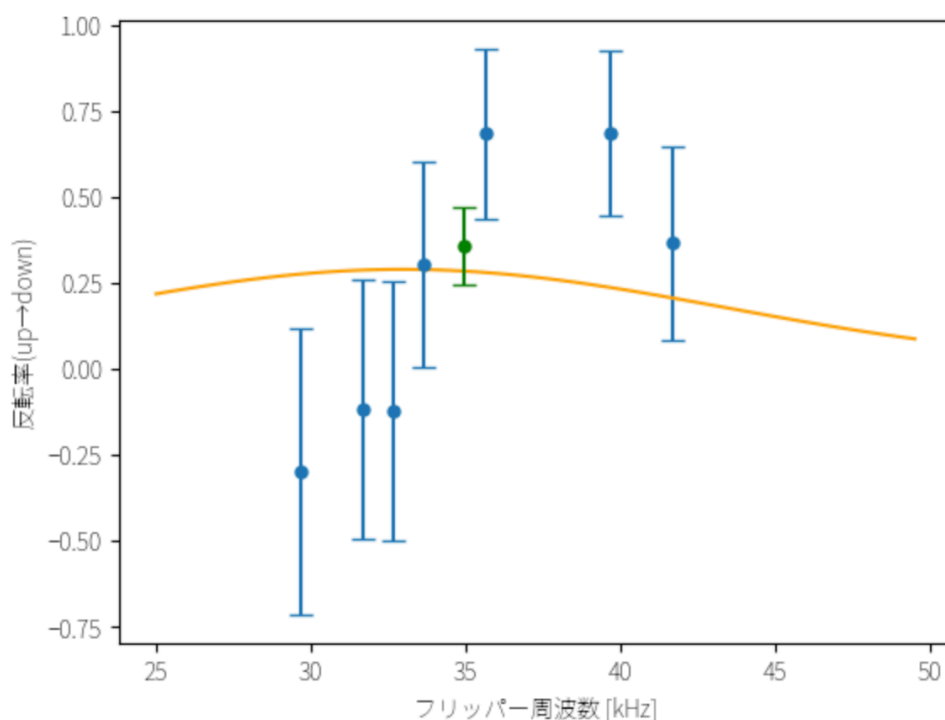


図 19: $B_z = 1.130 \pm 0.011\text{mT}$ の場合

5.3 結果

測定回数が少なく、また測定データからピークが見えないため、今回の測定データではスピン干渉実験で使用できるガイド磁場を求めることは難しい。そのため、測定値と理論値に有意差があるのみをチェックした。今回の測定で多くは有意差があるという結果は出なかったが、統計誤差が大きいため、意味のある検定とはならなかった。

6 考察

6.1 ある波長範囲における反転率の計算について

今年度はピークの広がりを測定しなかったため、ある波長範囲における反転率のフリッパー周波数依存性を測定データから理論的に求める試みを行った。式 (57) で定義された N_{sum} (ある波長範囲の中性子源由来の中性子の総カウント数) を用いて、式 (56) のように書ける。

$$\phi_{|\uparrow\rangle\rightarrow|\downarrow\rangle} = \sum_{\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}} P_{|\uparrow\rangle\rightarrow|\downarrow\rangle}(\lambda) \frac{N_{off} - N_{back\ ground}}{N_{sum}} \quad (56)$$

$$N_{sum} := \sum_{\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}} (N_{off} - N_{back\ ground}) \quad (57)$$

波長範囲の下限を $\lambda_{min}[\text{\AA}]$ 、上限を $\lambda_{max}[\text{\AA}]$ と置き、式 (50) と同様に、 $N_{back\ ground}$ はガイド磁場コイル、フリッパーコイルともに電流を印加しなかった測定、 N_{off} はガイド磁場コイルに電流を印加し、フリッパーコイルには電流を印加しなかった測定における規格化粒子数とした。

6.2 波長範囲を狭めた場合

今回、波長範囲として $3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$ を選択したが、この波長範囲にあまり反転しない成分が含まれている可能性も考慮して波長範囲を設定し直して、再度解析を行った。例として $3.4 \text{\AA} \sim 4.0 \text{\AA}$ を取り上げる。

6.2.1 $B_z = 1.130 \pm 0.011\text{mT}$ の場合

$3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$ と同様に二次関数 $y = a(x - b)^2 + c$ でフィッティングを行った。 $3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$ の場合との比較結果が図 20 と図 21、表??である。

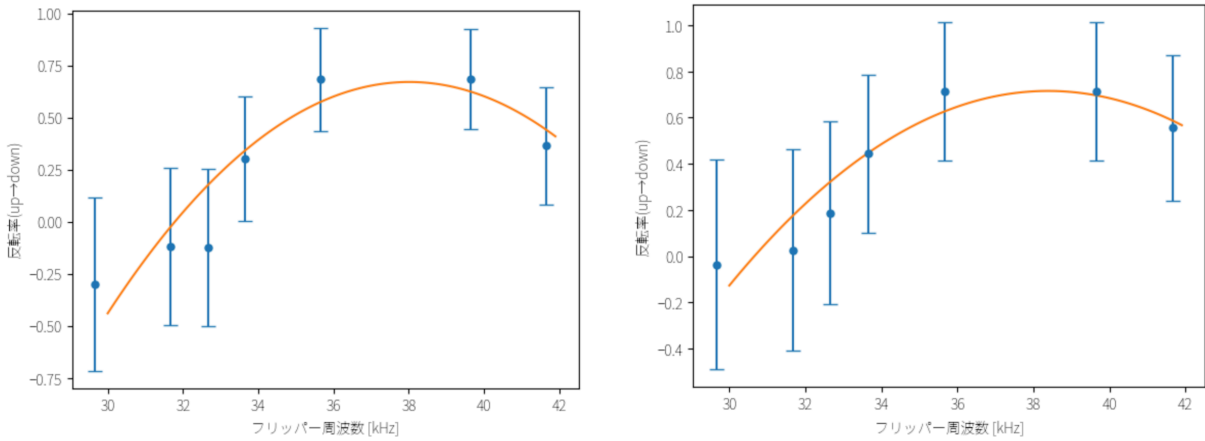


図 20: $3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$ (左) の場合と $3.4 \text{\AA} \sim 4.0 \text{\AA}$ (右) の比較

表 5: フィッティングパラメータ及び χ^2_{ν} の比較

$3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$	$3.4 \text{\AA} \sim 4.0 \text{\AA}$
$a = -0.0172 \pm 0.0091$	$a = -0.012 \pm 0.010$
$b = 38.0 \pm 1.3$	$b = 38.4 \pm 2.3$
$c = 0.67 \pm 0.16$	$c = 0.72 \pm 0.19$
$\chi^2_{\nu} = 0.34$	$\chi^2_{\nu} = 0.11$

6.2.2 $B_z = 0.598 \pm 0.008\text{mT}$ の場合

$3.4 \text{\AA} \sim 5.0 \text{\AA}$ の場合との比較結果が図 22、表 6 である。

6.2.3 結果

一部、検定結果が良くなった部分もあるが、既に大きい統計誤差が波長範囲を狭めることで更に大きくなってしまったこともあり、理論値のずれを波長範囲で説明することは難しいという結果になった。

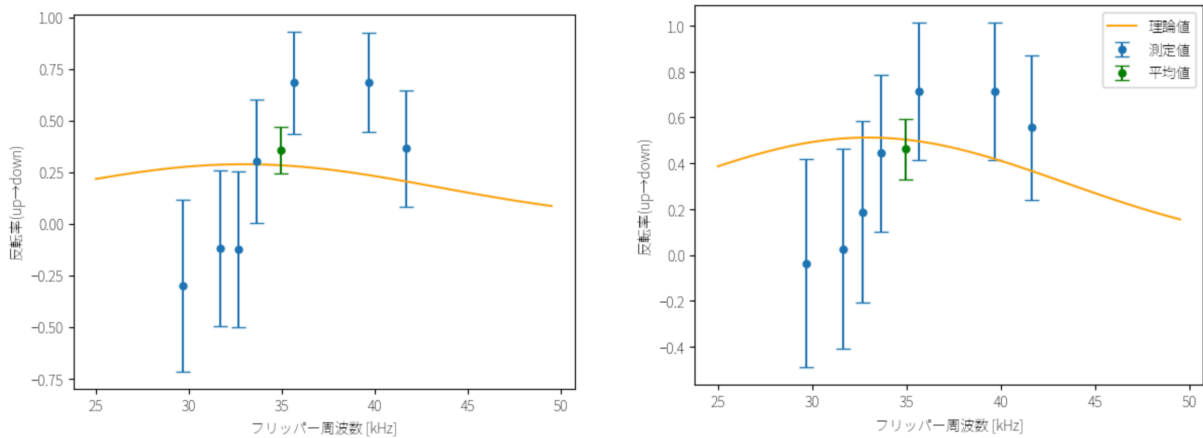


図 21: 3.4 Å ~ 5.0 Å (左) の場合と 3.4 Å ~ 4.0 Å (右) の比較

表 6: χ^2_ν の比較

3.4 Å ~ 5.0 Å	3.4 Å ~ 4.0 Å
$\chi^2_\nu = 0.68$	$\chi^2_\nu = 0.96$

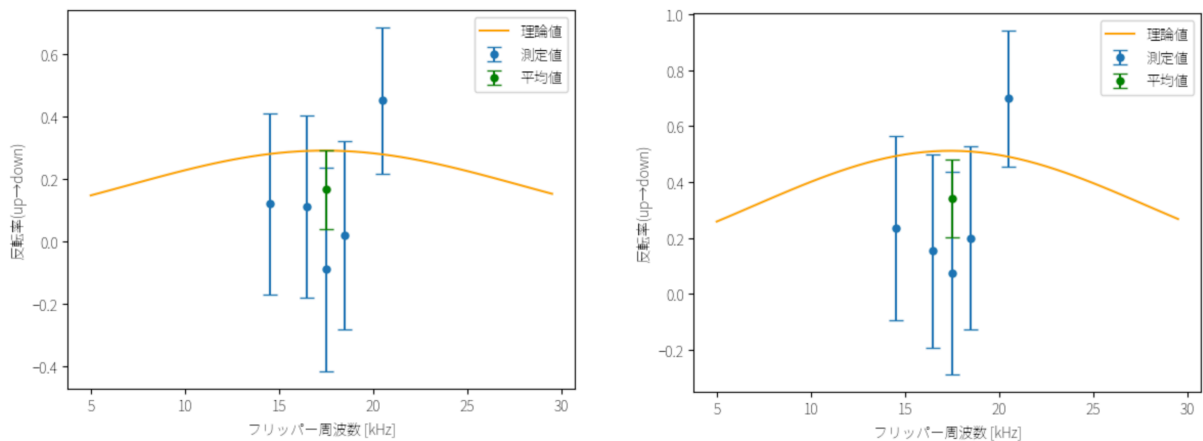


図 22: 3.4 Å ~ 5.0 Å (左) の場合と 3.4 Å ~ 4.0 Å (右) の比較

7 今後の展望

8 謝辞

一年間の卒業研究で理論ゼミでは、菅沼先生、土居先生と TA の當銘さん、実験ゼミでは、成木先生、田崎先生と TA の小池さんに多大なご協力とご指導いただきました。また廣瀬昌憲技官には本実験やセットアップの面で多大なご協力をいただきました。ご協力いただいた方には心から感謝いたします。

参考文献

- [1] 加須屋春樹ほか (2017). 『KUANS における熱中性子を用いたスピン干渉実験』, 京都大学理学部 2016 年度課題研究 P3.
- [2] 荒木隼人ほか (2020). 『KUANS の熱中性子を用いた中性子スピン干渉実験』, 京都大学理学部 2019 年度課題研究 P3.
- [3] F. Bloch and A. Siegert (1940). Magnetic Resonance for Nonrotating Fields. *Physical Review*, 57, 522-527.